

UNIVERSIDAD NORORIENTAL PRIVADA
GRAN MARISCAL DE AYACUCHO
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA DE MANTENIMIENTO
NUCLEO: EL TIGRE



Modelos Matemáticos

Profesora:

Carlena Astudillo

Equipo #2

Autores:

Casado, Yamil C.I. 25.268.166

Guerra, Randy C.I. 21.513.605

Guillen, Jean C.I. 25.268.414

Pino, Miguel C.I. 24.845.993

Rodríguez, Alexis C.I. 26.695.463

El Tigre, Junio de 2016

Contenido



Modelos Matemáticos



Sistema Físico



Modelos Físicos



Modelos Discretos



Matemáticas Discretas

Introducción

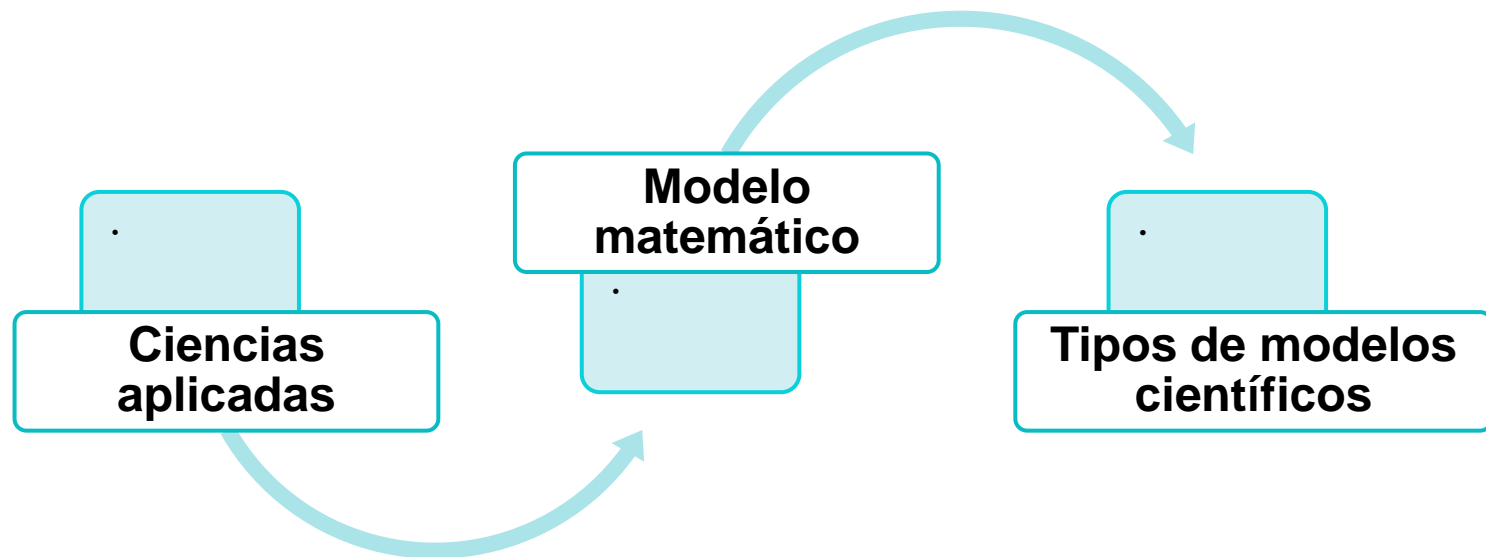


Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no-matemático. La mayoría de las aplicaciones de cálculo (por ejemplo, problemas de máximos y mínimos) implican modelos matemáticos. En términos generales, en todo modelo matemático se puede determinar 3 fases:

- ☐ Construcción del modelo. Transformación del objeto no-matemático en lenguaje matemático.
- ☐ Análisis del modelo. Estudio del modelo matemático.
- ☐ Interpretación del análisis matemático. Aplicación de los resultados del estudio matemático al objeto inicial no-matemático.

El éxito o fracaso de estos modelos es un reflejo de la precisión con que dicho modelo matemático representa al objeto inicial y no de la exactitud con que las matemáticas analizan el modelo.

Modelos Matemáticos



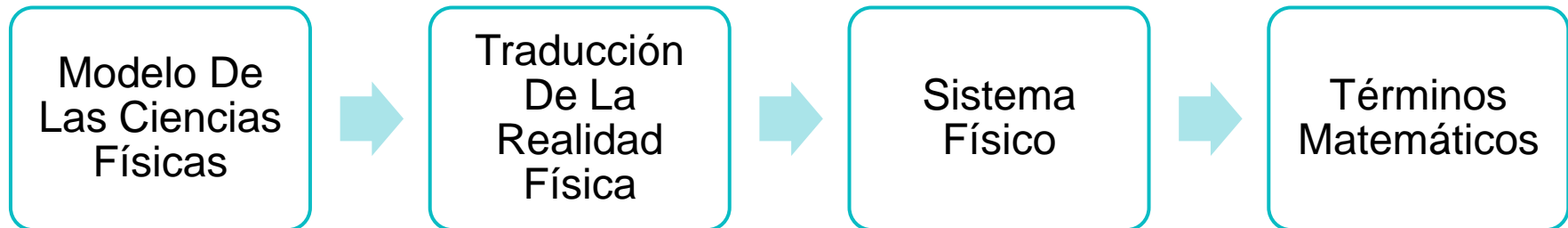
Un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no-matemático. Estamos familiarizados con las previsiones del tiempo, las cuales se basan en un modelo matemático meteorológico; así como con los pronósticos económicos, basados éstos en un modelo matemático referente a economía.

Definiciones



- Es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad.
- Es utilizado también en diseño gráfico cuando se habla de modelos geométricos de los objetos en dos (2D) o tres dimensiones (3D).
- Es un conjunto sobre el que se han definido un conjunto de relaciones unarias, binarias y trinarias, que satisface las proposiciones derivadas del conjunto de axiomas de la teoría.

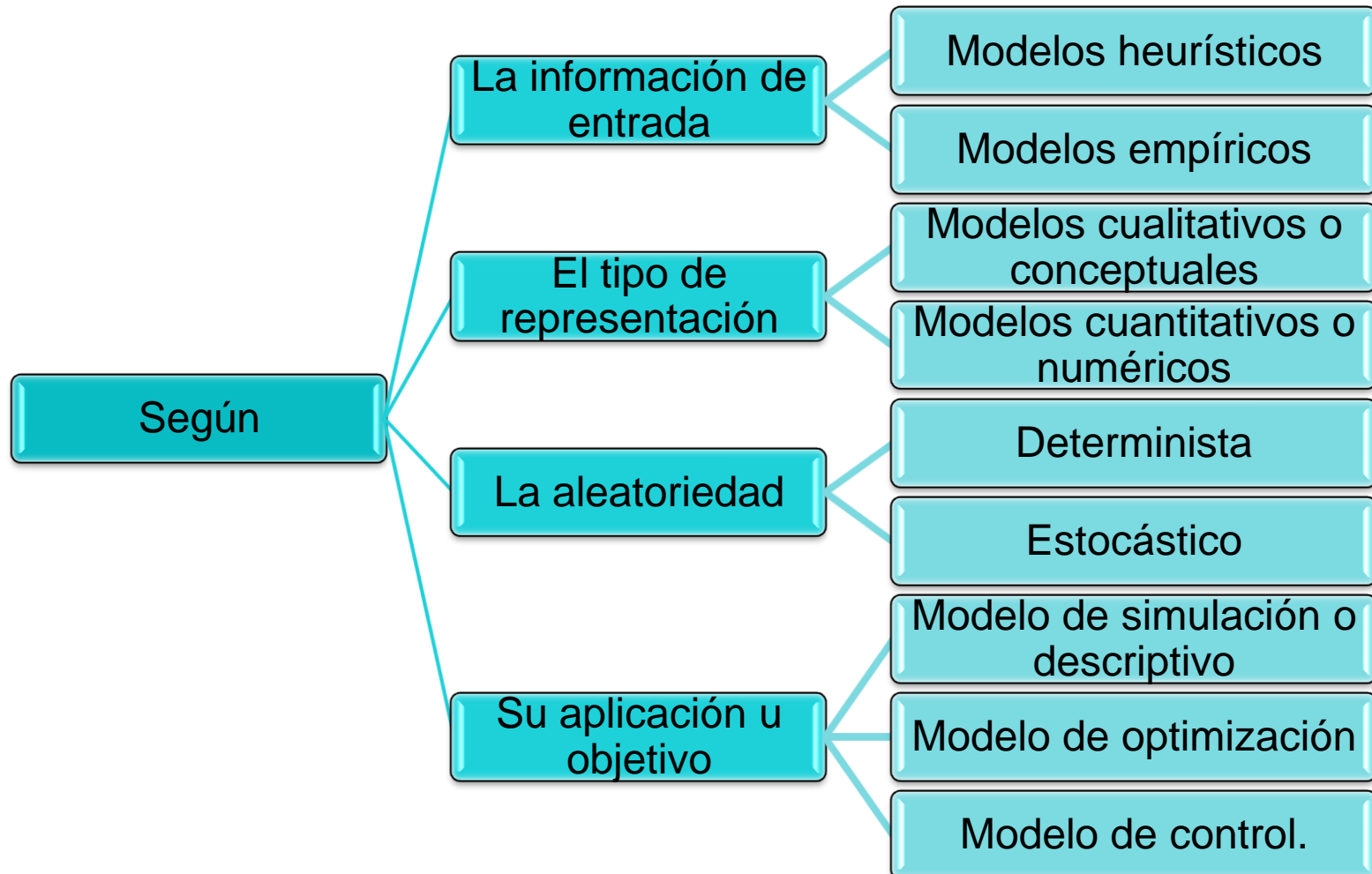
Sistema Físico



Una forma de representar cada uno de los tipos entidades que intervienen en un cierto proceso físico mediante objetos matemáticos

- ❑ Las relaciones matemáticas formales entre los objetos del modelo, deben representar de alguna manera las relaciones reales existentes entre las diferentes entidades o aspectos del sistema u objeto real.
- ❑ Así una vez "traducido" o "representado" cierto problema en forma de modelo matemático, se pueden aplicar el cálculo, el álgebra y otras herramientas matemáticas para deducir el comportamiento del sistema bajo estudio.

Clasificaciones de los modelos



Elementos



PARÁMETROS

- En el modelo son objetos o símbolos que representan a entidades o atribuciones del sistema que permanecen constantes durante el estudio.

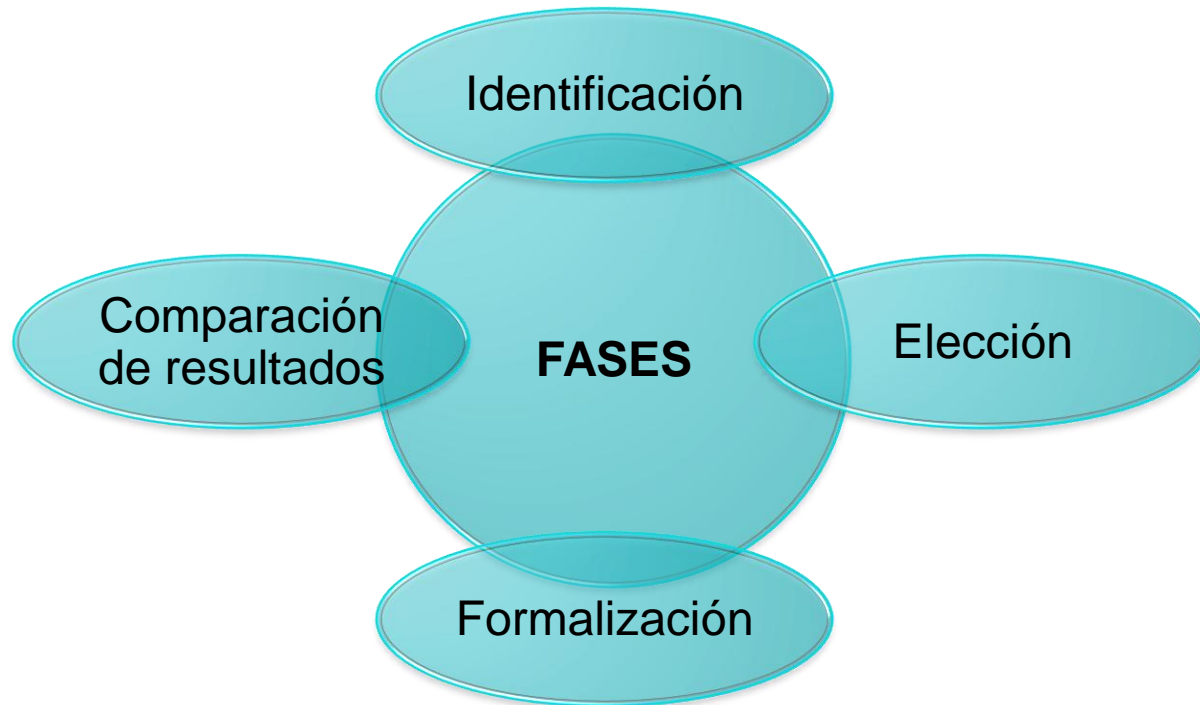
VARIABLES

- Son objetos o símbolos en el modelo, que representan a entidades o atributos del sistema que cambian en el tiempo durante el estudio.

RELACIONES FUNCIONALES

- Son los procesos físicos o las relaciones entre los símbolos de un modelo, que representan a las actividades y a las relaciones entre los elementos de un sistema.

Fases para la construcción de un modelo



Factores



La exactitud de los datos iniciales

Tomar en cuenta la discontinuidad de los datos y la magnitud de error de los mismos

Tipo de fenómeno a estudiar

Dependiendo del fenómeno y su importancia dependerá su precisión

Exactitud de las ecuaciones que rigen el fenómeno

Las ecuaciones mediante las que se ha formulado el modelo, pueden determinar un límite a la exactitud con que se podrá describir el fenómeno.

Factores



Forma de aproximar las ecuaciones.

Partiendo de un sistema de ecuaciones con los consiguientes errores de truncamiento, la exactitud puede verse afectada.

Evolución del modelado.

Durante el proceso de cálculo, al cambiar el modelo en el espacio y en el tiempo, puede ocurrir que los errores que se producen se vayan transmitiendo o acumulando, con lo cual la precisión obtenida del modelo puede verse limitada

Modelos Físicos



En ocasiones los fenómenos que se desean estudiar son tan complejos, que no basta analizarlos desde el punto de vista matemático; entonces es necesario hacer uso de técnicas experimentales para obtener soluciones prácticas.

Una de las dificultades que presenta la modelación matemática, es la idealización de los fenómenos, en la cual se realizan simplificaciones importantes; esta sólo pueden ser valoradas por medio de pruebas experimentales aplicadas a modelos físicos de escala reducida (o de tipo analógico).

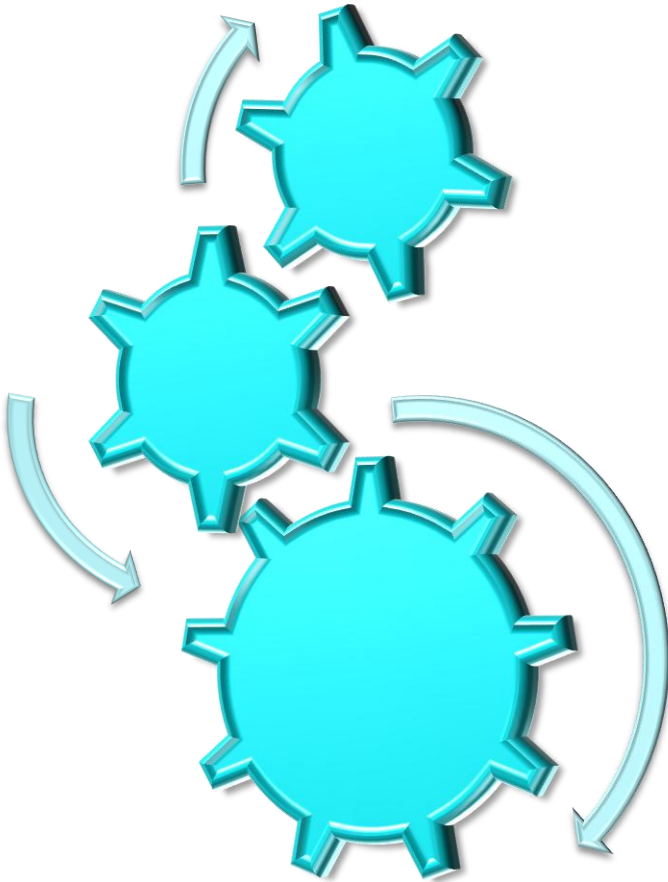
Modelos Físicos



Las instrumentaciones apropiadas de los ensayos en los modelos contruidos, suelen arrojar óptimos resultados en cuanto a funcionalidad, estabilidad y economía, dentro de un rango aceptable de certidumbre. Estos resultados son producto de un programa amplio de investigación experimental sobre todas las variables que intervienen.

Lo anterior se realiza para verificar la validez de las soluciones analíticas, determinar relaciones entre las variables involucradas y con ello optimizar la eficiencia de cada elemento del sistema modelo-prototipo cuando es posible establecer modelos matemáticos complementarios.

Modelos Físicos



La aplicación de cualquiera de los dos tipos de modelos, físicos o matemáticos, evidentemente tienen sus limitaciones, mismas que van a depender de la complejidad del problema en la intervención de las variables y sus fronteras a tratar, siendo en algunos casos los modelos matemáticos los más apropiados.

Modelos Físicos Reducidos



El uso de los modelos físicos a escala reducida, implica que éstos deben ser semejantes al prototipo, para el cual debe satisfacerse las leyes de similitud Geométrica, Cinemática y Dinámica, que en conjunto relacionan las magnitudes físicas homólogas definidas entre ambos sistemas, el prototipo A_p y el modelo A_m .

Características

Debe cumplir con similitud geométrica: igualdad de relación entre longitudes homólogas

Debe cumplir con similitud cinemática: relación invariante entre los desplazamientos en puntos homólogos.

Debe cumplir con similitud dinámica: implica igual relación de las fuerzas dinámicas en puntos homólogos.

Validación



Se construye el modelo y se analiza para estar seguro de que tiene apariencia de certeza, es decir, que tiene parecido o describe al sistema original.

Se efectúa una o más pruebas con el modelo y se pregunta si los resultados parecen razonables.

Se busca directamente relacionada o involucrada en el sistema original y se le pide que compara los resultados del modelo con las respuestas actuales del sistema.

Ejemplos



- ❑ Un modelo mixto operacional estadístico es una teoría o situación causal de hechos y expresado con símbolos de formato matemático. Por ejemplo las tablas de contingencia. De hecho los modelos matemáticos se construyen con varios niveles de significación y con diferentes variables.
- ❑ Kendall y Buckland catalogan hasta 40 tipos diferentes de modelos matemáticos. Ejemplos: Rapoport en modelo matemático e interacción social en 1961 y Bugeda en Sociología matemática en 1970. Por un principio de isomorfismo hay una equivalencia, a conseguir, entre un modelo y una teoría. Además teoría y modelo son sinónimos.

Aplicaciones de algunos Modelos Matemáticos

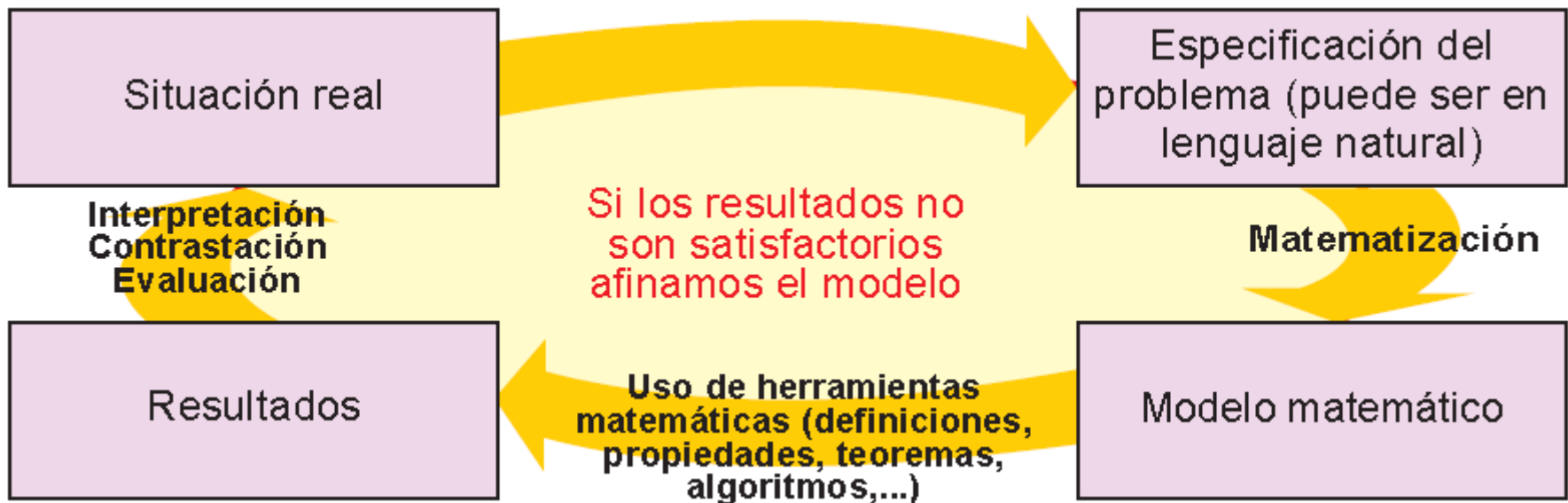
	Descriptivos / Simulación		Optimización / Elección		Control / Tratamiento	
	Determinista	Probabilista	Determinista	Probabilista	Determinista	Probabilista
Cuantitativo / Numérico	Cálculos astronómicos	Simulaciones de tráfico	Cálculo componentes de sistemas	Diseño ingenieril	Control automático	
Cualitativo / Conceptual	Análisis microeconómicos	Teoría de juegos	Modelos de grafo/flujo		Teoría psicológica	

Modelos Matematicos



Existen diferentes tipos de modelos matemáticos: discretos, continuos, dinámicos, estáticos,...

Un esquema que representa bastante bien el proceso de modelado matemático es el siguiente:



Aplicaciones



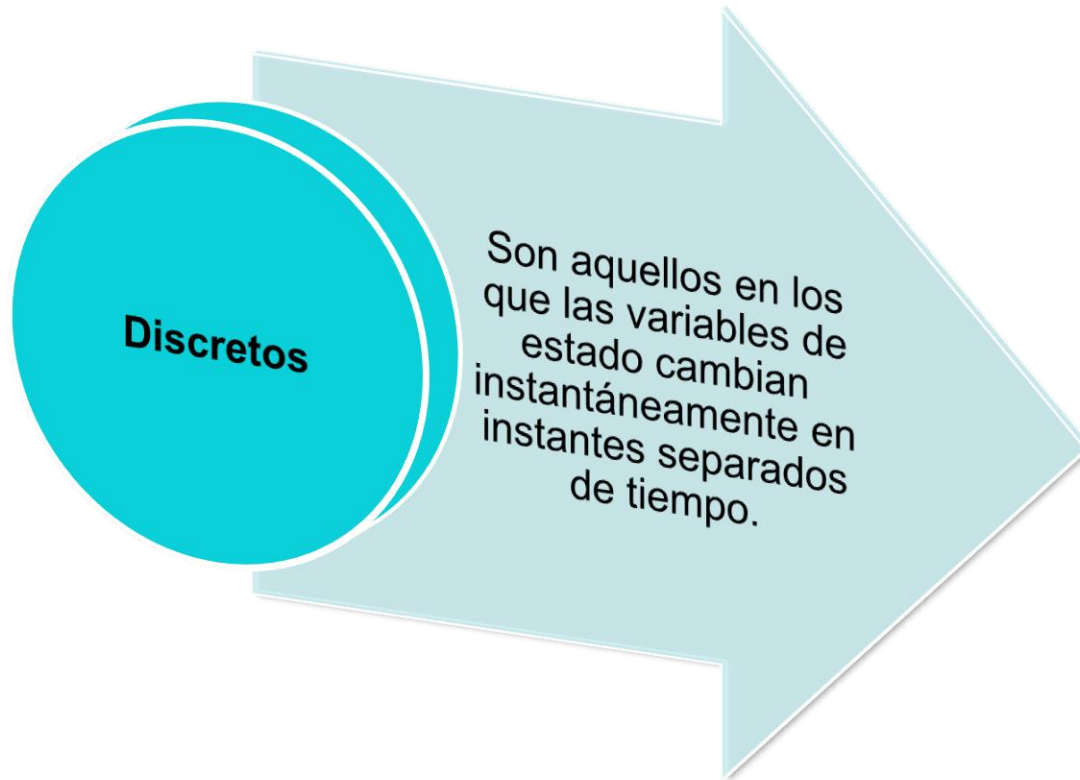
El modelo matemático de la mecánica newtoniana puede, hoy en día, usarse para predecir muchos sucesos con precisión a pesar de que la teoría de la relatividad de Einstein (otro modelo matemático) nos dice que éste es inexacto.

El álgebra lineal nos proporciona muchas herramientas para utilizarlas al analizar los modelos matemáticos (ya sean económicos, demográficos, probabilísticos, de ingeniería...).

A continuación se presentan tres modelos matemáticos que se estudian mediante el software Mathcad.

- ☐ Modelo meteorológico.
- ☐ Modelo de petróleo refinado.
- ☐ Modelo de Leontief.

Modelos discretos



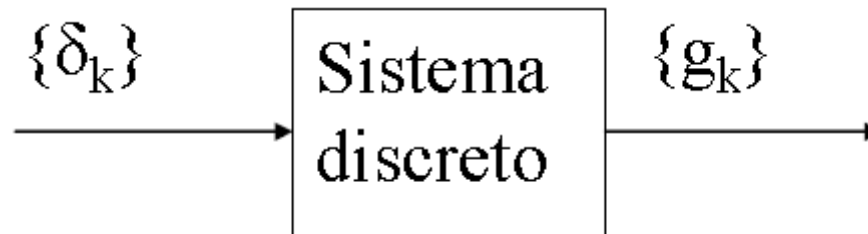
Ejemplo: Movimiento individual de los coches en una autopista

Secuencia de ponderación



Para un sistema discreto lineal e invariante, es la secuencia de salida cuando la de entrada es $\{\delta_k\}$

$$\{\delta_k\} = \{1, 0, 0, \dots\}$$



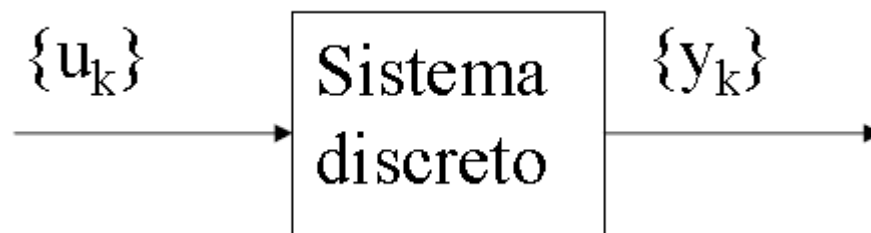
Convolución:

$$\{y_k\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} u_i \cdot \{g_{k-i}\} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} g_i \cdot \{u_{k-i}\}$$

Sistemas discretos



Son algoritmos que permiten transformar una secuencia en otra:



Nos interesan los lineales, causales, dinámicos e invariantes, que se pueden expresar como ecuaciones en diferencias:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + \dots + a_n y_{k-n} + b_0 u_k + \dots + b_m u_{k-m}$$

Estabilidad



Un sistema discreto es estable, si ante cualquier secuencia de entrada acotada, la secuencia de salida también está acotada.

Condiciones necesarias:

- $\{g_k\}$ acotada
- $\lim_{k \rightarrow \infty} g_k = 0$

Condición necesaria y suficiente:

$$- \sum_{k=-\infty}^{\infty} |g_k| < \infty$$

Matemáticas Discretas



- ❑ Son un área de las matemáticas encargadas del estudio de los conjuntos discretos: finitos o infinitos numerables.
- ❑ Los procesos en matemáticas discretas son contables, como por ejemplo, los números enteros, grafos y sentencias de lógica.
- ❑ Las gráficas en matemáticas discretas vienen dadas por un conjunto finito de puntos que se pueden contar por separado; es decir, sus variables son discretas o digitales, mientras que las gráficas en cálculo son trazos continuos de rectas o curvas; es decir, sus variables son continuas o analógicas.

Teléfonos Móviles



Los teléfonos móviles con pantallas táctiles, la televisión paga con cientos de canales y servicios virtuales de alquiler de películas, o Internet mismo, con su infinidad de posibilidades, son las formas de entretenimiento favoritas de la actualidad a nivel global. Ahora bien, si visitáramos las compañías que fabrican los dispositivos, o que diseñan y desarrollan los servicios antes mencionados, nos encontraríamos con grandes departamentos de control de calidad, que no hacen otra cosa que analizar, a través de modelos matemáticos, posibles interacciones entre usuarios y sistemas, potenciales fallas, y que buscan mejorar el producto final, tan sólo basados en pruebas y sus números resultantes.

Ejemplo



Supongamos que disponemos de un servicio de video bajo demanda, y que, a la hora de pagar por una determinada película, se nos pregunta si tenemos un cupón de descuento. En ese momento, asimismo, se nos comunica que, dado que estamos en una semana de promoción, se aplicará una bonificación de una equis cantidad. Todo esto, si tuviéramos que hacerlo a mano, para un cliente en particular, no sería muy complicado; con papel, lápiz y una calculadora, resolveríamos el precio final. Pero en el caso de una plataforma con la que interactúan millones de personas por día, es necesario confeccionar y testear rigurosamente todas las posibles combinaciones para evitar, por ejemplo, que un cupón se utilice más de una vez, o después de su vencimiento, entre otras potenciales violaciones al sistema.

Gracias por su Atención



"No importa los objetivos que nos marcamos
sino los caminos que usamos para alcanzarlos".

PETER BAMM.