



RUTAS DEL APRENDIZAJE

Versión 2015

¿Qué y cómo aprenden nuestros
niños y niñas?



Área Curricular

Matemática

3.º y 4.º grados de Educación Primaria



PERÚ

Ministerio
de Educación

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja

Lima, Perú

Teléfono 615-5800

www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 228,100 ejemplares

Elaboración:

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo, Giovanna Karito Piscocoya Rojas, Pedro David Collanqui Díaz, Marisol Zelarayan Aduato. María Isabel Díaz Maguiña. SINEACE - Programa de Estándares de Aprendizaje: Gina Patricia Paz Huamán, Lilian Edelmira Isidro Cámac.

Colaboradores:

Félix Rosales Huerta, Elwin Contreras, Edith Bustamante, Sonia Laquita, Lorena Puente de la Vega, Alicia Veiga, Ramiro Febres, José Raúl Salazar La Madrid, Guillermo Liu, Fernando Escudero, Rodrigo Valera, Andrea Soto.

Cuidado de edición:

Fernando Carbajal Orihuela.

Corrección de estilo:

Gustavo Pérez Lavado.

Ilustraciones:

Gloria Arredondo Castillo.

Diseño y diagramación:

Hungria Alipio Saccatoma.

Fotografías:

Paula Yzaguirre, Félix Rosales, Elba Mayna.

Impreso por:

Quad/Graphics Perú S.A.

Av. Los Frutales 344 Ate – Lima

RUC: 20371828851

© Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este material por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N° 2015 - 03215

Impreso en el Perú / Printed in Peru

En vista de que en nuestra opinión, el lenguaje escrito no ha encontrado aún una manera satisfactoria de nombrar a ambos géneros con una sola palabra, en este fascículo se ha optado por emplear términos en masculino para referirse a ambos géneros.

Índice

Presentación	Pág. 5
Introducción	7
1. Fundamentos y definiciones	8
1.1 ¿Por qué aprender matemática?	8
1.2 ¿Para qué aprender matemática?	10
1.3 ¿Cómo aprender matemática?	12
2. Competencias y capacidades	16
2.1 Competencias matemáticas.....	18
1. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	18
2. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	20
3. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	22
4. Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	24
2.2 Capacidades matemáticas	25
Capacidad 1: Matematiza situaciones	25
Capacidad 2: Comunica y representa ideas matemáticas	26
Capacidad 3: Elabora y usa estrategias	28
Capacidad 4: Razona y argumenta generando ideas matemáticas	29
2.3 ¿Cómo se desarrolla las competencias en el IV ciclo?	30
2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.....	30
2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	49
2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	62
2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	73

3. Orientaciones didácticas	81
3.1 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad	81
3.1.1 Estrategias para la construcción del número	81
3.1.2 Estrategias para la resolución de problemas	86
3.1.3 Estrategias para sumar o restar fracciones	105
3.1.4 Estrategias de cálculo multiplicativos	105
3.1.5 Estrategias de cálculo mental	107
3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio	108
3.2.1 Patrones de repetición geométricos con simetría	108
3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización	123
3.3.1 Estrategias didácticas	123
3.4 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre	133
3.4.1 Situaciones de gestión de datos	133
3.4.2 Juegos para usar la probabilidad	137
3.4.3 Uso de materiales manipulativos	141
Referencias bibliográficas	142
Anexo 1: Matrices de las cuatro competencias	144
Anexo 2: Mapas de progreso	152

Presentación

Las Rutas del Aprendizaje son orientaciones pedagógicas y didácticas para una enseñanza efectiva de las competencias de cada área curricular. Ponen en manos de nosotros, los docentes, pautas útiles para los tres niveles educativos de la Educación Básica Regular: Inicial, Primaria y Secundaria.

Presentan:

- Los enfoques y fundamentos que permiten entender el sentido y las finalidades de la enseñanza de las competencias, así como el marco teórico desde el cual se están entendiendo.
- Las competencias que deben ser trabajadas a lo largo de toda la escolaridad, y las capacidades en las que se desagregan. Se define qué implica cada una, así como la combinación que se requiere para su desarrollo.
- Los estándares de las competencias, que se han establecido en mapas de progreso.
- Los indicadores de desempeño para cada una de las capacidades, por grado o ciclos, de acuerdo con la naturaleza de cada competencia.
- Orientaciones didácticas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de las competencias.

Definiciones básicas que nos permiten entender y trabajar con las Rutas del Aprendizaje:

1. Competencia

Llamamos competencia a la facultad que tiene una persona para actuar conscientemente en la resolución de un problema o el cumplimiento de exigencias complejas, usando flexible y creativamente sus conocimientos y habilidades, información o herramientas, así como sus valores, emociones y actitudes.

La competencia es un aprendizaje complejo, pues implica la transferencia y combinación apropiada de capacidades muy diversas para modificar una circunstancia y lograr un determinado propósito. Es un saber actuar contextualizado y creativo, y su aprendizaje es de carácter longitudinal, dado que se reitera a lo largo de toda la escolaridad. Ello a fin de que pueda irse complejizando de manera progresiva y permita al estudiante alcanzar niveles cada vez más altos de desempeño.

2. Capacidad

Desde el enfoque de competencias, hablamos de «capacidad» en el sentido amplio de «capacidades humanas». Así, las capacidades que pueden integrar una competencia combinan saberes de un campo más delimitado, y su incremento genera nuestro desarrollo competente. Es fundamental ser conscientes de que si

bien las capacidades se pueden enseñar y desplegar de manera aislada, es su combinación (según lo que las circunstancias requieran) lo que permite su desarrollo. Desde esta perspectiva, importa el dominio específico de estas capacidades, pero es indispensable su combinación y utilización pertinente en contextos variados.

3. Estándar nacional

Los estándares nacionales de aprendizaje se establecen en los Mapas de progreso y se definen allí como «metas de aprendizaje» en progresión, para identificar qué se espera lograr respecto de cada competencia por ciclo de escolaridad. Estas descripciones aportan los referentes comunes para monitorear y evaluar aprendizajes a nivel de sistema (evaluaciones externas de carácter nacional) y de aula (evaluaciones formativas y certificadoras del aprendizaje). En un sentido amplio, se denomina estándar a la definición clara de un criterio para reconocer la calidad de aquello que es objeto de medición y pertenece a una misma categoría. En este caso, como señalan los mapas de progreso, se indica el grado de dominio (o nivel de desempeño) que deben exhibir todos los estudiantes peruanos al final de cada ciclo de la Educación Básica con relación a las competencias.

Los estándares de aprendizaje no son instrumentos para homogeneizar a los estudiantes, ya que las competencias a que hacen referencia se proponen como un piso, y no como un techo para la educación escolar en el país. Su única función es medir logros sobre los aprendizajes comunes en el país, que constituyen un derecho de todos.

4. Indicador de desempeño

Llamamos desempeño al grado de desenvolvimiento que un estudiante muestra en relación con un determinado fin. Es decir, tiene que ver con una actuación que logra un objetivo o cumple una tarea en la medida esperada. Un indicador de desempeño es el dato o información específica que sirve para planificar nuestras sesiones de aprendizaje y para valorar en esa actuación el grado de cumplimiento de una determinada expectativa. En el contexto del desarrollo curricular, los indicadores de desempeño se encuentran asociados al logro de una determinada capacidad. Así, una capacidad puede medirse a través de más de un indicador.

Estas Rutas del Aprendizaje se han ido publicando desde el 2012 y están en revisión y ajuste permanente, a partir de su constante evaluación. Es de esperar, por ello, que en los siguientes años se sigan ajustando en cada una de sus partes. Estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolas en las próximas reediciones, de manera que sean más pertinentes y útiles para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

Introducción

El presente fascículo es la segunda versión de Rutas del Aprendizaje, mejorada y más completa, fruto del trabajo de investigación y validación en las aulas, del que tú formaste parte con tu opinión y tus sugerencias en los diversos talleres y eventos. Esta nueva versión te proporciona pautas para responder a dos preguntas fundamentales: ¿qué enseñar? y ¿cómo enseñar? El qué enseñar se relaciona con los contenidos y las capacidades, y el cómo enseñar, con la variedad de estrategias y recursos que te permitirán generar aprendizajes significativos en los niños.

Sin duda, la matemática cobra mayor significado y se aprende mejor cuando se aplica directamente a situaciones de la vida real. Nuestros estudiantes sienten mayor satisfacción cuando pueden relacionar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que saben y con la realidad que los rodea. Esa es una matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de las relaciones humanas y sus logros van hacia ellas.

Por otro lado, la sociedad actual requiere de ciudadanos reflexivos, críticos, capaces de asumir responsabilidades en su conducción, y la matemática debe ser un medio para ello, formando estudiantes con autonomía, conscientes de qué aprenden, cómo aprenden y para qué aprenden. En este sentido, es muy importante el rol del docente como agente mediador, orientador y provocador de formas de pensar y reflexionar durante las actividades matemáticas. Conscientes de esta responsabilidad, mediante el presente fascículo te brindamos una herramienta pedagógica orientadora para generar esos aprendizajes. Con tal fin, se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las capacidades matemáticas configurando el desarrollo de la competencia.

En el presente fascículo encontrarás:

Capítulo I: los fundamentos teóricos de por qué y para qué se aprende matemática, asumiendo la resolución de problemas como la centralidad del quehacer matemático.

Capítulo II: los elementos curriculares que permiten generar aprendizajes significativos, así como los estándares de aprendizaje que constituyen los hitos o las metas de aprendizaje a donde deben llegar los estudiantes al culminar el IV ciclo.

Capítulo III: las orientaciones didácticas en cada una de las competencias que te guiarán para lograr los aprendizajes significativos en los estudiantes.

Finalmente, es necesario señalar que la intención del presente fascículo no es entregar recetas “aplicables” de manera directa y mecánica, sino proporcionar herramientas pedagógicas que, haciendo las adaptaciones convenientes, puedan servir para generar aprendizajes en los niños y así complementen y refuercen tu labor cotidiana.

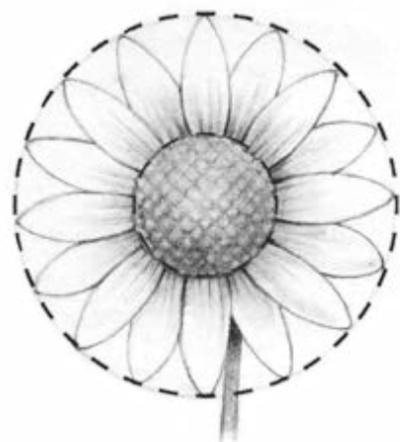
1. Fundamentos y definiciones

1.1 ¿Por qué aprender matemática?

Permite entender el mundo y desenvolvernosen él.

La matemática está presente en diversos espacios de la actividad humana, tales como actividades familiares, sociales, culturales o en la misma naturaleza. También se encuentra en nuestras actividades cotidianas. Por ejemplo, al comprar el pan y pagar una cantidad de dinero por ello, al trasladarnos todos los días al trabajo en determinado tiempo, al medir y controlar la temperatura de algún familiar o allegado, al elaborar el presupuesto familiar o de la comunidad, etc.

Las formas de la naturaleza y las regularidades que se presentan en ella pueden ser comprendidas desde las nociones matemáticas de la geometría y de los patrones. La matemática nos permite entenderlas, representarlas y recrearlas.



Asimismo, el mundo en que vivimos se mueve y cambia rápidamente; por ello, es necesario que nuestra sociedad actual demande una cultura matemática para aproximarse, comprender y asumir un rol transformador en el entorno complejo y global de la realidad. En este sentido, se requiere el desarrollo de habilidades básicas que nos permitan desenvolvernosen la vida cotidiana para relacionarnos con el entorno, con el mundo del trabajo, de la producción y del estudio.

De lo dicho se desprende que la matemática está incorporada en las diversas actividades de las personas, de tal manera que se ha convertido en clave esencial para poder transformar y comprender nuestra cultura y generar espacios que propicien el uso, reconocimiento y valoración de los conocimientos matemáticos propios.

En los pueblos originarios también se reconocen prácticas propias y formas de estructurar la realidad como, por ejemplo, agrupar objetos o animales en grupos de 2 o 3, adoptando un sistema de numeración binario o terciario. Ello nos conduce a la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas asumiendo un rol participativo en diversos ámbitos del mundo moderno, pues se requiere el ejercicio de la ciudadanía con sentido crítico y creativo. La matemática aporta en esta perspectiva cuando es capaz de ayudarnos a cuestionar hechos, datos y situaciones sociales, interpretándolas y explicándolas.



Diseñar y elaborar una cometa es una actividad divertida y mediante la cual se pueden construir conocimientos geométricos y de medida.

Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología, por lo tanto, para el desarrollo de las sociedades.

En la actualidad, las aplicaciones matemáticas ya no representan un patrimonio únicamente apreciable en la física, ingeniería o astronomía, sino que han desencadenado progresos espectaculares en otros campos científicos. Por ejemplo, especialistas médicos leen obras sobre la teoría de la información, los psicólogos estudian tratados de teoría de la probabilidad, etc. Así, existen muchas evidencias para que los más ilustres pensadores y científicos hayan aceptado sin reparos que en los últimos tiempos se ha vivido un intenso periodo de desarrollo matemático.



En este contexto, las ciencias se sirven de la matemática como medio de comunicación, pues hay un lenguaje común que es el lenguaje matemático para todas las civilizaciones por muy diferentes que sean, y este saber está constituido por las ciencias y la matemática. La razón está en que las leyes de la naturaleza son idénticas en todas partes. En este sistema comunicativo-representativo está escrito el desarrollo de las demás ciencias; gracias a él ha habido un desarrollo dinámico y combinado de la ciencia-tecnología que ha cambiado la vida del ciudadano moderno.

Al día de hoy, la necesidad de desarrollar competencias y capacidades matemáticas se ha hecho no solo indispensable, sino apremiante para el ejercicio de cualquier actividad científica en la que tanto ciencias como humanidades han recibido ya visiblemente su tremendo impacto.

Promueve una participación ciudadana que demanda toma de decisiones responsables y conscientes.

La formación de ciudadanos implica desarrollar una actitud problematizadora capaz de cuestionarse ante los hechos, los datos y las situaciones sociales; así como sus interpretaciones y explicaciones por lo que se requiere saber más allá de las cuatro operaciones y exige, en la actualidad, la comprensión de los números en distintos contextos, la interpretación de datos estadísticos, etc. El dominio de la matemática para el ejercicio de la ciudadanía requiere no solo conocer el lenguaje matemático y hechos, conceptos y algoritmos, que le permitirá interpretar algunas situaciones de la realidad relacionadas con la cantidad, forma, cambio o la incertidumbre, sino también procesos más complejos como la matematización de situaciones y la resolución de problemas (Callejo de la Vega, 2000).

En virtud de lo señalado, los niños deben aprender matemática porque:

- Permite comprender el mundo y desenvolvernos adecuadamente en él.
- Es la base para el progreso de la ciencia y la tecnología; por ende, para el desarrollo de las sociedades.
- Proporciona las herramientas necesarias para desarrollar una práctica ciudadana responsable y consciente.

1.2 ¿Para qué aprender matemática?

La finalidad de la matemática en el currículo es desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones, que permitan a los niños interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, el planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones y demostraciones; comunicarse y otras habilidades, así como el desarrollo de métodos y actitudes útiles para ordenar, cuantificar y medir hechos y fenómenos de la realidad e intervenir conscientemente sobre ella.

El pensar matemáticamente es un proceso complejo y dinámico que resulta de la interacción de varios factores (cognitivos, socioculturales, afectivos, entre otros), el cual promueve en los niños formas de actuar y construir ideas matemáticas a partir de diversos contextos (Cantoral Uriza, 2000). Por ello, para pensar matemáticamente tenemos que ir más allá de los fundamentos de la matemática y la práctica exclusiva de los matemáticos, y tratar de entender que se trata de aproximarnos a todas las formas posibles de razonar, formular hipótesis, demostrar, construir, organizar, comunicar ideas y resolver problemas matemáticos que provienen de un contexto cotidiano, social, laboral, científico, etc.

En este sentido, se espera que los estudiantes aprendan matemática desde los siguientes propósitos:

- **La matemática es funcional.** Se busca proporcionar las herramientas matemáticas básicas para su desempeño en contexto social, es decir, en la toma de decisiones que orientan su proyecto de vida. Es de destacar aquí la contribución de la matemática a cuestiones tan relevantes como los fenómenos políticos, económicos, ambientales, de infraestructura, transportes o movimientos poblacionales.

- **La matemática es instrumental.** Todas las profesiones requieren una base de conocimientos matemáticos y, en algunas, como en la matemática pura, en la física, en la estadística o en la ingeniería, la matemática es imprescindible.

En la práctica diaria de las ciencias se hace uso de la matemática. Los conceptos con que se formulan las teorías científicas son esencialmente conceptos matemáticos. Por ejemplo, en el campo biológico, muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de cabello, peso al nacer, estatura, etc. Sin embargo, la probabilidad permite describir estas características.

- **La matemática es formativa.** El desenvolvimiento de las competencias matemáticas propicia el desarrollo de capacidades, conocimientos, procedimientos y estrategias cognitivas, tanto particulares como generales, que promuevan un pensamiento abierto, creativo, crítico, autónomo y divergente.

Así, la matemática posee valores formativos innegables, tales como:

- Desarrollar en los niños capacidades y actitudes para determinar hechos, establecer relaciones, deducir consecuencias y, en definitiva, potenciar su autonomía, su razonamiento, la capacidad de acción simbólica, el espíritu crítico, la curiosidad, la persistencia, la imaginación, la creatividad, la sistematicidad, etc.
- La utilidad para promover y estimular el diseño, elaboración y apreciación de formas artísticas, a través del material concreto, así como el uso de gráficos y esquemas para elaborar y descubrir patrones y regularidades.

- Estimular el trabajo cooperativo, el ejercicio de la crítica, la participación y colaboración, la discusión y defensa de las propias ideas, y para asumir la toma conjunta de decisiones.
- Desarrollar capacidades para el trabajo científico, la búsqueda, identificación y resolución de problemas.
- Las situaciones que movilizan este tipo de conocimiento, enriquecen a los niños al sentir satisfacción por el trabajo realizado al hacer uso de sus competencias matemáticas.

1.3 ¿Cómo aprender matemática?

En diversos trabajos de investigación en antropología, psicología social y cognitiva, afirman que los estudiantes alcanzan un aprendizaje con alto nivel de significatividad cuando se vinculan con sus prácticas culturales y sociales.

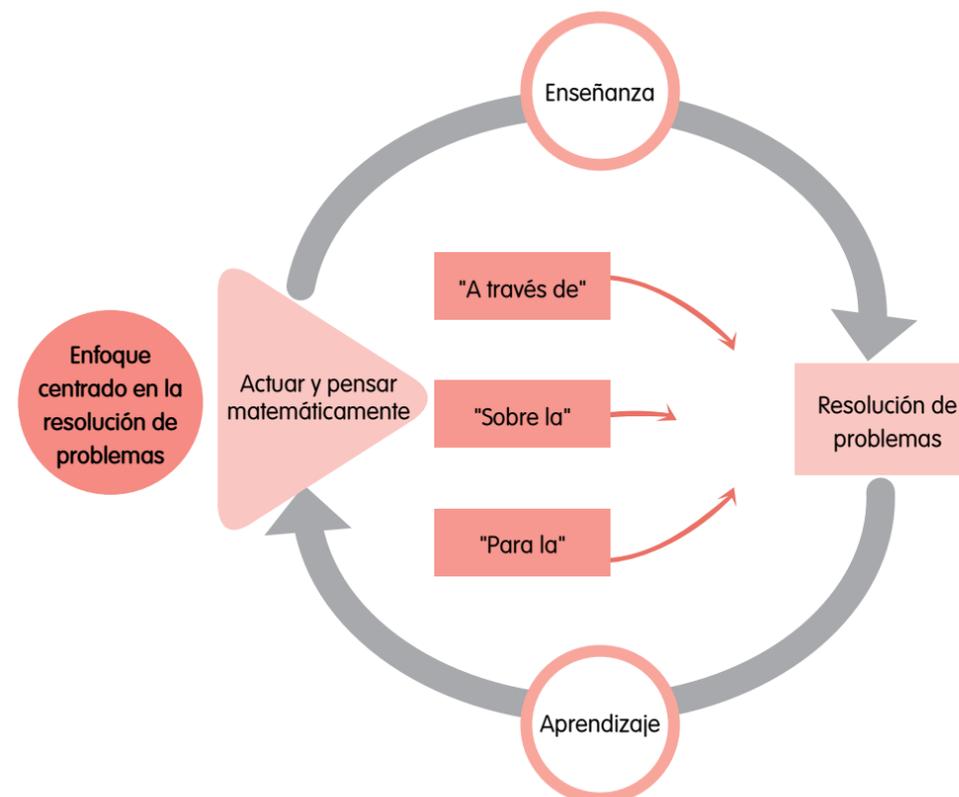
El cambio fundamental es pasar de un aprendizaje, en la mayoría de los casos memorístico de conocimientos matemáticos (como supuestos prerrequisitos para aprender a resolver problemas), a un aprendizaje enfocado en la construcción de conocimientos matemáticos a partir de la resolución de problemas.

Por otro lado, como lo expresó Freudenthal¹, esta visión de la práctica matemática escolar no está motivada solamente por la importancia de su utilidad, sino principalmente por reconocerla como una actividad humana; lo que implica que hacer matemática como proceso es más importante que la matemática como un producto terminado.

En este marco, se asume un enfoque centrado en la resolución de problemas con la intención de promover formas de enseñanza y aprendizaje a partir del planteamiento de problemas en diversos contextos. Como señaló Gaulin (2001), este enfoque adquiere importancia debido a que promueve el desarrollo de aprendizajes "a través de", "sobre" y "para" la resolución de problemas.

- **"A través de" la resolución de problemas** inmediatos y del entorno de los niños, como vehículo para promover el desarrollo de aprendizajes matemáticos, orientados en sentido constructivo y creador de la actividad humana.
- **"Sobre" la resolución de problemas**, que explicita el desarrollo de la comprensión del saber matemático, la planeación, el desarrollo resolutivo estratégico y metacognitivo, es decir, la movilidad de una serie de recursos y de competencias y capacidades matemáticas.
- **"Para" la resolución de problemas**, que involucran enfrentar a los niños de forma constante a nuevas situaciones y problemas. En este sentido, la resolución de problemas es el proceso central de hacer matemática; asimismo, es el medio principal para establecer relaciones de funcionalidad de la matemática con la realidad cotidiana.

¹ La educación matemática realista (EMR) fue fundada por el profesor alemán Hans Freudenthal (1905-1990).



La resolución de problemas como enfoque orienta y da sentido a la educación matemática, en el propósito que se persigue de desarrollar ciudadanos que "actúen y piensen matemáticamente" al resolver problemas en diversos contextos. Asimismo, orienta la metodología en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

El enfoque centrado en la resolución de problemas orienta la actividad matemática en el aula, situando a los niños en diversos contextos para crear, recrear, investigar, plantear y resolver problemas, probar diversos caminos de resolución, analizar estrategias y formas de representación, sistematizar y comunicar nuevos conocimientos, entre otros.



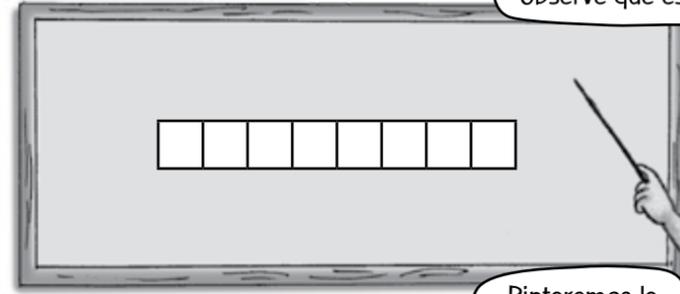
Rasgos esenciales del enfoque

- La resolución de problemas debe plantearse en situaciones de contextos diversos, pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático. Los estudiantes desarrollan competencias y se interesan en el conocimiento matemático, si le encuentran significado y lo valoran, y pueden establecer la funcionalidad matemática con situaciones de diversos contextos.
- La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas.
- La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. La resolución de problemas sirve de contexto para que los estudiantes construyan nuevos conceptos matemáticos, descubran relaciones entre entidades matemáticas y elaboren procedimientos matemáticos, estableciendo relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- Los problemas planteados deben responder a los intereses y necesidades de los niños. Es decir, deben presentarse retos y desafíos interesantes que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.
- La resolución de problemas permite a los niños hacer conexiones entre ideas, estrategias y procedimientos matemáticos que le den sentido e interpretación a su actuar en diversas situaciones.

El cambio fundamental, entonces, para enseñar y aprender matemática radica en proponer a los niños, en cada sesión de clase, situaciones o problemas que los obliguen todo el tiempo a actuar y pensar matemáticamente.

Un problema es un desafío, reto o dificultad a resolver y para el cual no se conoce de antemano una solución.

Una situación se describe como un acontecimiento significativo, que le da marco al planteamiento de problemas con cantidades, regularidades, formas, etc. Por ello, permite dar sentido y funcionalidad a las experiencias y conocimientos matemáticos que desarrollan los estudiantes.



A nuestro salón le ha tocado cultivar un cuarto del terreno del huerto. Ayer lo visité y observé que estaba dividido así:

Pintaremos la cuarta parte que nos corresponde.

Problemas en diversos contextos



LÚDICO



SOCIAL



CIENTÍFICO

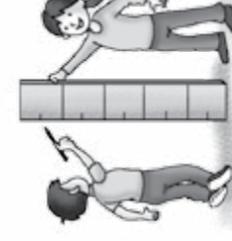
$$\begin{array}{r} (5-5) \times 568-65465 \\ 558 \times 8 (5-5) \times \\ 0.254 \end{array}$$

MATEMÁTICO

Rasgos esenciales del enfoque



La resolución de problemas debe plantearse en diversos contextos, lo que moviliza el pensamiento matemático.



La resolución de problemas orienta el desarrollo de competencias y capacidades matemáticas.



Sirve de contexto para construir, comprender y establecer relaciones entre experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.



La resolución de problemas responde a los intereses y necesidades de los niños.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El enfoque es el punto de partida para enseñar y aprender matemática

2. Competencias y capacidades

Los niños de hoy necesitan enfrentarse a los diferentes retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo.

Los niños en la educación básica regular tienen un largo camino por recorrer para desarrollar competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tengan disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU, 2014).

Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones, donde los niños construyen modelos, usan estrategias y generan procedimientos para la resolución de problemas, apelan a diversas formas de razonamiento y argumentación, realizan representaciones gráficas y se comunican con soporte matemático.

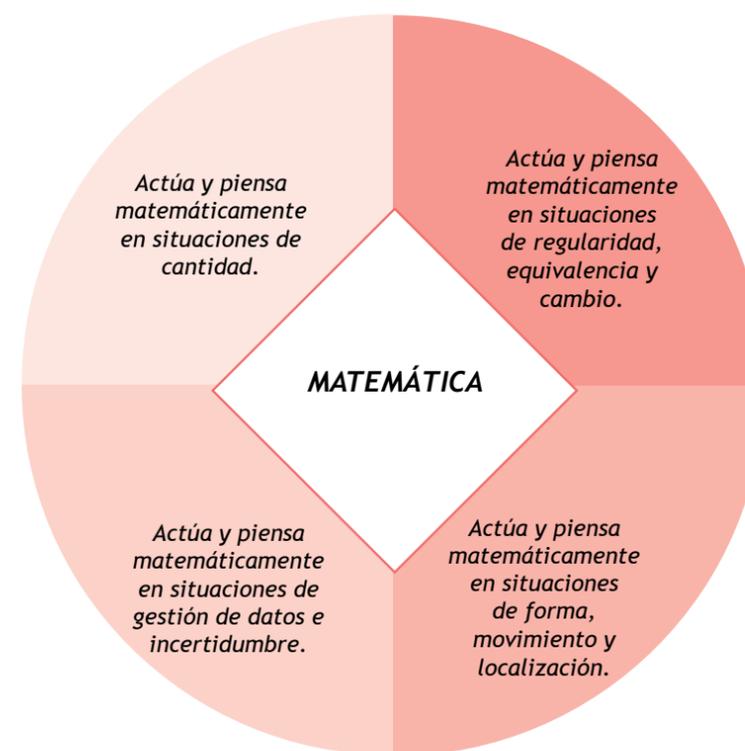
Según Freudenthal (citado por Bressan y otros 2004), la matemática es pensada como una actividad; así, el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones, es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es aplicable.
- Tratar la propia actividad matemática como materia prima para la reflexión, con miras a

De otro lado, pensar matemáticamente se define como el conjunto de actividades mentales u operaciones intelectuales que llevan al estudiante a entender y dotar de significado a lo que le rodea, resolver un problema sobre conceptos matemáticos, tomar una decisión o llegar a una conclusión en los que están involucrados procesos como la abstracción, justificación, visualización, estimación, entre otros (Cantoral, 2005; Molina, 2006; Carretero y Ascencio, 2008).

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD, 2012). En este sentido, la mayoría de países ha adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización y gestión de datos e incertidumbre.

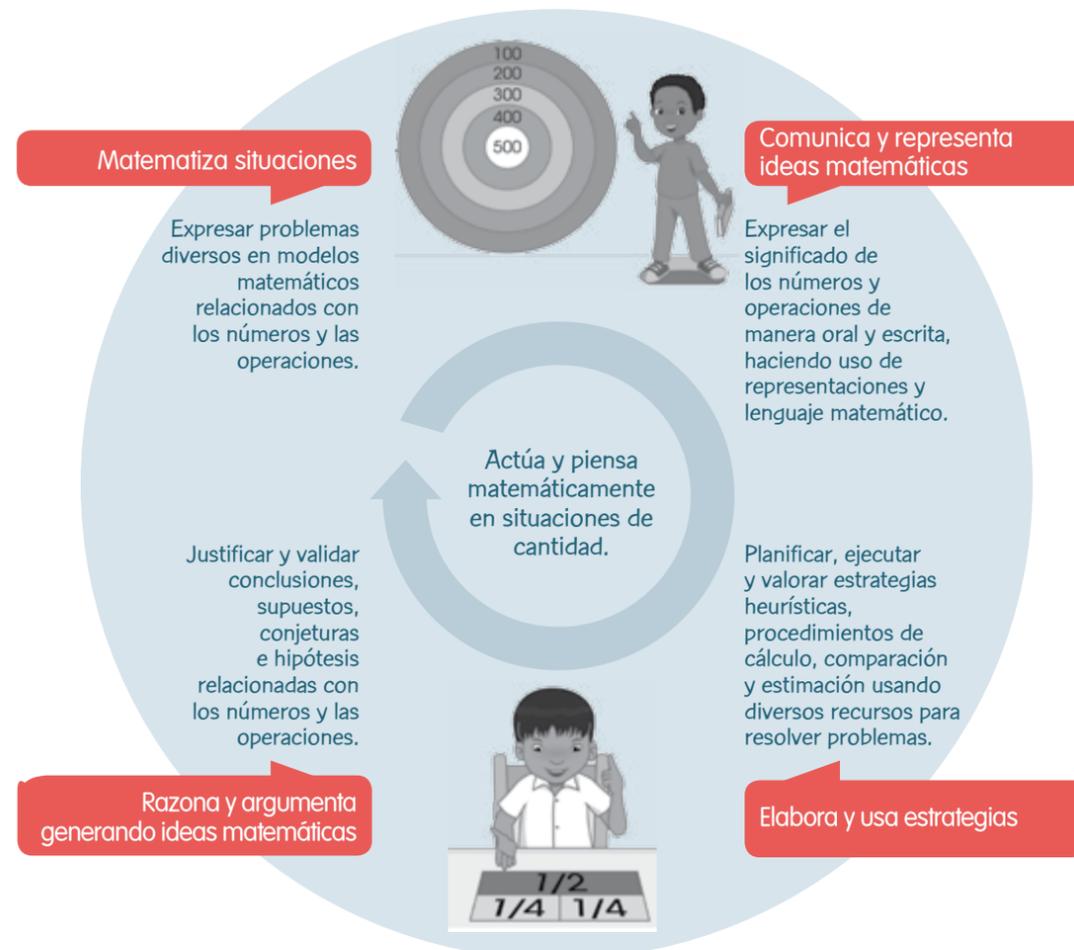


2.1 Competencias matemáticas

1 COMPETENCIA Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

En la actualidad, la presencia de la información cuantitativa se ha incrementado de forma considerable. Este hecho exige al ciudadano construir modelos de situaciones en las que se manifiesta el sentido numérico y de magnitud, lo cual va de la mano con la comprensión del significado de las operaciones y la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación.

Actuar y pensar en situaciones de cantidad implica resolver problemas relacionados con cantidades que se pueden contar y medir para desarrollar progresivamente el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación. Toda esta comprensión se logra a través del despliegue y la interrelación de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias para resolver problemas o al razonar y argumentar generando ideas matemáticas a través de sus conclusiones y respuestas.

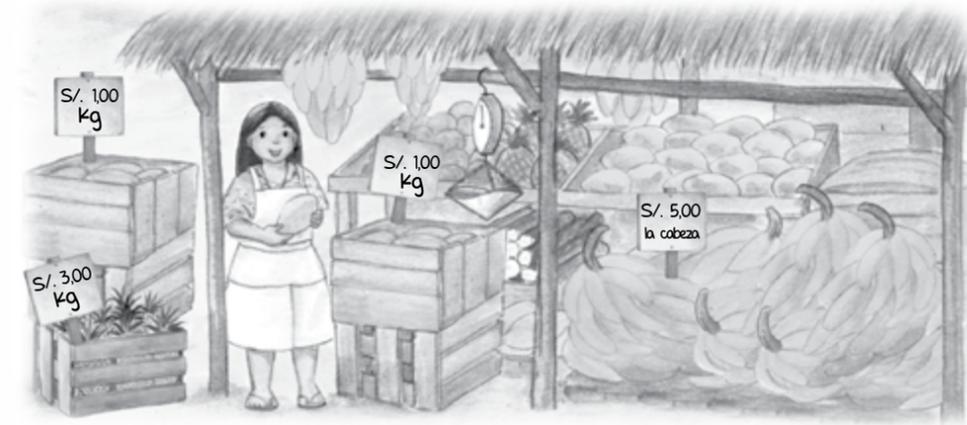


La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos.

Treffers (citado por Jan de Lange) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar los problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real.

Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada, 2000) menciona que es necesario poseer "un conjunto de capacidades, habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo".

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes vinculados con la aritmética asociada a la idea de cantidad, lo cual implica lo siguiente en el IV ciclo:



- Conocer los múltiples usos que les damos a los números naturales y a las fracciones.
- Representar los números y las fracciones en sus variadas formas.
- Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender las relaciones y las operaciones.
- Comprender el sistema de numeración decimal.
- Reconocer patrones numéricos con números de hasta cuatro cifras.
- Utilizar números para representar atributos medibles de objetos del mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.



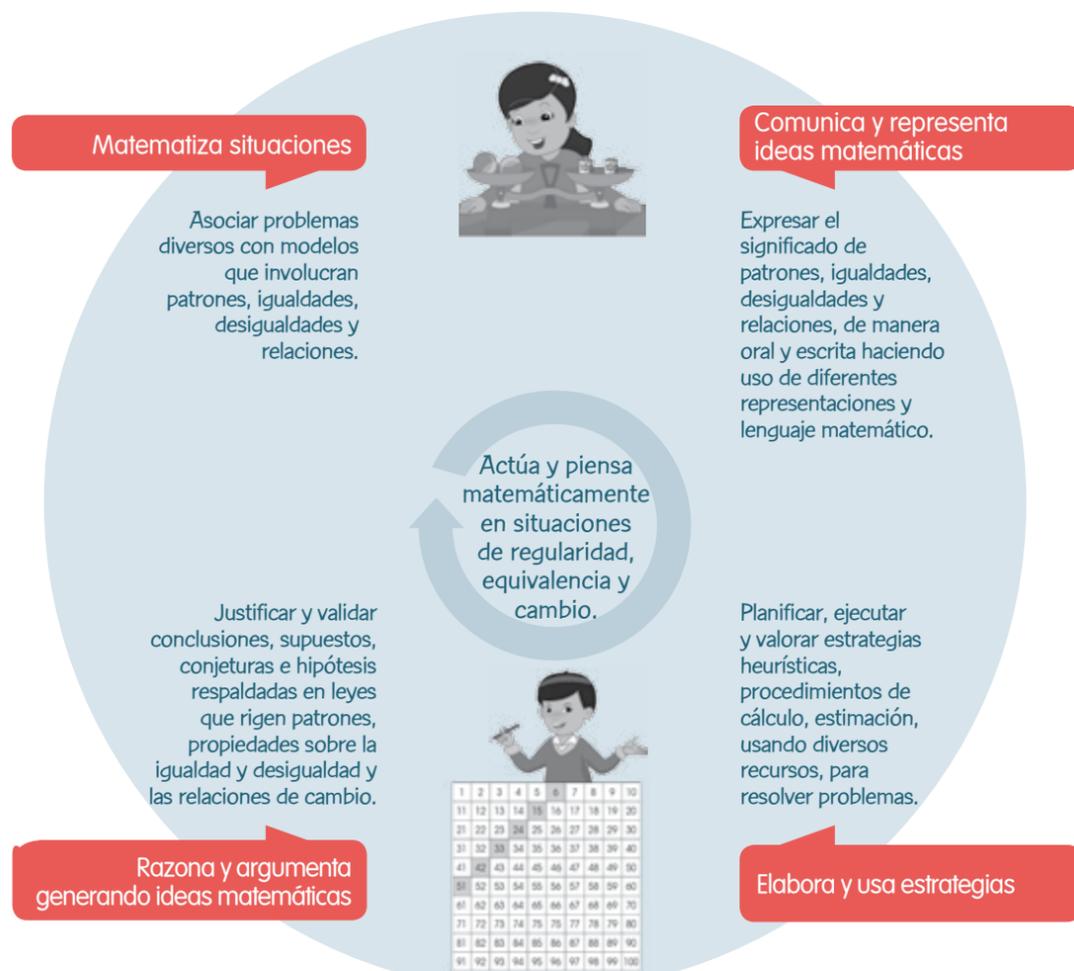
2 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

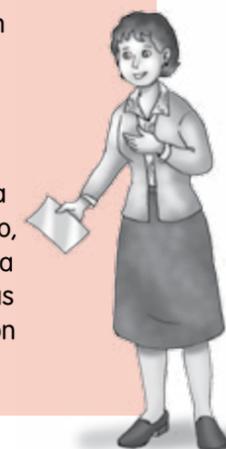
En el entorno se producen múltiples relaciones temporales y permanentes que se presentan en los diversos fenómenos naturales, económicos, demográficos, científicos, entre otros. Estas relaciones influyen en la vida del ciudadano exigiéndole que desarrolle capacidades matemáticas para interpretarlas, describirlas y modelarlas (OCDE, 2012). La interpretación de los fenómenos supone comprender los diferentes tipos de cambios y reconocer cuándo se presentan, con el propósito de utilizar modelos matemáticos para describirlos.

Actuar y pensar en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Por lo tanto, se requiere presentar el álgebra no solo como una traducción del lenguaje natural al simbólico, sino también usarla como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Las cuatro capacidades de esta competencia se definen de la siguiente manera:



Ana Bressan (2010) menciona que el descubrimiento de las leyes que rigen patrones, y su reconstrucción con base en estas mismas leyes, cumple un papel fundamental para el desarrollo del pensamiento matemático. Ambas actividades están vinculadas estrechamente con el proceso de generalización, que forma parte del razonamiento inductivo, entendido tanto como pasar de casos particulares a una propiedad común (conjetura o hipótesis), como transferir propiedades de una situación a otra. Asimismo, el estudio de patrones y la generalización de estos abren las "puertas" para comprender la noción de variable y de fórmula, así como para distinguir las formas de razonamiento inductivo y deductivo, y el valor de la simbolización matemática.



La competencia de Actuar y pensar matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio implica promover aprendizajes relacionados con el álgebra:

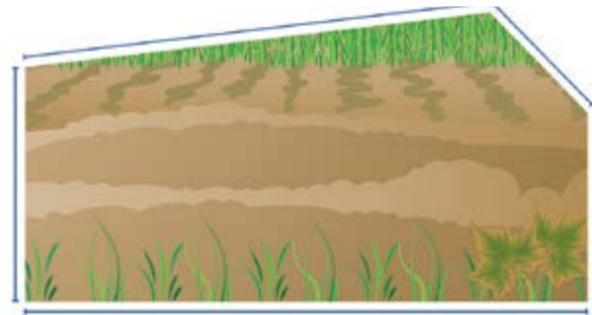
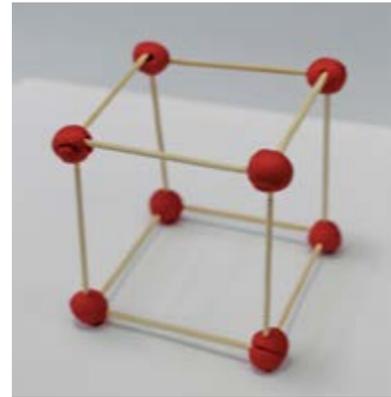
- Identificar, interpretar y representar regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los matemáticos.
- Comprender que un mismo patrón se puede hallar en situaciones diferentes, ya sean físicas, geométricas, aleatorias, numéricas, etc.
- Generalizar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a crear procesos de generalización.
- Interpretar y representar las condiciones de problemas, mediante igualdades o desigualdades.
- Determinar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas.
- Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real mediante funciones, con la finalidad de formular y argumentar predicciones.



3

COMPETENCIA

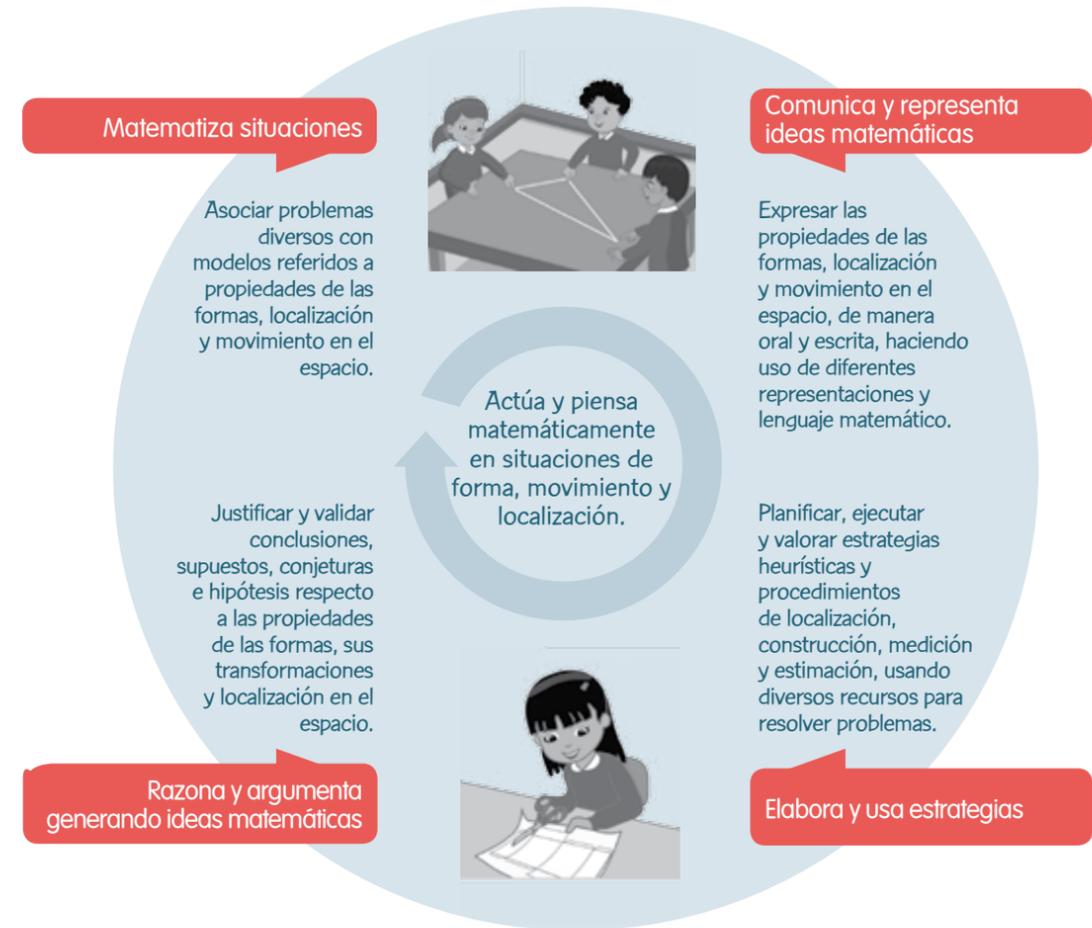
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización



En el mundo en que vivimos la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. En nuestro alrededor podemos encontrar una amplia gama de fenómenos visuales y físicos, las propiedades de los objetos, posiciones y direcciones, representaciones de los objetos, su codificación y decodificación (PISA, 2012). Esto nos muestra la necesidad de tener una percepción espacial, de comunicarnos en el entorno cotidiano haciendo uso de un lenguaje geométrico, así como de realizar medidas y vincularlas con otros aprendizajes matemáticos. En este sentido, aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).

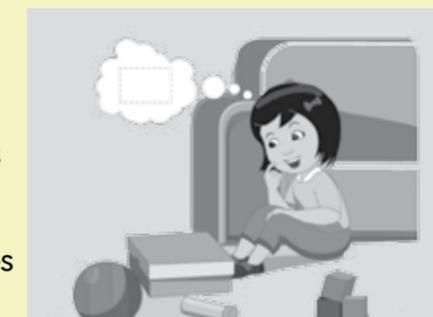
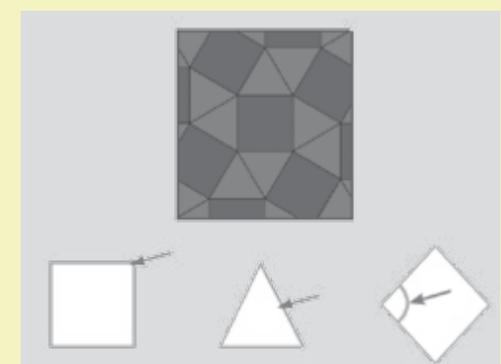
Actuar y pensar en situaciones de forma, movimiento y localización implica desarrollar progresivamente el sentido de la ubicación en el espacio, la interacción con los objetos, la comprensión de propiedades de las formas y cómo se interrelacionan, así como la aplicación de estos conocimientos al resolver diversos problemas. Esto involucra el despliegue de las cuatro capacidades: matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias y razonar y argumentar generando ideas matemáticas.

Estas cuatro capacidades matemáticas se interrelacionan entre sí, para lograr que el estudiante sea capaz de desarrollar una comprensión profunda de las propiedades y relaciones entre las formas geométricas, así como la visualización, la localización y el movimiento en el espacio; todo lo cual permite resolver diversos problemas.



Esta forma de promover aprendizajes relacionados con la geometría involucra lo siguiente:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir de forma oral y gráfica trayectos y posiciones de objetos y personas, para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos de formas bidimensionales y tridimensionales, con diferentes formas y materiales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características, para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar su validez.
- Estimar, medir y calcular longitudes y superficies usando unidades arbitrarias.

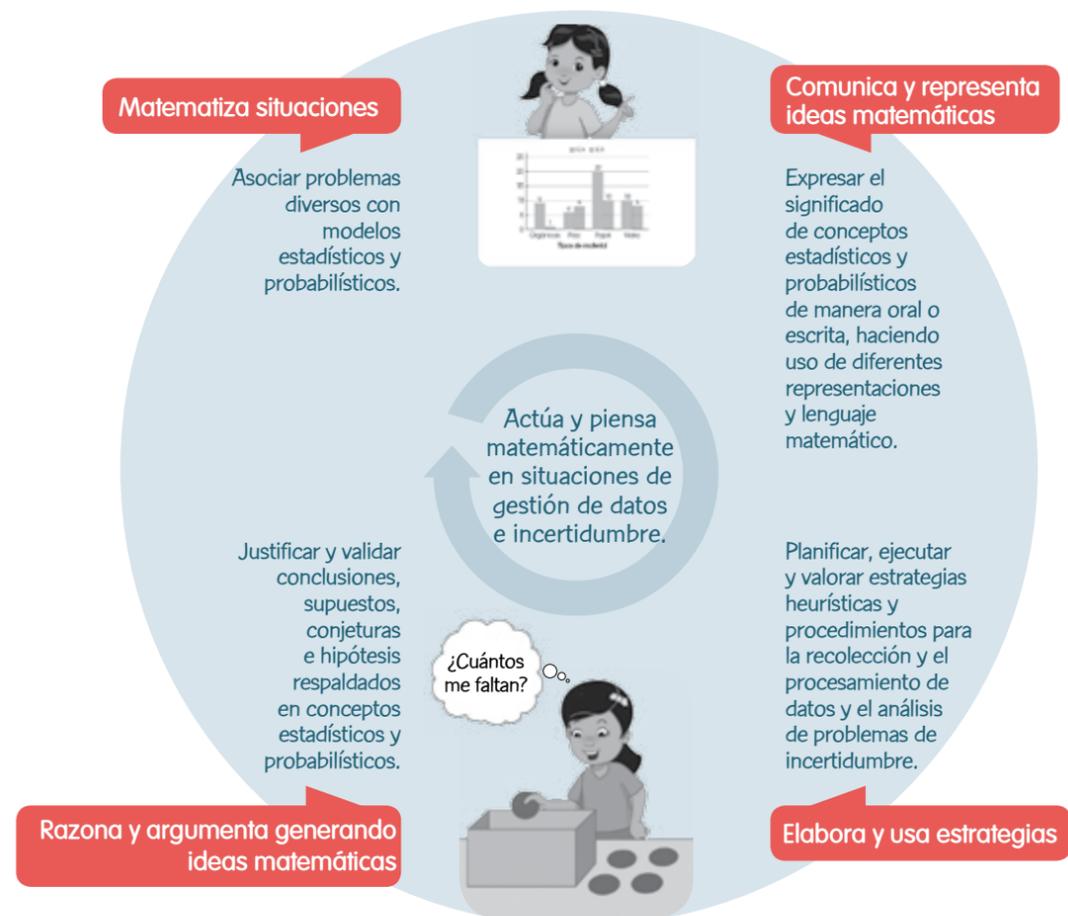


4 COMPETENCIA

Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

En la actualidad, nos encontramos en un contexto social cambiante e impredecible, donde la información, el manejo del azar y la incertidumbre juega un papel relevante. En este contexto, la información es presentada de diversas formas; por ejemplo, los resultados de las encuestas se presentan en diagramas y gráficos, motivo por el cual la estadística se convierte en una herramienta para comprender el mundo y actuar sobre él. De otro lado, también se presentan situaciones de azar, impredecibles y de incertidumbre en la que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma de tomar decisiones, es por ello que la probabilidad se presenta como una herramienta matemática para fomentar el pensamiento aleatorio y estas nociones se desarrollarán de forma intuitiva e informal en el nivel primario.

Actuar y pensar en situaciones de gestión de datos e incertidumbre implica desarrollar progresivamente la comprensión sobre la recopilación y el procesamiento de datos, su interpretación y valoración, y el análisis de situaciones de incertidumbre. Esto involucra el despliegue de las capacidades de matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias, razonar y argumentar generando ideas matemáticas.



2.2 Capacidades matemáticas

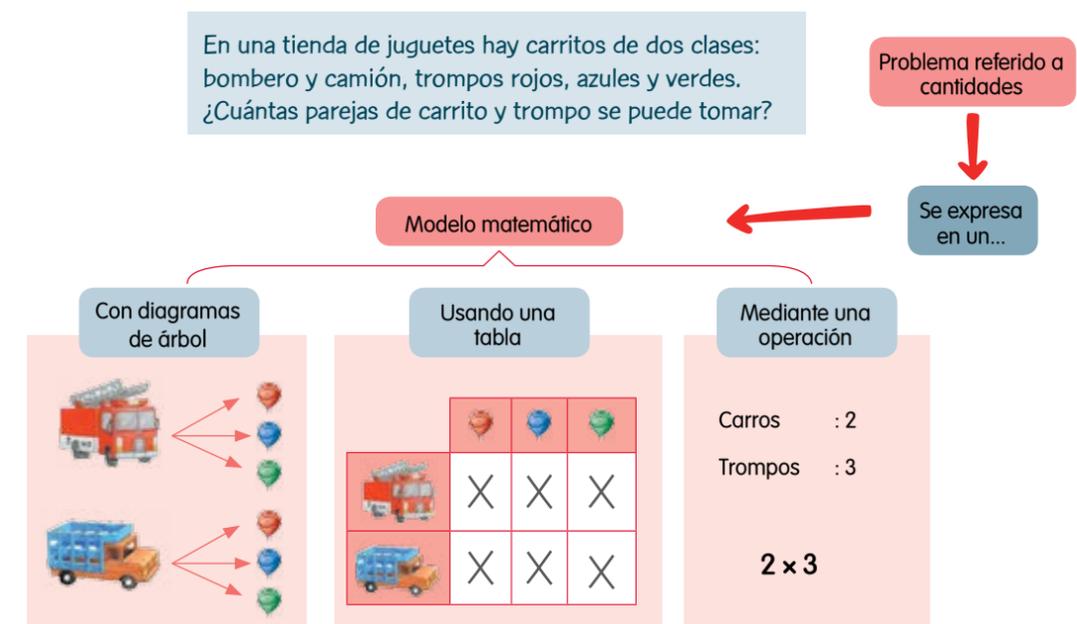
Capacidad 1 Matematiza situaciones

Es la capacidad de expresar en un modelo matemático, un problema reconocido en una situación. En su desarrollo se usa, interpreta y evalúa el modelo matemático, de acuerdo con el problema que le dio origen. Por ello, esta capacidad implica:

- Identificar características, datos, condiciones y variables del problema que permitan construir un sistema de características matemáticas (modelo matemático), de tal forma que reproduzca o imite el comportamiento de la realidad.
- Usar el modelo obtenido estableciendo conexiones con nuevas situaciones en las que puede ser aplicable. Esto permite reconocer el significado y la funcionalidad del modelo en situaciones similares a las estudiadas.
- Contrastar, valorar y verificar la validez del modelo



Por ejemplo, un estudiante expresar un problema con diferentes modelos:

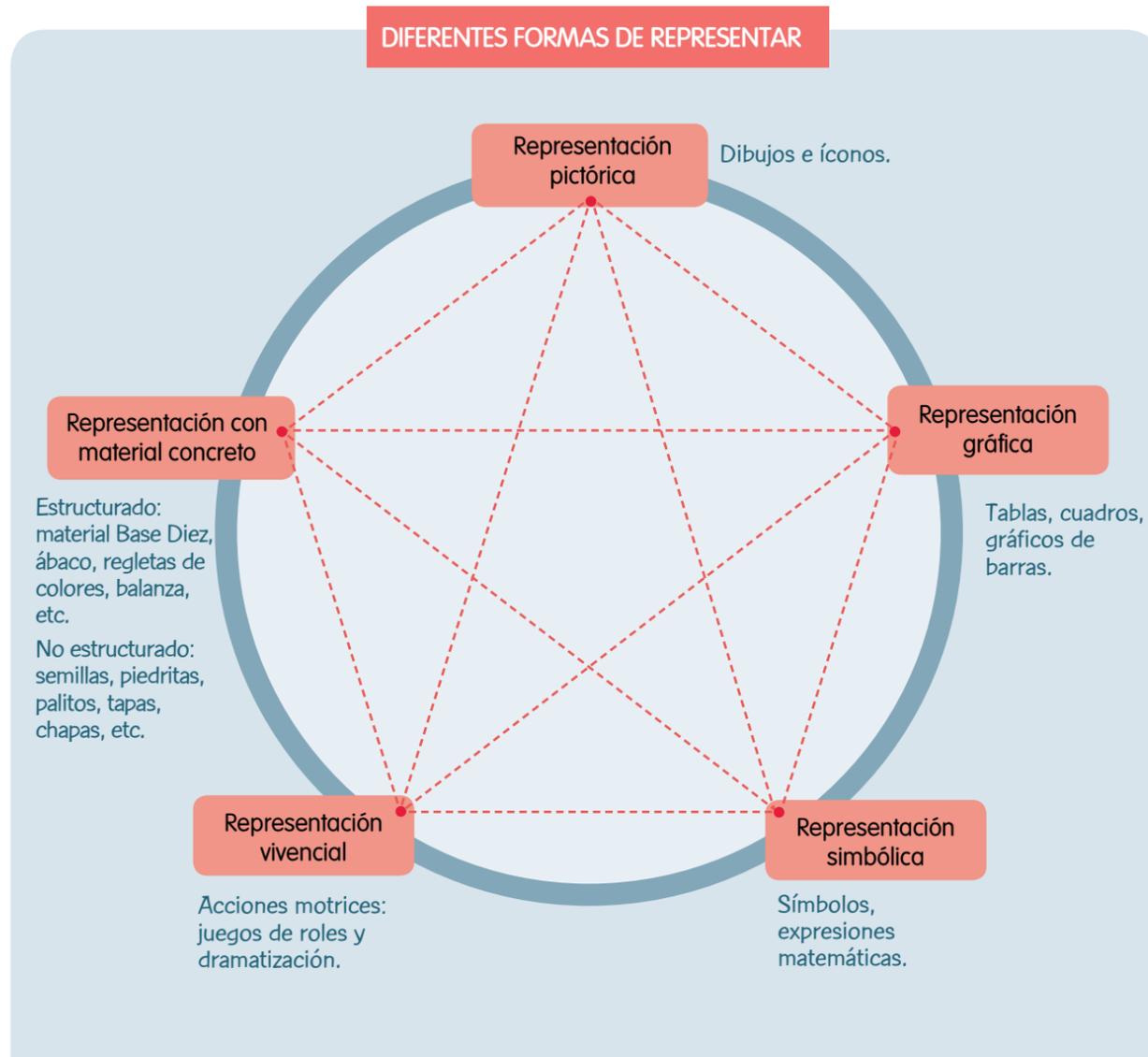


La matematización destaca la relación entre las situaciones reales y la matemática, resaltando la relevancia del modelo matemático, el cual se define como un sistema que representa y reproduce las características de una situación del entorno. Este sistema está formado por elementos que se relacionan y por operaciones que describen cómo interactúan dichos elementos, haciendo más fácil la manipulación o el tratamiento de la situación (Lesh y Doerr, 2003).

Capacidad 2 Comunica y representa ideas matemáticas

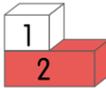
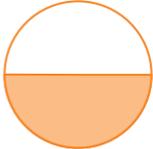
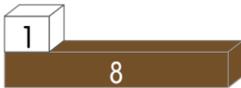
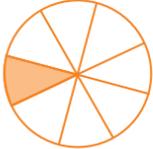
Es la capacidad de comprender el significado de las ideas matemáticas y expresarlas de forma oral y escrita¹ usando el lenguaje matemático y diversas formas de representación con material concreto, gráfico, tablas y símbolos, y transitando de una representación a otra.

La comunicación es la forma de expresar y representar información con contenido matemático, así como la manera en que se interpreta (Niss,2002). Las ideas matemáticas adquieren significado cuando se usan diferentes representaciones y se es capaz de transitar de una representación a otra, de tal forma que se comprende la idea matemática y la función que cumple en diferentes situaciones.



¹ Entendemos por representación escrita también lo gráfico y lo visual.

Por ejemplo, un estudiante puede representar distintas fracciones con diferentes representaciones:

En forma vivencial	Con regletas	Con gráficos	Con símbolos
			$\frac{1}{2}$ Se lee: un medio
			$\frac{1}{8}$ Se lee: un octavo

En los primeros grados de la educación primaria, el proceso de construcción del conocimiento matemático se vincula estrechamente con el proceso de desarrollo del pensamiento del niño. Este proceso comienza con un reconocimiento a través de su cuerpo interactuando con el entorno, y con la manipulación del material concreto; se va consolidando cuando el niño pasa a un nivel mayor de abstracción, al representar de manera pictórica y gráfica aquellas nociones y relaciones que fue explorando en un primer momento a través del cuerpo y los objetos. La consolidación del conocimiento matemático, es decir, de conceptos, se completa con la representación simbólica (signos y símbolos) de estos y su uso a través del lenguaje matemático, simbólico y formal.

Para la construcción del significado de los conocimientos matemáticos es recomendable que los estudiantes realicen diversas representaciones, partiendo de aquellas que son vivenciales hasta llegar a las gráficas o simbólicas.

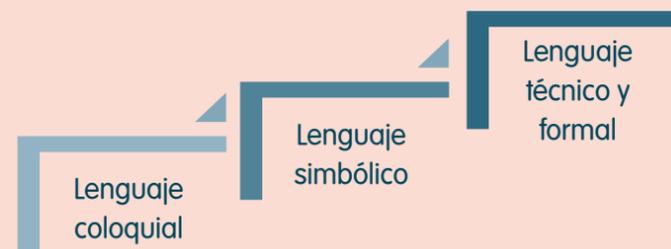
Es importante resaltar que en cada nivel de representación se evidencia ya un nivel de abstracción. Es decir, cuando el niño es capaz de transitar de un material concreto a otro, o de un dibujo a otro, va evidenciando que está comprendiendo las nociones y conceptos y los va independizando del tipo de material que está usando. Por ejemplo, representar una cantidad con billetes y monedas, con material Base Diez o con símbolos de decenas y unidades, ello implica para el niño ir construyendo el significado del sistema de numeración decimal. De igual manera, sucede con las representaciones pictóricas, gráficas y simbólicas.

Se debe fomentar que antes de pasar de un tipo de representación a otra, se trabaje de diversas formas dentro del mismo tipo de representación. Por ejemplo, dentro de la representación concreta, se puede transitar por el material no estructurado (bolitas, chapas u otros objetos agrupados o embolsados, etc.) y luego con material estructurado



El manejo y uso de las expresiones y símbolos que constituyen el lenguaje matemático, se va adquiriendo de forma gradual en el mismo proceso de construcción de conocimientos. Conforme el estudiante va experimentando o explorando las nociones y las relaciones, va expresándolas de forma coloquial al principio, para luego pasar al lenguaje simbólico y, finalmente, dar paso a expresiones más técnicas y formales que permitan expresar con precisión las ideas matemáticas y que además responden a una convención.

TRÁNSITO PARA LA ADQUISICIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO



Capacidad 3 Elabora y usa estrategias

Es la capacidad de planificar, ejecutar y valorar una secuencia organizada de estrategias y diversos recursos, entre ellos las tecnologías de información y comunicación, empleándolos de manera flexible y eficaz en el planteamiento y la resolución de problemas. Esto implica ser capaz de elaborar un plan de solución, monitorear su ejecución, pudiendo incluso reformular el plan en el mismo proceso con la finalidad de resolver el problema. Asimismo, implica revisar todo el proceso de resolución, reconociendo si las estrategias y herramientas fueron usadas de manera apropiada y óptima.

Las estrategias se definen como actividades conscientes e intencionales que guían el proceso de resolución de problemas; estas pueden combinar la selección y ejecución tanto de procedimientos matemáticos como de estrategias heurísticas, de manera pertinente y adecuada al problema planteado.

La capacidad **Elabora y usa estrategias** implica que los niños:

- Elaboren y diseñen un plan de solución.
- Seleccionen y apliquen procedimientos y estrategias de diversos tipos (heurísticos, de cálculo mental o escrito).
- Realicen una valoración de las estrategias, procedimientos y los recursos que fueron empleados; es decir, que reflexione sobre su pertinencia y si le fueron útiles.

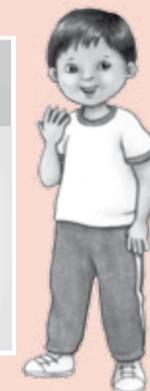
Los estudiantes han marcado en el calendario las fechas para ordenar la biblioteca usando diversas estrategias. ¿Qué día les tocará ordenar en la última semana?

Si trazo una línea oblicua toca el 27.

Es cada 6 días. Contaré a partir del 21: 22, 23, 24, 25, 26, 27.



Abril 2015						
L	M	M	J	V	S	D
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

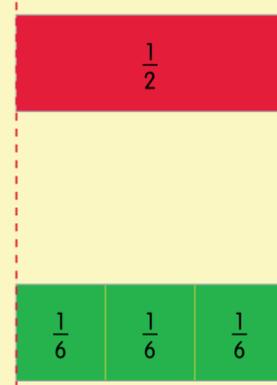


Capacidad 4 Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Es la capacidad de plantear supuestos, conjeturas e hipótesis de implicancia matemática mediante diversas formas de razonamiento, así como de verificarlos y validarlos usando argumentos. Para esto, se debe partir de la exploración de situaciones vinculadas a las matemáticas, a fin de establecer relaciones entre ideas y llegar a conclusiones sobre la base de inferencias y deducciones que permitan generar nuevas ideas matemáticas.

La capacidad **Razona y argumenta generando ideas matemáticas** implica que el estudiante:

- Explique sus argumentos al plantear supuestos, conjeturas e hipótesis.
- Observe los fenómenos y establezca diferentes relaciones matemáticas.
- Elabore conclusiones a partir de sus experiencias.
- Defienda sus argumentos y refute otros sobre la base de sus conclusiones.



Todas las fracciones se pueden dividir en fracciones más pequeñas



2.3 ¿Cómo se desarrollan las competencias en el IV ciclo?

2.3.1 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Los niños en este ciclo se enfrentan a situaciones y problemas de contextos cada vez más amplios. Ya no solo resuelven problemas de contexto personal, familiar y escolar, sino que también comienzan a enfrentarse a contextos sociales y comerciales, por ejemplo, a situaciones de compra-venta, situaciones del pago de pasajes, situaciones de reparto de cantidades, entre otras. Asimismo, en el ámbito personal comienzan a tener un mejor manejo del tiempo, con la lectura de relojes, la estimación y de la duración de eventos cotidianos, lo que les permite organizarse mejor en todos los aspectos de su vida.

Es por ello que actuar y pensar matemáticamente en situaciones de cantidad implica que los estudiantes realicen acciones orientadas a matematizar situaciones al plantear relaciones y expresarlas en modelos de solución aditivos y multiplicativos; comunicar y representar ideas matemáticas sobre el significado de las operaciones de multiplicación y división y sobre las diferentes formas de representar números de hasta cuatro cifras y fracciones usuales; elaborar y usar estrategias y procedimientos de cálculo escrito y mental para resolver problemas; y razonar y argumentar al establecer conjeturas sobre las propiedades de los números y operaciones. En este afán es importante la consolidación de ideas y conceptos fundamentales de la matemática, como el sistema de numeración decimal al trabajar con números hasta cuatro cifras, del significado de las operaciones aditivas y multiplicativas, a través de los problemas PAEV, y del significado de las fracciones, mediante problemas de reparto equitativo y partición.

Es importante mencionar que en este ciclo se da inicio al estudio de los números racionales con la introducción de fracciones usuales con denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10, lo cual demanda un cambio en las concepciones e ideas de los niños sobre los números que hasta ahora conocen. La noción de fracciones es construida a partir de los problemas de reparto y de dividir el todo en partes iguales, ya no está relacionada con el sistema de numeración decimal, por lo que su enseñanza y aprendizaje tienen también una lógica diferente.

Ejemplo: Se presenta a los estudiantes el siguiente problema:

La muñeca de María tiene dos blusas y tres faldas. ¿De cuántas maneras podrá vestir María a su muñeca?



Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o período determinado. En este sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de estas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapas de progreso)		
III ciclo	IV ciclo	V ciclo
<p>Identifica datos en situaciones referidas a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivos¹, doble y mitad.</p> <p>Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores "todos", "algunos" y "ninguno". Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.</p>	<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repartir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre: reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos² y multiplicativos³; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas y las justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos⁴ y multiplicativos⁵. Determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de: la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales⁶ y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>

1 Problemas Ariméticos Elementales Verbales (PAEV): Cambio 3 y 4, Combinación 2 y Comparación e igualdad 1 y 2.

2 Problemas Ariméticos Elementales Verbales (PAEV): Cambio 5 y 6, Comparación e igualdad 3 y 4.

3 Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple).

4 Problemas Ariméticos Elementales Verbales (PAEV): Comparación e igualdad 5 y 6.

5 Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano. 10%, 20%, 25%, 50%, 75%.

6

Matematiza situaciones				
Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado	
<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Ordena datos en problemas de una etapa¹ que demandan acciones de juntar-separar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, comparar e igualar, con números de dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto, pictórico o gráfico. Usa un modelo de solución aditiva para crear un relato matemático sobre su contexto. <p>Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de dos o más etapas² que combinen acciones de juntar-juntar, agregar-agregar, avanzar-avanzar, agregar-quitar, avanzar-retroceder, con números de hasta dos cifras, expresándolos en un modelo de solución aditiva con soporte concreto o pictórico. <p>Problemas de doble y mitad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de hasta 20 objetos en problemas de repartir dos veces una misma cantidad o repartiría en dos partes iguales, expresándolos en modelos de solución de doble y mitad, con material concreto. 	<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos, en problemas de una etapa³, expresándolos en modelos de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras. Emplea un modelo de solución aditiva al resolver un problema o crear un relato matemático en su contexto. <p>Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas⁴ que combinen acciones de agregar-quitar, comparar, combinar e igualar; expresándolos en un modelo de solución aditiva con cantidades hasta de tres cifras. <p>Problemas multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en problemas⁵ que impliquen acciones de repartir una cantidad en grupos iguales, en filas y columnas, o combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de multiplicación. Relaciona datos en problemas⁶, que impliquen acciones de repartir y agrupar en cantidades exactas y no exactas, quitar reiteradamente una cantidad, combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de división, con soporte concreto. Relaciona datos en problemas⁷, que impliquen acciones de ampliar o reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de doble, triple, mitad, tercia, con soporte concreto y gráfico. Relaciona un modelo de solución multiplicativa con problemas de diversos contextos. 	<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa⁸, expresándolos en un modelo de solución aditiva de hasta cuatro cifras. Emplea un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto. <p>Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas aditivos de dos o más etapas⁹ que combinen acciones de juntar-juntar, juntar-agregar-quitar, juntar-comparar, juntar-igualar expresándolos en un modelo de solución aditiva con números naturales <p>Problemas multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en problemas¹⁰, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con números naturales hasta cuatro cifras. Reconoce datos relevantes en problemas¹¹ y los expresa en un modelo de solución de divisiones exactas e inexactas con números naturales hasta con cuatro cifras. Relaciona datos en situaciones¹², que impliquen acciones de reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de mitad, tercia, etc. con cantidades de hasta cuatro cifras. Relaciona un modelo de solución multiplicativo a situaciones de diversos contextos. 	<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones no explícitas en problemas aditivos de una etapa¹³, expresándolos en un modelo de solución con números naturales. Usa un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto. <p>Problemas de varias etapas con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones aditivas y multiplicativas en problemas de varias etapas¹⁴ que combinen acciones de agregar, quitar, juntar, comparar, igualar, repartir, repartir o agrupar una cantidad; expresándolas en un modelo de solución aditiva y multiplicativa con números naturales. <p>Problemas multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpreta relaciones entre los datos en problemas de división¹⁵, y los expresa en un modelo de solución con números naturales. Usa un modelo de solución aditiva o multiplicativa al plantear o resolver un problema. 	

1 (PAEV) Problemas aditivos de combinación 2; cambio 3 y 4; comparación 1, 2; igualdad 1 y 2
 2 Problemas aditivos de hasta dos cifras.
 3 Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen cambio 1 y cambio 1 (agregar y agregar), combinación 1-combinación 1 (juntar y juntar), cambio 3 y 4 (agregar y quitar) o cambio-cambio-cambio o agregar-agregar-agregar.
 4 (PAEV) Problemas aditivos de comparación 3, 4; cambio 3 y 4; igualdad 1 y 2, combinación 1 y 2 con cantidades de hasta tres cifras.
 5 Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de cambio-cambio, cambio-comparación, cambio-igualación, cambio-combinación.
 6 (PAEV) Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida.
 7 Problema de producto de dos medidas (filas y columnas) que impliquen una organización rectangular.
 8 (PAEV) Problemas de proporcionalidad simple que impliquen repartir, partir, agrupar una cantidad. Problemas de iteración, por ejemplo: estoy en la posición 27 y doy saltos para atrás de dos en dos.
 9 (PAEV) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualdad 5 y 6.
 10 Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de combinación-combinación-comparación, combinación-igualación, etc.
 11 Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple, problemas de comparación-amplificación o comparación de la forma "veces más que".
 12 Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple: de reparto no exacto, análisis del residuo, problemas de iteración (Estoy en el número 238. Doy saltos para atrás de 12 en 12. ¿A qué número llego más cercano al 0?). Problemas de utilización de la relación: $D = d \cdot q + r$; $r < d$.
 13 (PAEV) Problemas multiplicativos de comparación que requieran reducir una magnitud o comparar de la forma "veces menos que".
 14 (PAEV) Problemas aditivos de igualdad 3 y 4.
 15 Problemas de análisis del residuo, problemas de utilización de la relación: $D = d \cdot q + r$; $r < d$. Problemas para reconstruir el resto de la división.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Segundo grado</p>	<p>Tercer grado</p>	<p>Cuarto grado</p> <p>Problemas con fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas²⁰ que impliquen repartir una cantidad en forma equitativa, expresándolos en un modelo de solución con fracciones usuales con denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10. <p>Problemas aditivos con fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas²¹ que impliquen expresándolos en un modelo de solución aditivo con fracciones usuales. Plantear relaciones entre los datos en problemas de una etapa²², expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones. Empieza un modelo de solución referido a las fracciones como parte todo o reparto al plantear o resolver un problema. 	<p>Quinto grado</p> <p>Problemas con fracciones como reparto y medida:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantear relaciones entre los datos en problemas²³ que impliquen repartir, medir longitudes, partir superficies; expresándolos en un modelo de solución con fracciones. <p>Problemas aditivos con fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantear relaciones entre los datos en problemas de una etapa²⁴, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones. <p>Problemas multiplicativos con fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantear relaciones entre los datos en problemas²⁵, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo de una fracción por un natural. Empieza un modelo de solución aditivo o multiplicativo con fracciones al plantear o resolver un problema. <p>Problemas aditivos con decimales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones en problemas aditivos²⁶, y los expresa en un modelo de solución aditivo con decimales hasta el centésimo.

Matematiza situaciones

<p>Segundo grado</p> <p>Agrupación de objetos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa las propiedades de los objetos según dos atributos; por ejemplo: es cuadrado y rojo, usando las expresiones "todos", "algunos" y "ninguno". Representa las características o agrupación de objetos según el color, la forma, el tamaño, el grosor y atributos negativos¹⁶, con dibujos, íconos, y gráficos¹⁷. <p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa de forma oral o escrita el uso de los números en contextos de la vida diaria (conteo, estimación de precios, cálculo de dinero, orden hasta el décimo quinto lugar, etc.). Describe la comparación y el orden de los números hasta 100 usando las expresiones "mayor que", "menor que" e "igual a", con apoyo de material concreto. Elabora representaciones de números de hasta dos cifras, de forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica¹⁸. 	<p>Tercer grado</p> <p>Agrupación de objetos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe uno o más criterios para formar y reagrupar grupos y subgrupos. Expresa las propiedades de los objetos según tres atributos; por ejemplo: es cuadrado, rojo y grande. Representa las características de los objetos según tres atributos en un diagrama de árbol, en tablas de doble entrada con tres atributos. <p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa de forma oral o escrita, el uso de los números en contextos de la vida diaria (medición con distintas unidades, cálculo de tiempo o de dinero, etc.). Describe la comparación y el orden de números de hasta tres cifras en la recta numérica y en tablero posicional, con soporte concreto. Elabora representaciones de números hasta tres cifras en forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica¹⁹. 	<p>Cuarto grado</p> <p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa de forma oral o escrita, el uso de los números naturales en contextos de la vida diaria (peso, tiempo, sueldos, etiquetas, etc.). Describe la comparación de números de hasta cuatro cifras, en la recta numérica y en tablero posicional. Elabora representaciones de números hasta cuatro cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica²³. 	<p>Quinto grado</p> <p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa de forma oral o escrita, el uso de los números hasta seis cifras en diversos contextos de la vida diaria (sueldos, distancias, presupuestos comunales, regionales, aforo de un local, etc.). Elabora representaciones de números hasta seis cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica²⁸. Describe la comparación y el orden de números de hasta seis cifras.
--	--	--	--

Comunica y representa ideas matemáticas

<p>Segundo grado</p> <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa la estimación o la comparación del tiempo al ubicar fechas en el calendario en: "días", "semanas", horas exactas y otros referentes regionales o locales. Lee e interpreta el calendario y los relojes en horas exactas. Expresa la estimación y la comparación del peso de los objetos con unidades de medida arbitrarias de su comunidad; por ejemplo: puñado, monión, etc. <p>Adición y sustracción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de un número de hasta dos cifras. 	<p>Tercer grado</p> <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la estimación o comparación del tiempo de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora y media hora. Lee e interpreta el calendario, la agenda y los relojes en horas exactas y media hora. Describe la medida del peso de objetos expresándolo en kilogramos y unidades arbitrarias de su comunidad; por ejemplo: manajo, atado, etc. <p>Multiplicación y división:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la multiplicación y la división con números hasta 100. Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas del doble, triple, mitad o tercia de un número de hasta tres cifras. 	<p>Cuarto grado</p> <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la duración, estimación y comparación de eventos usando años, meses, hora, 1/2 hora o 1/4 de hora. Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) y fracción de una medida, como 1/2 kg, 1/4 kg. Expresa de forma oral o escrita, el uso de fracciones usuales en contextos de medida (peso, tiempo, longitud, capacidad, superficie, etc.). <p>Multiplicación y división:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la multiplicación. 	<p>Quinto grado</p> <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la duración, estimación y comparación de eventos empleando minutos y segundos. Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) usando sus equivalencias y notaciones. Expresa la medida de la temperatura en forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica. <p>División:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la división. Expresa con sus propias palabras lo que comprende del problema.
---	---	---	---

Comunica y representa ideas matemáticas

<p>Segundo grado</p> <p>Adición y sustracción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de un número de hasta dos cifras. 	<p>Tercer grado</p> <p>Adición y sustracción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de un número de hasta tres cifras. 	<p>Cuarto grado</p> <p>Adición y sustracción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de un número de hasta cuatro cifras. 	<p>Quinto grado</p> <p>Adición y sustracción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de un número de hasta seis cifras.
--	--	--	--

<p>Segundo grado</p> <p>Fracciones y sus operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones usuales en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, tiempo, etc.). Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas²⁹ de las fracciones como parte de un todo, como reparto, números mixtos, fracciones homogéneas y heterogéneas, fracciones usuales equivalentes.³⁰ Describe la comparación y orden de las fracciones usuales con igual y distinto denominador; con material concreto y gráfico. Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción con fracciones de igual denominador. 	<p>Tercer grado</p> <p>Fracciones y sus operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones usuales en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, tiempo, etc.) y en el sistema monetario nacional (billetes y monedas). Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los decimales hasta el centésimo y de sus equivalencias. Describe la comparación y orden de los decimales hasta el centésimo en la recta numérica, en el tablero posicional según el valor posicional de sus cifras. Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de decimales hasta el centésimo. 	<p>Cuarto grado</p> <p>Fracciones y sus operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones en diversos contextos de la vida diaria (recetas, medidas de longitud, capacidad, tiempo, etc.) y en el sistema monetario nacional (billetes y monedas). Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de las fracciones propias, impropias, números mixtos y fracción de una cantidad continua. Describe la comparación y orden de las fracciones propias y números mixtos, con soporte concreto y gráfico. Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción con fracciones. 	<p>Quinto grado</p> <p>Números decimales y sus operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de los decimales en diversos contextos de la vida diaria (medidas de longitud, capacidad, tiempo, etc.) y en el sistema monetario nacional (billetes y monedas). Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los decimales hasta el centésimo y de sus equivalencias. Describe la comparación y orden de los decimales hasta el centésimo en la recta numérica, en el tablero posicional según el valor posicional de sus cifras. Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de los significados de la adición y sustracción de decimales hasta el centésimo.
--	--	--	--

²⁹ Material concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones equivalentes circulares, doblado del papel), dibujos, gráficos (figuras, recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, fracciones menores y mayores que la unidad).

³⁰ Fracciones equivalentes con las fracciones usuales (denominadores 2, 4, 3, 6, 5 y 10. Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$).

³¹ Material concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes lineales y circulares), dibujos, gráficos (recta numérica o representación simbólica (números, palabras, notación de fracciones)).

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<ul style="list-style-type: none"> Propone acciones para resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto. 	<ul style="list-style-type: none"> Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.
<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos para contar, comparar, ordenar y estimar cantidades de hasta dos cifras. 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos para contar, estimar, comparar y ordenar con números naturales de hasta tres cifras. 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto. 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos para comparar, ordenar y estimar o redondear con números naturales.
<p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos y recursos al resolver problemas que implican medir, estimar y comparar el tiempo y el peso de los objetos. 	<p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos y recursos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias, al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos. 	<p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos y recursos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias, al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos. 	<p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de medida, estimación y conversión al resolver problemas que impliquen estimar, medir directa o indirectamente el tiempo y peso de los objetos.
<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas como la simulación, ensayo y error o hacer dibujos, al resolver problemas aditivos³² de una etapa, de doble y mitad con resultados de dos cifras. Empieza propiedades y estrategias de cálculo para sumar y restar con resultados de hasta dos cifras. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas considerando establecer analogías, búsqueda de patrones, entre otros, al resolver un problema aditivo de una o dos etapas con cantidades y magnitudes (tiempo y peso). Empieza la relación inversa entre la adición y la sustracción, sus propiedades y estrategias de cálculo para sumar y restar con resultados de hasta tres cifras. Empieza estrategias heurísticas como la simulación, ensayo y error o hacer dibujos, al resolver problemas multiplicativos. Empieza propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para multiplicar con resultados hasta 100. Empieza propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para dividir números con divisores hasta 10 y dividendos hasta 100. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas como hacer un esquema, buscar regularidades, hacer analogías al resolver problemas aditivos o multiplicativos de una o varias etapas con números naturales con cantidades y magnitudes (tiempo y peso). Empieza propiedades de las operaciones y procedimientos o estrategias de cálculo mental y escrito para multiplicar y dividir números naturales con resultados hasta cuatro cifras. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza propiedades o jerarquía de las operaciones combinadas con y sin paréntesis con números naturales, al resolver problemas aditivos o multiplicativos de varias etapas.

32. (PAEV) Problemas aditivos de combinación 2; cambio 3 y 4; comparación 1.2; igualdad 1.

		<p>Fraciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con fracciones usuales y fracciones equivalentes, con apoyo de material concreto. Empieza estrategias heurísticas o procedimientos³³ para sumar y restar fracciones usuales con denominadores iguales y diferentes, y fracciones mixtas. 	<p>Fraciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos para comparar y ordenar con fracciones y fracción decimal. Empieza estrategias heurísticas o procedimientos para sumar y restar al resolver problemas con fracciones heterogéneas o fracción de un conjunto. Empieza procedimientos (fracciones equivalentes y algoritmos) para sumar, restar y multiplicar fracciones.
			<p>Fraciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos para comparar, ordenar, estimar y redondear números decimales al entero más próximo. Empieza estrategias o recursos para ubicar y establecer equivalencias entre una fracción, fracción decimal y un decimal ($\frac{1}{10} = 0.1$; $\frac{35}{100} = \frac{3}{10} + \frac{5}{100}$) y entre diferentes unidades de longitud (1 m 5 cm = 1, 05 m) Empieza estrategias heurísticas³⁴ y procedimientos o estrategias de cálculo para sumar y restar con decimales exactos y fracciones decimales.
<ul style="list-style-type: none"> Comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto o apoyo pictórico o gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea. 		<ul style="list-style-type: none"> Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Empieza la calculadora para resolver problemas y verificar sus resultados

33. Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, doblado del papel, hacer un esquema, un dibujo. En este ciclo se sugiere trabajar la adición y sustracción de fracciones con fracciones equivalentes con apoyo concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones circulares) y gráfico para propiciar la comprensión con sentido del cálculo y evitar la mecanización sin reflexión.

34. Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, hacer un esquema, recta numérica.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<ul style="list-style-type: none"> Realiza supuestos basados en la observación de dos o más ejemplos sobre las formas de agrupar objetos según dos criterios. Realiza supuestos a partir de más de una experiencia concreta sobre las relaciones o propiedades entre los números. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de dos cifras y sus equivalencias en decenas y unidades. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción y lo que comprende sobre sus propiedades.³⁵ Explica sus procedimientos o resultados con apoyo de material concreto o gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación o propiedades entre los números de tres cifras. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de tres cifras y sus equivalencias en decenas y unidades. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción y lo que comprende sobre sus propiedades. Explica procedimientos o resultados propios o de otros, con apoyo concreto o gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones usuales y los diferentes tipos de fracciones (fracción propia, impropia, homogénea y heterogénea). Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de cuatro cifras y sus equivalencias en centenas, decenas y unidades. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar fracciones usuales y fracciones equivalentes. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción de fracciones. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico la propiedad distributiva de la multiplicación con números naturales. Explica sus procedimientos y resultados en la solución de problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Establece conjeturas sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones y decimales hasta el centésimo. Explica a través de ejemplos y contraejemplos³⁵ las diferentes formas de representar un número natural de seis cifras y sus equivalencias según su valor posicional. Explica a través de ejemplos y contraejemplos las diferentes formas de representar fracciones, fracciones decimales y fracciones equivalentes. Establece diferencias entre fracciones propias e impropias, heterogéneas y homogéneas Explica a través de ejemplos con apoyo concreto, gráfico o simbólico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción con decimales. Justifica y defiende sus argumentos o conjeturas, usando ejemplos o contraejemplos. Explica sus procedimientos y resultados.

³⁵ Un contraejemplo consiste en proponer al estudiante desafíos contradictorios que tiene que resolver, contrario a las ideas matemáticas desarrolladas. Por ejemplo: Se propone la siguiente afirmación: "Todos los múltiplos de 2 terminan en 2, 4 y 6". El contraejemplo consiste en formular un ejemplo que muestre que la afirmación señalada no es válida. En este caso, no es verdad pues 10 es múltiplo de 2 porque $2 \times 5 = 10$ y termina en cero. Un contraejemplo también permite construir definiciones, expresando ejemplos que no cumplen con la condición o propiedad estudiada.

³⁶ Explicar sobre el significado de la adición: $2 + 5 = 7$ porque si juntamos 2 chapitas con 5 chapitas, hay en total 7 chapitas. En este nivel no es necesario hacer explícita las propiedades con sus nombres matemáticos, pero sí explicar, por ejemplo, que sumar $12 + 5 + 10$ lo puedo hacer agrupando 12 y 5 y luego sumando 10 (propiedad asociativa).

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad Matematisa situaciones

Indicador para el tercer grado:

Plantea relaciones entre los datos, en problemas de una etapa*, expresándolos en modelos de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras.

Descripción del indicador:

Este indicador implica que los niños reconozcan las cantidades que aparecen en el problema y lo que ocurre con ellas; si cambian, si se juntan dos partes, si una es mayor que la otra, si una debe igualar a la otra, etc., de esta manera podrán establecer cómo se relacionan dichas cantidades.

Estas son las relaciones que se pueden establecer entre los datos:

Combinación 1 y 2: Se juntan o separan dos colecciones de objetos de diferente clase.

Cambio 3 y 4: Se agregan o quitan algunos objetos. Las cantidades se transforman: aumentan o disminuyen.

Comparación 3 y 4: Se comparan dos cantidades conociendo que una cantidad tiene más que o menos que la otra.

Igualación 1 y 2: Se igualan cantidades considerando cuánto deben perder o se debe quitar para tener tantos como la primera o segunda cantidad.

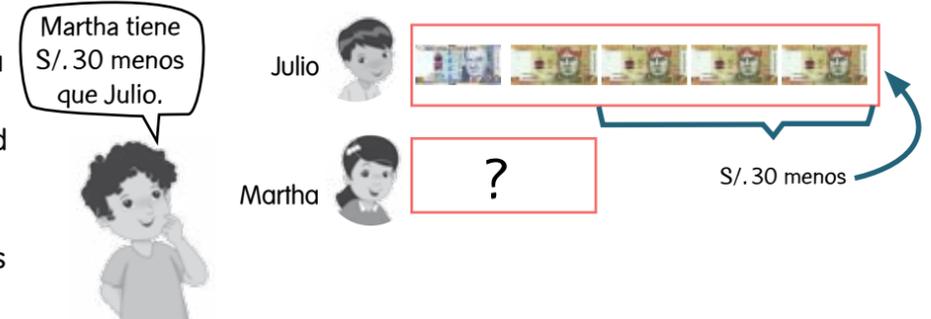
Estas relaciones halladas pueden ser expresadas mediante un modelo aditivo con material concreto, con esquemas o mediante una operación aditiva.

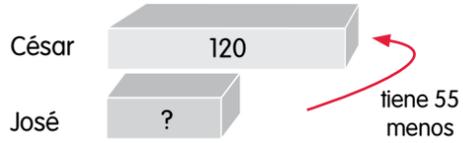
La definición de modelo como "esquematisación construida con una multiplicidad de datos de la experiencia o la realidad y proporciona una abstracción satisfactoria de cómo funcionan las cosas" (Castro y otros, 1995)

Modelos concretos

Julio tiene S/. 140. Martha tiene S/. 30 menos que Julio. ¿Cuánto dinero tiene Martha?

Plantear relaciones entre los datos implica que se reconozca, quién tiene la cantidad mayor y quién la menor, y por cuánto menos. ¿Qué acciones se están realizando?

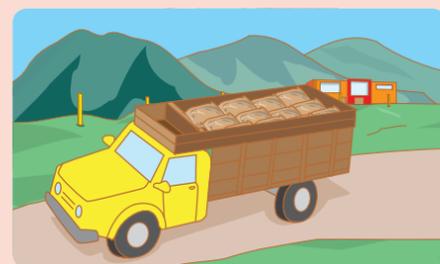


Esquema Un esquema que expresa un modelo longitudinal.	Operación Una operación que expresa un modelo funcional donde el minuendo representa la cantidad referente y el sustraendo es la cantidad a la que hay que agregar para alcanzar al referente.
César tiene 120 taps y José tiene 55 menos que César. ¿Cuántos taps tiene José?	Karla ahorró S/.300 y Fermín ahorró S/. 269. ¿Cuánto más debe ahorrar Fermín para tener tanto como Karla?
Modelo: 	Modelo: Karla S/. 300 Fermín S/. 269 $300 - 269 = ?$ Fermín tiene que ganar: $300 - 269$, para igualar a Karla.

Ejemplo de indicador precisado:

Plantea relaciones entre los datos, en problemas de una etapa (combinación 2), expresándolos en modelos de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras.

Al mercado llegó un cargamento con 250 sacos de fruta. Claudia sabe que 136 sacos son de naranjas y los demás son de maracuyá. ¿Cuántos sacos de maracuyá llegaron?



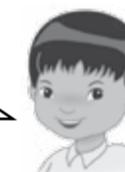
Las siguientes preguntas y consignas permiten evidenciar el indicador:

- ¿Cuántos sacos llegaron al mercado? ¿Todos los sacos contienen la misma fruta?
- ¿Cuántos tipos de fruta hay? ¿Puedes separar las frutas en dos partes o dos tipos?
- ¿Claudia sabe cuántos sacos hay de cada tipo?
- ¿Qué relación hay entre la cantidad total de sacos de fruta y los sacos de naranja?
- Dibuja una barra que represente el total de sacos de frutas. ¿Cómo expresarías la

Modelo que expresa la relación entre las partes y el todo



Los sacos de fruta son el total y los sacos de naranja y de maracuyá son las partes.



Indicador para el cuarto grado:

Identifica datos en problemas* que impliquen repartir una cantidad en forma equitativa, expresándolos en un modelo de solución con fracciones usuales con denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10.

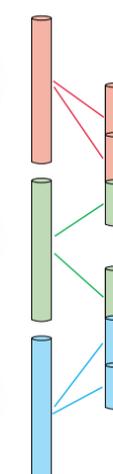
Descripción del indicador:

Para evidenciar el desempeño que describe este indicador los niños deben reconocer qué se va a repartir, cuál es la cantidad de objetos a repartir en forma equitativa, en cuántas partes se va a dividir o a cuántas personas se les va a repartir. Es importante también identificar si la cantidad de objetos es mayor o menor que la cantidad de partes a obtener, lo cual da origen a la formulación de una fracción o de un número mixto.

Los problemas que se resuelven para el logro de este desempeño son aquellas situaciones de reparto en las que se debe analizar si es posible repartir el resto. Por ejemplo:

Se reparten equitativamente 5 barras de plastilina entre 3 niños.
¿Cuánto recibe cada niño?

- Modelo concreto donde se evidencian las cantidades.



A cada uno nos corresponde una barrita. Las barritas que sobran las dividimos en 3 partes cada una para poder repartirlas.



A cada niño le toca 1 barrita y $\frac{2}{3}$. Es decir: $1 \frac{2}{3}$, el cual es un número mixto.

- Modelo simbólico con una operación

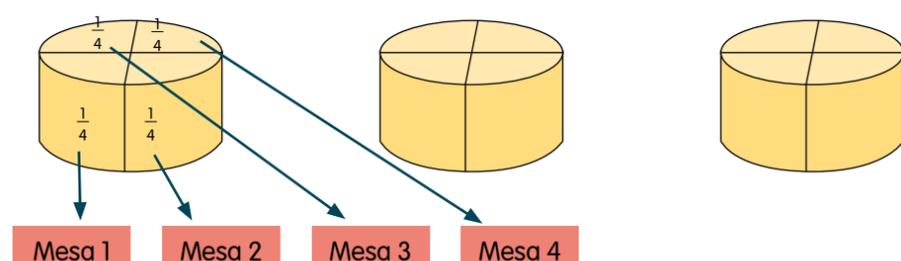
$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ \underline{2} \\ 1 \end{array} \text{ sobran 2 barras entre } 3 = \frac{2}{3}$$

En este caso la herramienta de resolución es la división entre números naturales y una vez resuelto el problema se propone analizar lo que sobra. Este tipo de problema tiene la intención de promover relaciones entre la división de números naturales y es importante someter a discusión si lo que sobra puede seguir repartiéndose. Así también, la noción de la fracción como parte de la unidad es la que se usa aquí al repartir el resto en fracciones de la unidad. En el ejemplo la unidad es la barrita de plastilina.

Otro ejemplo es el siguiente:

Para el desayuno, se reparten equitativamente 3 moldes de queso entre 4 mesas. ¿Cuánto queso recibe cada mesa?

Modelo:



A cada mesa en un primer reparto le toca $\frac{1}{4}$ de cada molde. Al terminar el reparto le toca $\frac{3}{4}$ del molde de queso a cada mesa.

Repartimos cada molde de queso en 4 partes iguales.

En este caso el número de unidades repartidas es menor que la cantidad de mesas, por lo que ya no hay resto que repartir; así los moldes de queso se fraccionan para repartirlos equitativamente. La fracción que resulta del reparto es una fracción propia.

Indicador para el cuarto grado:

Organiza datos en problemas*, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con números naturales de hasta cuatro cifras.

* Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple, problemas de comparación-amplificación o comparación de la forma "veces más que". Problemas de organizaciones rectangulares.

Descripción del indicador:

Este indicador implica que los estudiantes sean capaces de expresar modelos multiplicativos a partir de tres tipos de problemas multiplicativos:

Problemas de repetición de una medida, en los cuales deben identificar la cantidad que se repetirá o el grupo que se repetirá y la cantidad de veces que se va a repetir una cantidad. Por ejemplo:

En una caja hay 6 galletas. ¿Cuántas galletas habrá en 3 cajas?



Modelos concretos:

Con chapitas que expresan la cantidad:



Con regletas que expresan un modelo longitudinal, del número como longitud:



Modelos simbólicos que expresan una operación referida a las cantidades que se repiten:

3 veces 6

$6 + 6 + 6$

3 veces 6

3×6

Problemas de organizaciones rectangulares, en los cuales el estudiante identifica que las cantidades están expresadas en una organización de filas y columnas. Por ejemplo:



Modelo concreto	Modelo gráfico	Modelo simbólico
		<p>Filas: 4 Columnas: 5</p> <p>Total : 4×5</p>

Problemas de amplificación, en los cuales deben identificar una cantidad que representa el doble, el triple o varias veces la otra cantidad. Por ejemplo:

Bruno tiene S/. 2 y Norma, 3 veces más.

Modelo concreto	Modelo gráfico	Modelo simbólico
		<p>Bruno S/. 2</p> <p>Norma: 3 veces más</p> <p>$S/. 2 + S/. 2 + S/. 2$</p> <p>3 veces S/. 2</p> <p>3×2</p>

Las siguientes preguntas permiten evidenciar el desempeño descrito en el indicador:

- ¿De qué se trata? ¿Hay alguna cantidad o grupo de objetos que se repite? ¿Cuántas veces?
- ¿Los objetos están organizados en filas y columnas?, ¿cuántas de cada una?
- ¿Hay dos cantidades que se comparan? ¿Cómo es una con respecto de la otra? ¿Cómo puedes organizar los datos o las cantidades?
- ¿Cómo podríamos presentar las cantidades en un gráfico o en un esquema?

Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas

Indicador para el tercer grado:

Describe la comparación y el orden de números de hasta tres cifras en la recta numérica y en el tablero posicional, con soporte concreto.

Descripción del indicador:

Observar el desempeño de este indicador implica que los niños a través del lenguaje, se refieran a las semejanzas y diferencias entre las cantidades, con el fin de comparar y ordenar números de hasta tres cifras.

Para comparar y ordenar pueden usar el tablero posicional, en el cual identificarán cuántas centenas o decenas tienen los números, lo que les permitirá describir cómo se comparan, con apoyo de material concreto (por ejemplo, el material Base Diez). También pueden usar la recta numérica, en la cual los números mayores se encuentran a la derecha y donde pueden ubicar las centenas y las decenas.

El siguiente ejemplo es un problema que se puede presentar en el aula para que los niños comuniquen y representen ideas matemáticas en el proceso de resolución de problemas:

Ejemplo de indicador precisado:

Describe la comparación y el orden de números hasta 200 en el tablero posicional, con soporte concreto.

Observa cuántas botellas de plástico recolectaron Susy, Hugo y Lola.



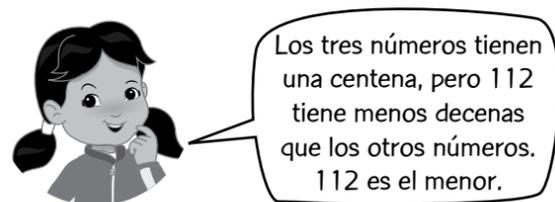
Explica, ¿quién ha recolectado más botellas y quién menos botellas?

Las siguientes preguntas y consignas permiten evidenciar la capacidad comunicativa y representan ideas matemáticas:

- ¿Cuántas botellas ha recolectado cada uno de los amigos?
- Escribe las cantidades de botellas que ha recolectado cada uno, usando el tablero de valor posicional y el material Base Diez para representar los números.

C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	4	8	1	1	2	1	4	1

- ¿Desde qué cifra puedes comparar primero, desde las unidades o centenas? ¿Qué puedes decir de las centenas? ¿Si son iguales se pueden seguir comparando? ¿Y qué observas con las decenas? ¿Ya puedes tomar una decisión entre quien comparar?
- ¿Qué número es el mayor?, ¿por qué?



C	D	U	C	D	U	C	D	U
1	4	8	1	1	2	1	4	1

- Ordena las cantidades de forma ascendente de izquierda a derecha: ¿qué número colocarás primero?, ¿por qué?, ¿qué número colocarás al final?, ¿por qué?

Indicador para el cuarto grado:

Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas de las fracciones como parte de un todo, como reparto, números mixtos, fracciones homogéneas y heterogéneas, y fracciones usuales equivalentes*.

*Fracciones equivalentes con las fracciones usuales (denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10; por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$).

ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.

Descripción del indicador:

Este indicador permite evidenciar el desempeño de los niños al transitar por diversas representaciones de las fracciones. En este grado se trabajará la fracción como parte de un todo y como reparto para construir la noción de números mixtos, fracciones homogéneas, heterogéneas y fracciones equivalentes.

Fracción como parte de un todo (la unidad): la fracción indica la "división en partes iguales" o "la partición" de la unidad. El denominador indica el número de partes en que está dividida la unidad y el numerador las partes consideradas.

En este grado se iniciará el trabajo con fracciones con denominadores usuales, 2, 4 y 8; 3 y 6; y 5 y 10, que nos permiten lograr una mejor construcción de las nociones de fracción, su comparación y fracciones equivalentes.

Representación concreta	Representación gráfica
<p>Con regletas:</p>	<p>Con gráficos:</p>
<p>Con tiras de fracciones:</p>	
Representación simbólica	
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$	

La fracción como parte de la unidad da pie a la existencia de números mixtos que surgen de problemas en situaciones de reparto (ver página 41).

Capacidad **Elabora y usa estrategias**

Indicador para el tercer grado:

Emplea procedimientos para contar, estimar, comparar y ordenar con números naturales de hasta tres cifras.

Descripción del indicador:

Este indicador implica el uso de distintos procedimientos, los cuales son un conjunto de acciones ordenadas y secuenciadas que se aplican de igual forma aunque los datos o números cambien. Un ejemplo de procedimientos son los algoritmos de las operaciones. También lo son las reglas para comparar números (comenzar con las unidades de orden superior y continuar con las demás, en orden) y las agrupaciones para contar.

Este indicador engloba el uso de procedimientos para contar, estimar, comparar y ordenar. Sin embargo, para cada uno hay procedimientos distintos, es por eso que para observar el desempeño de los niños es necesario precisar el indicador según lo requiera el problema que se resuelve.

Por otro lado, el conteo es un procedimiento que permite resolver distintos tipos de problemas: cuantificar, producir y comparar cantidades.

La estimación consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación. Por lo general se hace de forma mental, con rapidez y empleando números sencillos, donde

Ejemplo de indicador precisado:

Emplea procedimientos para contar, con números naturales de hasta tres cifras.



Las siguientes preguntas permiten evidenciar la capacidad de elaborar y usar estrategias:

- ¿Qué podemos hacer para contar? ¿Se pueden agrupar las cajas? ¿Qué cajas puedes agrupar?, ¿por qué?
- Representa con material Base Diez las cajas de libros. ¿Cómo puedes agruparlas para facilitar el conteo?, ¿por qué?

2.3.2 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

El desarrollo de esta competencia en el IV ciclo de Primaria implica que los niños observen regularidades en las formas o en una secuencia numérica y que resuelvan problemas referidos a patrones de repetición con objetos y formas geométricas cuya regla de formación está relacionada con una figura u objeto que se repite por simetría o traslación, como se muestra en la figura 1. También se espera que los niños encuentren el término que continúa en una secuencia numérica cuya regla de formación implica una multiplicación o una división. Asimismo, en este ciclo se inicia el camino de la generalización propia del álgebra, al buscar que los niños planteen conjeturas para predecir qué elementos se encuentran más adelante en el patrón, a partir de la observación de la regla de formación y de la posición del elemento. Por ejemplo: todos los elementos pares son de una determinada forma y los impares de otra forma.

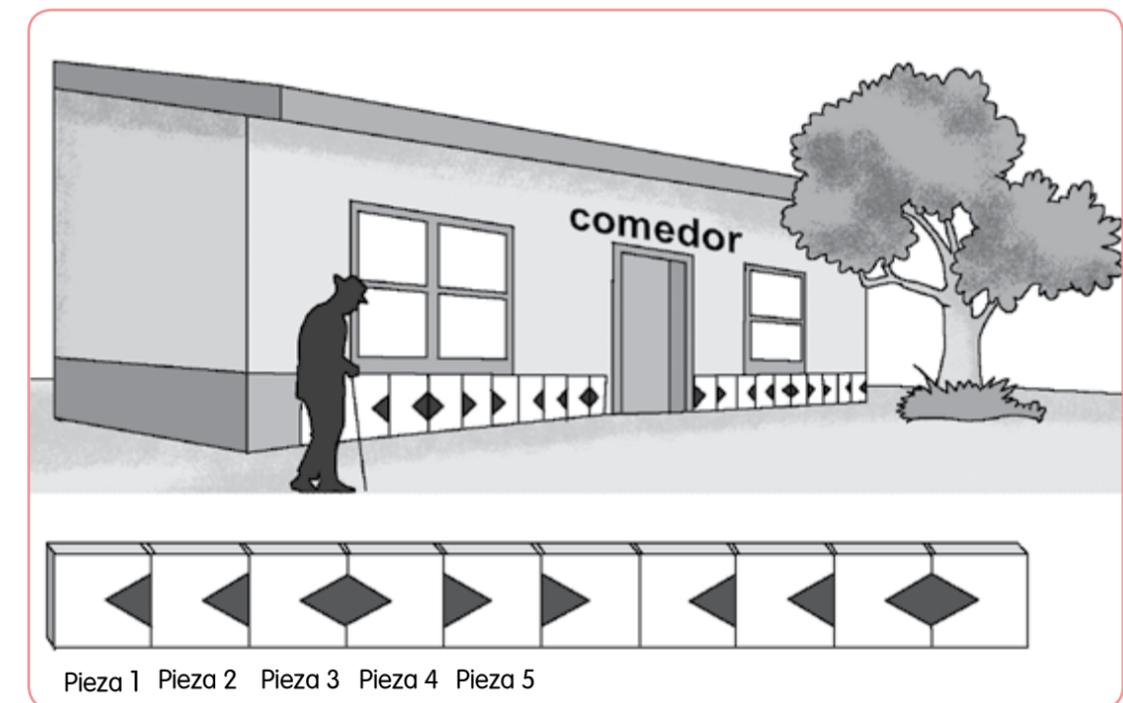


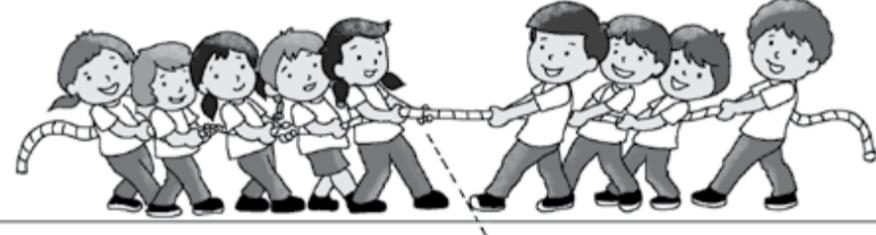
Figura 1. Patrón de repetición por simetría. Mapas de Progreso. Matemática: Cambio y Relaciones (2013)

Por otro lado, el desarrollo del pensamiento variacional se inicia en este ciclo a través de problemas donde los estudiantes identifican relaciones entre cantidades y entre magnitudes. Por ejemplo, analizan el crecimiento de la planta (longitud) a través del

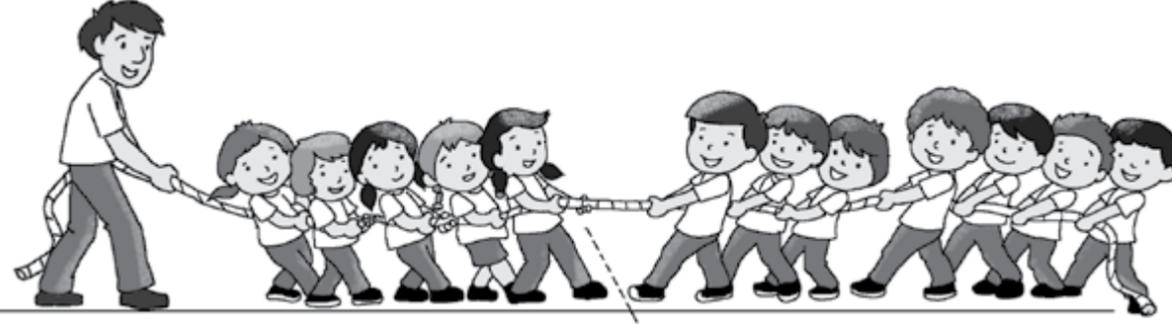
tiempo o de la temperatura durante el día. En estas situaciones identifican cómo cambian la magnitudes una con respecto de la otra, los datos se organizan en tablas simples y describen esta relación utilizando lenguaje matemático, pudiendo elaborar conjeturas sobre los cambios que se podrían producir. Así también se presentan situaciones en las que las relaciones entre cantidades son de equivalencia, en estas, se expresan igualdades y términos desconocidos utilizando íconos. Por ejemplo, los problemas de equilibrio con balanzas u otros objetos, están referidos a buscar un valor desconocido para equilibrar la balanza, mientras que en los problemas de trencitos con regletas permiten encontrar varias equivalencias para una misma cantidad.

Ejemplo de un problema de equivalencia

Cinco niñas empatan con cuatro niños.



Las cinco niñas y su profesor empatan con siete niños.



¿A cuántos niños equivale la fuerza del profesor?

Figura 2: El juego de las sogas. Mapas del Progreso (Ibidem)

Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En este sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de estas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso). Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa de progreso)		
III ciclo	IV ciclo	V ciclo
<p>Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y las expresa con patrones de repetición¹ y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades² o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.</p>	<p>Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición³ o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficas y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>

1 Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.
 2 Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.
 3 Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
Patrones de repetición: <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos que se repiten en problemas de regularidad¹ y lo expresa en un patrón de repetición con dos criterios². Propone patrones de repetición cuya regla de formación contiene dos criterios. 	Patrones de repetición: <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los elementos de problemas de regularidad³ y lo expresa en un patrón de repetición gráfico con criterio de simetría. Propone patrones de repetición gráficos. 	Patrones de repetición: <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los elementos de problemas de regularidad, y las expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño. Propone un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño. 	Patrones de repetición: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta relaciones en los elementos de problemas de regularidad y los expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual (color). Propone problemas de regularidad a partir de patrones de repetición que combinen un criterio geométrico de traslación y un criterio perceptual (color).
Patrones aditivos: <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos en problemas de regularidad numérica, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta dos cifras en forma creciente o decreciente. Propone patrones aditivos con números hasta dos cifras, con apoyo de material concreto o gráfico. 	Patrones aditivos: <ul style="list-style-type: none"> Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta tres cifras. Propone patrones aditivos con números de hasta tres cifras en contextos diversos. 	Patrones aditivos y multiplicativos: <ul style="list-style-type: none"> Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón multiplicativo con números de hasta cuatro cifras. Propone patrones aditivos o multiplicativos con números de hasta cuatro cifras. 	Patrones aditivos y multiplicativos: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta los datos en problemas de regularidad gráfica⁵ y numérica, expresándolos en un patrón aditivo con números naturales o fracciones. Creación de una regularidad a partir de un patrón aditivo con números naturales.
Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en una igualdad (con adición y sustracción con números hasta 20) con material concreto. 	Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en una igualdad con adición y sustracción. 	Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia, expresándolos en una igualdad con iconos (con adición, sustracción, multiplicación o división). 	Ecuaciones y desigualdades: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio, expresándolos en ecuaciones simples de la forma $a \pm \square = b$.
Relación de cambio: <ul style="list-style-type: none"> Identifica los datos y relaciones a partir de una situación experimental de variación de una magnitud con respecto al tiempo⁴, y los relaciona en tablas simples. 	Relación de cambio: <ul style="list-style-type: none"> Recoge datos experimentales de dos magnitudes en problemas de variación y los relaciona en tablas simples. 	Relación de cambio: <ul style="list-style-type: none"> Recoge datos experimentales de dos magnitudes en problemas de variación y los relaciona en tablas simples. 	Relaciones proporcionales: <ul style="list-style-type: none"> Interpreta los datos en problemas de variación entre dos magnitudes, expresándolos en una relación de proporcionalidad directa usando tablas.

1 Situaciones con gráficos, dibujos o material concreto.

2 Patrones cuya regla de formación tenga elementos que se diferencien en dos criterios, por ejemplo: botón grande rojo, botón pequeño azul, botón pequeño azul (la diferencia está en el tamaño y color).

3 Situaciones creadas con guardillas, losetas, frisos, gráficos, dibujos y material concreto.

4 Por ejemplo: el crecimiento de una planta (longitud) en un mes (tiempo).

5 Configuraciones puntuales, arreglos, figuras, etc.

Patrones: <ul style="list-style-type: none"> Describe con lenguaje cotidiano o matemático los criterios que cambian en los elementos de patrón de repetición. Expresa un mismo patrón de repetición y un mismo patrón aditivo a través de dos o más representaciones con material concreto, pictórico o gráfico o simbólico (códigos, letras). 	Patrones: <ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para expresar el criterio geométrico (simetría) que interviene en la formación del patrón de repetición. 	Patrones: <ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para describir la regularidad en los patrones geométricos y numéricos. 	Patrones: <ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para expresar el criterio geométrico (traslación) que interviene en el patrón y la regla de formación creciente del patrón numérico.
Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o gráfica lo que comprende sobre el significado del equilibrio y la equivalencia. Representa una igualdad, en forma concreta (regletas, balanzas, monedas, etc.), gráfica y simbólica (con expresiones de adición y sustracción y el signo "="). 	Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Representa una igualdad con valores conocidos o desconocidos con objetos, de forma concreta (regletas, balanzas, monedas, etc.), gráfica y simbólica (con expresiones aditivas y el signo "="). 	Igualdades: <ul style="list-style-type: none"> Representa una igualdad con valores conocidos o desconocidos con iconos, de forma concreta, gráfica y simbólica (con expresiones de multiplicación y división y el signo "="). 	Ecuaciones y desigualdades: <ul style="list-style-type: none"> Representa el valor desconocido de una igualdad con iconos.
Relaciones de cambio: <ul style="list-style-type: none"> Describe relaciones numéricas⁶ entre elementos de dos colecciones, con soporte concreto y gráfico. 	Relaciones de cambio: <ul style="list-style-type: none"> Describe la relación de cambio entre dos magnitudes. 	Relaciones de proporcionalidad: <ul style="list-style-type: none"> Expresa las relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes. 	Relaciones de proporcionalidad: <ul style="list-style-type: none"> Expresa las relaciones de proporcionalidad de dos magnitudes.

6 Relaciones de doble y mitad, uno más y uno menos, relaciones de comparación.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<ul style="list-style-type: none"> Propone acciones para resolver problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema. 		
<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza alguna estrategia heurística para ampliar, completar o crear patrones de repetición y aditivos, de forma vivencial y usando material concreto. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias o recursos como el espejo o geoplano para resolver problemas de patrones simétricos. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza algunas estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos de traslación y criterios perceptuales.
<p>Patrones aditivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, completar o crear patrones aditivos. 	<p>Patrones aditivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. 	<p>Patrones aditivos y multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos y multiplicativos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. 	<p>Patrones aditivos y multiplicativos con fracciones y naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de cálculo para ampliar o crear patrones aditivos con fracciones y números naturales, incluyendo el uso de la calculadora.
<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos de agregar y quitar con material concreto y la relación inversa de la adición con la sustracción, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad. 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias y procedimientos aditivos (agregar y quitar), la relación inversa de la adición con la sustracción y la propiedad conmutativa, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad. 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza material concreto y gráfico para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad con multiplicación. Empieza estrategias y procedimientos multiplicativos, la relación inversa entre la multiplicación y la división, la propiedad conmutativa de la multiplicación, para resolver situaciones de equivalencia o igualdad o hallar un valor desconocido con expresiones aditivas y multiplicativas. 	<p>Ecuaciones y desigualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza procedimientos por tanteo, sustitución o agregando, quitando o repartiendo para encontrar el valor o los valores desconocidos de una igualdad o ecuación y una desigualdad. Empieza propiedades de las igualdades (sumar, restar, multiplicar o dividir en ambos lados de la igualdad) para hallar el término desconocido de una igualdad. Aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la adición para formular igualdades.
	<p>Problemas de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza esquemas y procedimientos de comparación para encontrar la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo. 	<p>Problemas de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza esquemas, procedimientos de comparación y operaciones para encontrar relaciones numéricas entre dos magnitudes. 	<p>Problemas de proporcionalidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza estrategias de ensayo y error, experimentación, tablas, recojo de datos u operaciones para resolver problemas de relaciones de cambio o de proporcionalidad.
<ul style="list-style-type: none"> Comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto o apoyo pictórico o gráfico. 	<ul style="list-style-type: none"> Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea. 		<ul style="list-style-type: none"> Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones.

Elaborar y usar estrategias

Razonar y argumentar generando ideas matemáticas

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón de repetición con dos criterios. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los términos que aún no se conocen del patrón de repetición geométrico de simetría. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los términos que ocupan una posición más adelante en el patrón de repetición geométrico de simetría y según criterio perceptual. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos del patrón y la regla de formación creciente o constante, de los patrones aditivos con números naturales o fracciones.
<p>Patrones aditivos:</p> <p>Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo de hasta dos cifras.</p>	<p>Patrones aditivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo de hasta tres cifras. 	<p>Patrones aditivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo o multiplicativo de hasta cuatro cifras. 	<p>Patrones aditivos y multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas sobre los términos no conocidos en patrones multiplicativos con números naturales o fracciones.
<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica los que ocurre al agregar o quitar una misma cantidad de objetos a ambos lados de una igualdad gráfica o una balanza en equilibrio, basándose en lo observado en actividades concretas. 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre lo que ocurre al agregar o quitar una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas. Elabora conjeturas que permitan establecer la propiedad conmutativa de la adición. 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre lo que ocurre en una igualdad al multiplicar o dividir una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas. 	<p>Ecuaciones y desigualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica y defiende sus argumentaciones, usando ejemplos, sobre los procedimientos usados para resolver problemas de igualdades o desigualdades.
	<p>Relaciones de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas. 	<p>Relaciones de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre dos magnitudes, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas. 	<p>Relaciones proporcionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas, usando ejemplos, para afirmar que dos magnitudes son directamente proporcionales.
			<ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas, usando ejemplos y contraejemplos.

7 Tablas, empezar por atrás.

Descripción y ejemplos de indicadores

Capacidad Matemática situaciones

Indicador para cuarto grado:

Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia, expresándolos en una igualdad con íconos (con adición, sustracción, multiplicación o división).

Descripción del indicador:

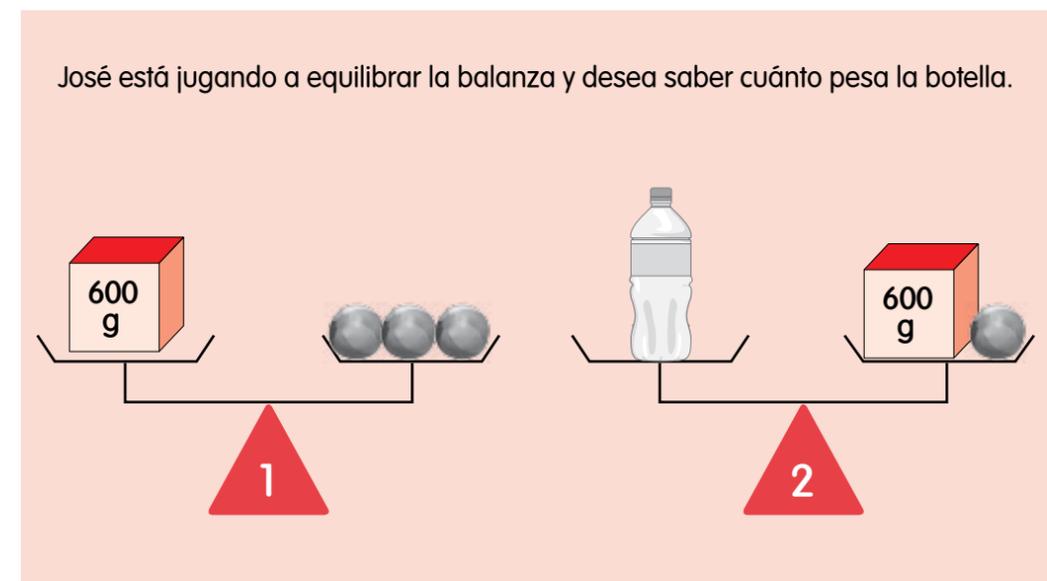
Identificar datos y relaciones implica reconocer cuáles son las cantidades que intervienen en el problema, cómo se logra el equilibrio o la equivalencia y descubrir que hay una equivalencia entre las cantidades del problema o que hay varias formas de obtener el mismo resultado.

Equivalencia: igual valor.

Igualdad: dos expresiones equivalentes relacionadas con el signo “=”.

Expresar la igualdad implica escribir las expresiones aditivas o multiplicativas cuyo resultado es el mismo e igualarlas mediante el signo “=”.

Veamos el siguiente ejemplo:



- Las siguientes preguntas permitirán identificar los datos y las relaciones de equivalencia entre ellos, para expresar el problema en una igualdad:

- ¿La balanza qué idea nos proporciona?, ¿de equilibrio o desequilibrio?
- ¿Qué datos presenta el problema?, ¿solo son datos numéricos?
- En la primera balanza, ¿qué datos tenemos? ¿Qué objetos se equilibran? ¿Qué equivalencia tenemos? Escribe la equivalencia como una igualdad.

600 gramos
equivale a 3
pelotas.

$$600 \text{ g} = 3 \text{ } \bullet$$

- ¿Con qué se equilibra el peso de la botella? ¿Conocemos el peso de la pelota? Escribe el peso de la botella con los datos que nos da la segunda balanza. Exprésalo como una igualdad.


$$= 600 \text{ g} + 1 \text{ pelota}$$

Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas

Indicador de tercer grado:

Describe la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo.

Descripción del indicador:

Describir implica que se exprese de forma oral o escrita todo lo que ocurre con el comportamiento de ambas magnitudes, siempre una con respecto de la otra, es decir, que se exprese si la magnitud aumenta o disminuye en función del tiempo, por ejemplo: “a mayor tiempo, mayor será el crecimiento de una persona”. Los datos pueden ser recogidos de una situación experimental o de otras fuentes, como: periódicos, tablas de crecimiento, etc.; dichos datos se organizan en tablas o gráficos.

Veamos un ejemplo¹¹ de este desempeño:

EL CRECIMIENTO DE DANIELA

Los datos de la siguiente tabla muestran la talla de Daniela en diferentes momentos de su vida:

EDAD	TALLA
0 años	52 cm
3 años	105 cm
6 años	112 cm
9 años	122 cm
12 años	155 cm
15 años	165 cm
18 años	165 cm
21 años	165 cm
24 años	165 cm



Describe qué pasa con la talla de Daniela cuando aumenta su edad:

Pasa que mientras más años tengo Daniela más crece, pero cuando llega a los 15, no crece ni se hace más pequeña.

Figura 3. Tarea que evidencia la relación entre dos magnitudes: edad y estatura. Mapas de Progreso. Matemática: Cambio y Relaciones (2013)

Capacidad Elabora y usa estrategias

Indicador de tercer grado:

Emplea estrategias y procedimientos aditivos (agregar y quitar), la relación inversa de la adición con la sustracción y la propiedad conmutativa, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad.

Descripción del indicador:

En este grado los estudiantes resolverán problemas en los que deberán expresar una igualdad con expresiones equivalentes, en las que puede haber valores desconocidos que encontrar. Para encontrar estos valores o equivalencias, el estudiante puede hacer uso de:

- Estrategias como la de ensayo y error, en la que se pueden ir sustituyendo los valores desconocidos por números tentativos, hasta encontrar el valor que cumple con la igualdad.



$\text{?} + 15 = 22$

~~5~~

~~6~~

7 ✓

$$\begin{array}{r} 15 + \\ 7 \\ \hline 22 \end{array} \checkmark$$

si cumple

- Procedimientos aditivos de agregar o quitar la misma cantidad de objetos en ambos lados de los platillos. Es decir, si en el platillo de tu izquierda se quita una pesa de 5 kg, en el otro platillo también quitarás una pesa de 5 kg.

Quitando a ambos lados del platillo

Restando a ambos lados de la igualdad

$\text{?} + 15 = 22$

Quitamos en ambos lados	Resolvemos
$\text{?} + 15 - 15 = 22 - 15$	$\text{?} = 7$

- Aplicando la relación inversa entre la adición y la sustracción en un problema de igualdad, donde hay que hallar el valor del ícono (bolsa):

$$\text{?} + 15 = 22 \quad \rightarrow \quad 22 - 15 = 7$$

- Aplicando la propiedad conmutativa de la adición:

$$\text{?} + 15 = 15 + 7 \quad \rightarrow \quad \text{?} + 15 = 7 + 15$$

Capacidad

Razona y argumenta generando ideas matemáticas

Indicador de cuarto grado:

Elabora supuestos sobre los términos que ocupan una posición más adelante en el patrón de repetición geométrico de simetría y criterio perceptual.

Descripción del indicador:

Elaborar supuestos en este tipo de problemas implica que los estudiantes puedan predecir el término en una posición que se desconoce y no sea observable o deducible a simple vista, y explicar el porqué de sus afirmaciones. Para ello, los niños deberán

identificar la regla de formación del patrón de repetición geométrico, a partir de ensayos o exploración con el material concreto, lo cual permitirá que expresen cómo se relacionan los elementos, cómo cambian y qué cambia. Además, los estudiantes deben explorar relaciones entre los elementos y el número de posición que estos ocupan, reconocer cómo son los elementos que ocupan posición par o impar, o cada cuánto se repite una forma o un color, de tal manera que estén en la posibilidad de hacer supuestos sobre cuál elemento correspondería a una posición cualquiera. Podrán llegar a supuestos como el siguiente: “El elemento de posición 10 y el 12 son iguales porque...”.

Veamos un ejemplo:

Un albañil coloca mayólicas en un local y así forma una secuencia decorativa.
¿Qué pieza continúa?



Mapa de progreso de Matemática: Cambio y Relaciones (2013)

En este problema, además de encontrar cuál es la mayólica que continúa, los estudiantes pueden hacer supuestos sobre cómo serán las piezas que se colocarán más adelante. Por ejemplo, se darán cuenta de que cada 6 piezas todo se repite: la pieza 1 se repite en la posición 7 y luego en la 13; de igual forma, la pieza 6 se repite en la posición 12 y luego en la 18. Esto permite que los niños formulen supuestos como este: “La mayólica de la posición 24 es la misma que la mayólica de la posición 6”.

Estas son algunas preguntas que pueden ayudar a que los estudiantes realicen supuestos:

- ¿Cuántas piezas diferentes hay en el patrón? ¿Dónde vuelves a encontrar una pieza igual a la pieza 1?, ¿y a la pieza 2?, ¿y a la pieza 3?...
- ¿Puedes saber cómo serán las piezas que no ves sin necesidad de dibujarlas todas?, ¿cómo lo harías?, ¿cómo podrías organizar la información?
- ¿Qué pasaría si las piezas 3 y 4 se quitan?, ¿cómo sería la nueva secuencia? ¿En qué posición estaría la pieza 13?

2.3.3 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

Desarrollar esta competencia en el IV ciclo implica que los niños actúen y piensen matemáticamente al resolver problemas geométricos de diversos contextos vinculados con las formas tridimensionales y bidimensionales; problemas referidos al movimiento o las transformaciones geométricas como la simetría y la traslación de figuras; y problemas de localización que conllevan a ubicar objetos o figuras en una cuadrícula.

Uno de los principales problemas en la enseñanza de la geometría es que se basa en una transmisión ostensiva¹, de conceptos completamente desvinculados de los problemas para los cuales son útiles, y en la memorización de nombre y definiciones.

En este sentido, el cambio fundamental consiste en proponer a los estudiantes problemas que los conduzcan a explorar su entorno, ubicarse en él, situar objetos, identificar y caracterizar formas, representarlas, aplicarles movimientos, anticipar transformaciones; todo ello acompañado de la reflexión sobre los procedimientos y resultados obtenidos.

Así, los niños en este ciclo podrán matematizar situaciones a partir de una experiencia vivencial con su entorno para expresar la realidad o los objetos que hay en ella en formas tridimensionales o bidimensionales; ubicarse en el entorno y expresarlos en una maqueta o en un plano; aplicar movimientos a las figuras y expresarlo en una figura simétrica o una figura que se traslada; comunicar y representar las ideas geométricas relacionadas con las formas y sus elementos básicos empleando lenguaje matemático, así el uso del lenguaje geométrico será necesario cuando quieran comunicar posiciones, describir e identificar a los objetos e indicar oralmente los movimientos. La adquisición del vocabulario geométrico se produce a partir de su utilidad para resolver problemas y es en el marco de estos que surge la necesidad de usar expresiones cada vez menos ambiguas.

Los estudiantes en este ciclo también elaborarán y usarán estrategias al construir formas mediante el plegado, recortado, modelado y el dibujo; medir la longitud, capacidad y superficie de los objetos; y construir figuras simétricas y trasladarlas con material concreto, usando instrumentos de dibujos y diversos materiales. En este proceso también es necesario que razonen y argumenten con el objetivo de construir o generar nuevas ideas geométricas al elaborar conjeturas sobre las propiedades de las formas y verificarlas. Al explicar sus procedimientos y resultados consolidarán lo que aprendieron.

¹ La ostensión es el procedimiento privilegiado para la introducción precoz de las nociones matemáticas. Por ejemplo: pegar en la pizarra figuras recortadas y mostrarlas con un solo "golpe de imagen"

(Chamorro, 2006)

Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En este sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de estas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa del progreso)		
III ciclo	IV ciclo	V ciclo
Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos ¹ de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie, y capacidad); empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas, y los explica usando ejemplos similares.	Relaciona características, atributos, localización y movimiento de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.	Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tri dimensionales, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano; Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Lados, caras, esquinas

² Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos esenciales¹ de los objetos de su entorno y los expresa de forma tridimensional² con material concreto. Relaciona la forma tridimensional de material concreto con objetos de su entorno. <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica elementos esenciales³ de los objetos de su entorno y los expresa de forma bidimensional⁴ con material concreto. Relaciona la "huella" dejada por un objeto tridimensional con una figura bidimensional. <p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica la imagen semejante de los objetos y figuras a partir de doblar la figura por la mitad, expresándolos en una figura simétrica con material concreto⁵. Reconoce figuras simétricas en objetos y figuras de su entorno a partir de un eje de simetría. <p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos de ubicación y desplazamiento de objetos en entornos cercanos, según un referente, expresándolos en una maqueta o en un bosquejo con material concreto y gráfico. Empieza dibujos o una cuadrícula al resolver problemas de localización. Verifica si la maqueta o el dibujo empleado permite resolver problemas de localización o posición de objetos y personas. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o de sus bases, y los relaciona con prismas rectos rectangulares y cubos. Relaciona una forma tridimensional concreta y gráfica con objetos de su entorno y con sus vistas. <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos y vértices, perímetro y superficie y lo expresa en un modelo figura bidimensional regular o irregular. Relaciona las características de las figuras al plantear o resolver un problema de construcción de figuras compuestas. <p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características y condiciones de los objetos, expresándolos en una figura simétrica usando material concreto y una cuadrícula. Reconoce figuras simétricas en objetos y figuras de su entorno con uno o más ejes de simetría. <p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos o características relevantes en situaciones de localización y desplazamiento de objetos, en entornos cotidianos, expresándolos en un bosquejo realizado en cuadrículas. Empieza una cuadrícula al resolver problemas de localización. Verifica si el bosquejo o la cuadrícula corresponde a la realidad y permite ubicar y localizar con precisión. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases y, los relaciona con prismas rectos. Relaciona los prismas rectos con su proyección vista desde abajo, desde arriba o desde un costado. <p>Forma bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos, paralelismo o perpendicularidad y lo expresa en un modelo basado en paralelogramos. Usa un modelo basado en paralelogramos al plantear o resolver un problema. <p>Simetría y traslación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica condiciones y características relevantes en problemas de desplazamiento, expresándolos en un modelo de traslación de formas bidimensionales en una cuadrícula de coordenadas. Reconoce la traslación de una figura en otros problemas. <p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica las referencias necesarias en situaciones de localización y desplazamientos, en el entorno escolar, expresándolos en un croquis apoyado en cuadrículas y coordenadas. Empieza un croquis con cuadrículas con coordenadas al resolver problemas de localización. Verifica si el croquis empleado corresponde a la realidad y permite localizar o desplazarse con precisión. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Reconoce elementos y propiedades de los objetos según sus caras, bases, altura, superficie lateral y los relaciona con prismas y cilindros. Relaciona un prisma con cubos y sus diferentes vistas. Selecciona la estructura del sólido con cubos, para resolver un problema de construcción de prismas. <p>Forma bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características y propiedades geométricas explícitas según su perímetro y área en objetos y superficies de su entorno, expresándolos en un modelo basado en cuadriláteros y triángulos. Aplica las propiedades de los cuadriláteros o triángulos al plantear o resolver un problema. <p>Ampliación y reducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica condiciones y características de los objetos de su entorno, expresándolos en un modelo de ampliación y reducción de figuras en un plano cuadrículado. Aplica la ampliación y reducción de figuras a otros problemas similares. <p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Organiza datos respecto a la localización de lugares y desplazamiento de los objetos en la localidad, expresándolos en un croquis usando puntos cardinales en un sistema de coordenadas. Empieza un sistema de coordenadas con puntos cardinales al resolver problemas de localización.

1 Elementos esenciales de los cuerpos geométricos: esquinas, caras, líneas rectas, líneas curvas. Cuerpos redondos (cono, cilindro, esfera). Cuerpos no redondos (cubo, prisma).

2 Prisma rectangular, cubo, esfera, cilindro y cono.

3 Elementos esenciales de las figuras geométricas: lados y esquinas, líneas rectas y líneas curvas.

4 Triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo.

5 Hojas con formas simétricas, etc., doblado de papel, figuras geométricas, mosaicos, bloques de construcción, geoplano.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa los elementos esenciales de las formas tridimensionales (caras, bordes, esquinas, líneas rectas, líneas curvas, etc.). Representa los objetos de su entorno de forma tridimensional, con material gráfico-plástico, concreto y gráfico. Expresa la medida de la capacidad de los objetos usando unidades arbitrarias: cucharas, cucharitas, gateros, tazas, con puñado, manos, etc. Expresa la medida de longitud de los objetos (largo, ancho, alto, etc.) usando su cuerpo: dedos, manos, pies, pasos y objetos como clip, lápices, pañillos, etc. Expresa la medida de superficie de los objetos usando unidades de medida arbitraria con objetos: servilletas, tarjetas, cuadrados, etc. <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa los elementos esenciales de las formas bidimensionales (puntas, lados, líneas rectas, líneas curvas, etc.). Representa los objetos de su entorno de forma bidimensional o plana con material gráfico-plástico y concreto⁶ con el modelo presente o ausente y a partir de sus elementos esenciales. <p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa los objetos de su entorno que sean simétricos según si se parte por la mitad o si tienen un eje de simetría, con material gráfico-plástico y concreto⁷ con el modelo presente o ausente. Construye figuras simétricas usando material gráfico-plástico, doblando o recortando el papel y material concreto, a partir de un eje de simetría. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las formas tridimensionales⁸ según sus elementos (caras, aristas, vértices). Construye figuras tridimensionales con el modelo presente o ausente, a través del moldeado, material concreto⁹ o con una plantilla. Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales. Expresa la medida y la estimación de la capacidad de los recipientes en litros. Expresa la medida de longitud o el perímetro de los objetos (largo, ancho, alto, etc.) usando el metro y el centímetro. Expresa la medida de superficie de los objetos usando como unidad un cuadrado y material concreto (loseta cuadrada, cartones cuadrados) <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las figuras bidimensionales según sus elementos (lados, vértices, ángulos rectos y ángulos menores que un ángulo recto). Construye y dibuja figuras bidimensionales¹⁰ con diferentes materiales concretos, de forma gráfica (cuadrícula, mallita de puntos) y con regla, escuadra y transportador. Construye figuras bidimensionales simples y compuestas en forma concreta¹¹, a partir de instrucciones escritas y orales. <p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de simetría de las figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. Representa con material concreto (geoplanos, bloques lógicos, etc.) pictórico y gráfico (en la cuadrícula) el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las formas tridimensionales según sus elementos (caras laterales, aristas, vértices, bases). Construye figuras tridimensionales con diferentes materiales concretos y a partir de una plantilla. Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales. Describe la estimación y la comparación de la medida de capacidad en fracciones de litro, galones. <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las características de los polígonos y paralelogramos, según su número de lados y vértices, nombrándolos adecuadamente (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.). Representa en forma concreta (sogas, geoplano, etc.) y gráfica (en cuadrículas), diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro. Representa en forma concreta (sogas, geoplano, origami, etc.) y gráfica (en cuadrículas) diferentes rectángulos, cuadrados, rombos y romboides con el modelo presente y ausente. Construye paralelogramos según indicaciones orales y escritas. Describe la estimación y la comparación de la medida de la longitud, perímetro, superficie de las figuras a partir de unidades arbitrarias o convencionales. <p>Traslación y simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical u horizontal. Representa en forma concreta (geoplano, gráfica (en cuadrícula) y, la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría vertical u horizontal. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa las propiedades y elementos de cubos, prismas o cilindros nombrándolos apropiadamente. Representa gráficamente las diferentes vistas bidimensionales que tiene una forma tridimensional. Construye figuras tridimensionales en forma concreta (origami modular), a partir de su medida e instrucciones escritas y orales. <p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las características y propiedades básicas de los cuadriláteros y triángulos con respecto a sus lados y ángulos y diagonales, paralelismo y perpendicularidad. Describe la construcción de formas bidimensionales a partir de sus elementos o propiedades. Representa en forma concreta (tangram, geoplano, origami) y gráfica (en cuadrículas, mallita de puntos), cuadriláteros y triángulos, dados la medida de sus lados, ángulos, el perímetro o el área. <p>Ampliación y reducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la transformación de ampliación y reducción de una figura en el plano cuadrículado. Construye una misma figura dos o más ampliaciones o reducciones en un plano cuadrículado o en el plano cartesiiano.

6 Geoplano, mosaicos, etc.

7 Cubos, prismas rectangulares, esferas y conos.

8 Poliedros, plastilina y mondadiente.

9 Triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos.

10 Tangram, geoplano, doblado de papel.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe los desplazamientos que realiza para ir de un lugar a otro o para ubicar objetos y personas con relación a sí mismo, a otros objetos y personas, usando las expresiones "sube", "baja", "entra", "sale", "hacia adelante", "hacia atrás", "hacia arriba", "hacia abajo", "a la derecha", "a la izquierda" y "por el borde". Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y simbólica con flechas. Expresa la medida de longitud de su recorrido en unidades arbitrarias a través de su cuerpo: pasos, pies, brazos o convencionales (metro). 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas y ubicaciones usando como referentes objetos y lugares cercanos por los que debe pasar. Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y coordenadas de filas y columnas. Expresa la medida de longitud de su recorrido en unidades convencionales (metro y centímetro). 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas o ubicaciones, usando como referentes objetos y lugares cercanos o por los que debe pasar. Elabora croquis, mapas usando referentes paralelos, perpendiculares y oblicuos, para ubicar objetos y expresar rutas 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas de desplazamiento en guías, planos de ciudades utilizando referentes espaciales y otras referencias. Grafica en un plano cuadrículado la posición de un objeto.
<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para resolver problemas sobre formas bidimensionales y tridimensionales con el modelo presente y ausente. Usa objetos y su propio cuerpo como unidades de medida arbitrarias para medir, estimar y comparar longitudes de los objetos. Usa recursos de su entorno (servilletas, tarjetas, cuadrados, etc.) como unidades arbitrarias para medir, estimar y comparar la superficie de los objetos. Experimenta y usa recipientes pequeños (vasos, puñados, etc.) como unidades de medida arbitrarias para medir, estimar y comparar la capacidad de un recipiente. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para resolver problemas sobre construcción de formas tridimensionales con el modelo presente y ausente. Emplean estrategias e instrumentos como la cinta métrica para medir longitudes en unidades convencionales. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias para construir cuerpos geométricos, figuras con el modelo ausente según sus ángulos y la simetría, usando diversos materiales. Usa diversos recipientes como jarras, envases de botellas, recipientes graduados, para medir, comparar y estimar la capacidad de los recipientes. Usa instrumentos de medición (cinta métrica y reglas graduadas) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias cortas. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias para construir cuerpos geométricos y dibujar figuras según sus vistas, usando diversos materiales e instrumentos de dibujo.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea materiales concretos o instrumentos, para construir formas bidimensionales con el modelo presente y ausente según sus características y medidas. Comprueba su procedimiento y el de otros para medir longitudes y superficies. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa unidades patrón (cuadrados de 1 cm por lado, lados de una pieza de un bloque lógico o de mosaicos o la cuadrícula) a fin de determinar cuántas unidades cuadradas se necesitan para cubrir superficies de figuras bidimensionales simples y compuestas. Emplea estrategias de ensayo y error o superposición para componer o descomponer una figura, con apoyo concreto. Usa unidades patrón para medir el perímetro de figuras simples o compuestas en forma concreta y gráfica (lado de 1 cm, fichas con lados iguales) Comprueba mediante la vivenciación los procedimientos y estrategias usados para comparar y estimar longitudes y superficies. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa unidades patrón (cartón, cartulina, etc.) que midan un metro cuadrado para determinar cuántas unidades cuadradas necesita para cubrir superficies de figuras bidimensionales Usa estrategias que implican trazar el recorrido de los vértices de las formas bidimensionales, utilizar recortes de figuras de papel para trasladarla sobre un cuadrículado. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea diversos materiales y recursos para construir o dibujar figuras bidimensionales. Emplea procedimientos como componer o rotar figuras, estrategias de conteo de cuadrados o composición de triángulos para calcular el área de paralelogramos y los trapecios a partir del área del rectángulo. Calcula el área del triángulo a partir del área del rectángulo.
<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de ensayo y error, y estrategias que impliquen el trazo de líneas rectas entre un objeto y otro, entre el punto de partida y el de llegada en situaciones de desplazamientos. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de ensayo y error, y estrategias que impliquen el trazo de líneas rectas entre un objeto y otro, entre el punto de partida y el de llegada. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias o recursos para ubicar con precisión un objeto en un plano cuadrículado. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de cálculo y relaciones de proporcionalidad para ampliar o reducir una figura.
<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas, recursos (periódicos, revistas, figuras de objetos y animales) para resolver problemas que impliquen simetría. 	<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone acciones o procedimientos para resolver problemas de simetría. Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas, recursos (periódicos, revistas, figuras de objetos y animales), así como la cuadrícula, para resolver problemas que impliquen simetría. 	<p>Traslación y simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias para trasladar una figura sobre un plano cartesiano. 	<p>Ampliación y reducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de cálculo y relaciones de proporcionalidad para ampliar o reducir una figura.
			<ul style="list-style-type: none"> Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora o ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las semejanzas o diferencias de las formas tridimensionales según sus características. Elabora supuestos y los verifica, sobre la estimación de medidas de longitud, superficie y capacidad en unidades de medida arbitrarias, basándose en experiencias vivenciales. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre la forma tridimensional y las formas bidimensionales según sus características o elementos. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre cuáles son las características geométricas comunes de las formas tridimensionales. Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de capacidad con unidades patrón. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre las características semejantes geométricas de los prismas. Elabora conjeturas sobre los procedimientos matemáticos a aplicar en la solución de problemas de cálculo de volumen. Justifica la relación entre la clasificación de prismas según su base, con la clasificación de polígonos según el número de lados.
<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con su propio lenguaje las semejanzas o diferencias de las formas bidimensionales según sus características. Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de una medida de longitud, superficie o capacidad en unidades de medida arbitrarias, basándose en experiencias vivenciales. Explica el procedimiento usado en la medida de longitud, superficie y capacidad de los objetos. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de una medida de longitud o superficie de un objeto, basándose en experiencias vivenciales. Establece semejanzas o diferencias entre las figuras geométricas según sus características. Elabora conjeturas y las verifica sobre el perímetro y la medida de la superficie de una figura simple o compuesta en unidades patrón. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón. Elabora conjeturas sobre cuáles son las características geométricas comunes de las formas bidimensionales. Elabora conjeturas sobre los procedimientos a aplicar en el cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo, entre cuadrado y rombo, etc. Elabora conjeturas sobre las propiedades de los cuadriláteros y triángulos. Explica con ejemplos y contraejemplos las características de los cuadrados, rectángulos, rombos, triángulo rectángulo y equilátero, etc. Establece diferencias entre el área y el perímetro de una figura.
<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica el procedimiento usado para construir el lado simétrico de una figura, con materiales concretos, plegando o recortando un papel. 	<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica el procedimiento usado para construir el lado simétrico de una figura con materiales concretos y gráficos. 	<p>Traslación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre el procedimiento para representar traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas. 	<p>Ampliación y reducción:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre la relación entre la ampliación y reducción con la proporcionalidad.

Descripción y algunos ejemplos de indicadores

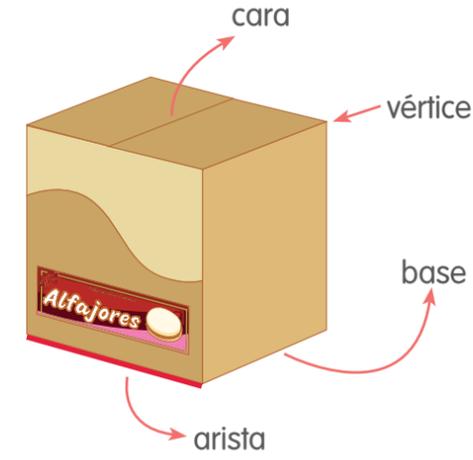
Capacidad Matematisa situaciones

Indicador de cuarto grado:

Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases, y los relaciona con prismas rectos.

Descripción del indicador:

Este indicador propone que los niños exploren, visualicen y descubran en los objetos de su entorno propiedades geométricas relacionadas con la forma y el número de caras, bases y aristas, así como la relación entre estos, es decir, si las aristas son paralelas o perpendiculares, qué aristas son paralelas y cuáles perpendiculares, si las bases son paralelas, si tienen igual forma, si todas las caras son iguales, etc.



- Tiene dos bases iguales cuadradas y son paralelas.
- Sus caras opuestas son iguales y paralelas.
- Las caras vecinas son perpendiculares.
- Tiene caras laterales y son rectangulares.
- Tiene forma de prisma rectangular.



Los estudiantes a partir de un objeto de su entorno plantearán un modelo tridimensional utilizando materiales concretos (palitos y plastilina). Cabe señalar que se considera modelo tridimensional a las formas geométricas que tienen alto, ancho y largo (tres dimensiones).

Ejemplo de indicador precisado:

Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases, y los relaciona con prismas de base triangular.

Veamos un ejemplo:



Las siguientes preguntas ayudan a evidenciar el indicador:

- ¿Cómo es el almanaque?
- ¿Tiene caras? ¿Todas las caras son de cartón? ¿Cuántas caras tiene?
- ¿Tiene pares de caras iguales? ¿Estas caras iguales son además paralelas? ¿Qué forma tienen? ¿Son las bases?
- ¿Qué forma tienen las demás caras? ¿Tienen la misma forma?
- ¿Qué tipo de forma geométrica tiene dos bases iguales y paralelas?

- Tiene dos bases de forma triangular y son paralelas.
- Las caras triangulares son las bases.
- Tiene tres caras de forma rectangular que no son paralelas.
- Las otras 3 caras son rectangulares.
- Es un prisma triangular, por la forma de sus bases.



Capacidad Elabora y usa estrategias

Indicador de cuarto grado:

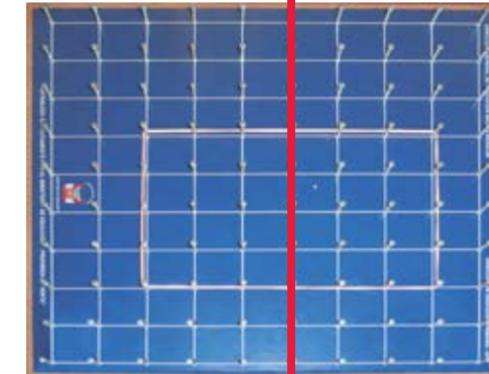
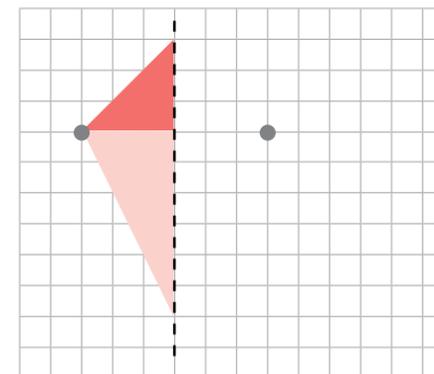
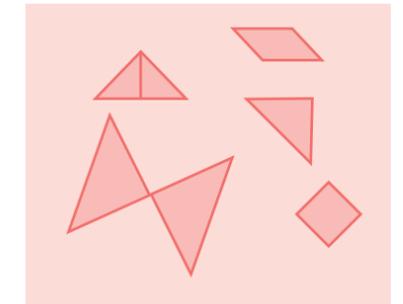
Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas, instrumentos, así como la cuadrícula, para resolver problemas que impliquen simetría.

En el desarrollo de este indicador, los niños pueden hacer uso de diferentes estrategias, por ejemplo:

- *La técnica del recorte:* para construir figuras simétricas se dobla un pedazo de papel y se procede a delinear una silueta y luego a cortarla. Al desdoblar el papel se obtiene una figura simétrica.



- *Armado de rompecabezas:* a través del tangram se puede generar figuras simétricas.
- *Uso del geoplano:* para formar figuras simétricas.
- *Uso de la cuadrícula:* una forma de completar o reflejar una figura sobre un eje de simetría dado, es trazar una cuadrícula y sobre ella identificar la ubicación de puntos, vértices o líneas claves en la estructura de la figura.



Indicador de cuarto grado:

Representa en forma concreta (sogas, geoplano, etc.) y gráfica (en cuadrículas) diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro.

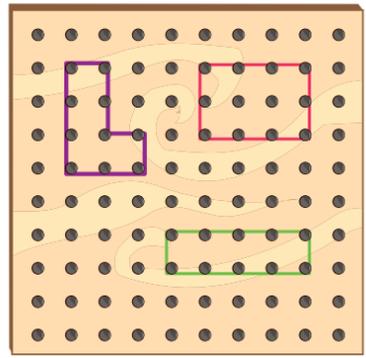
Descripción del indicador:

Este indicador implica que los estudiantes realicen representaciones concretas y gráficas que les permitan apropiarse de la noción de perímetro y a la vez darse cuenta de que el perímetro es independiente del tamaño, superficie o forma de una figura.

El geoplano es un material estructurado muy útil para este trabajo, pero también el uso de cuerdas, sogas o lanas que permiten a los niños formar diversas figuras cerradas de diferentes formas y que encierran superficies distintas y tienen el mismo perímetro.

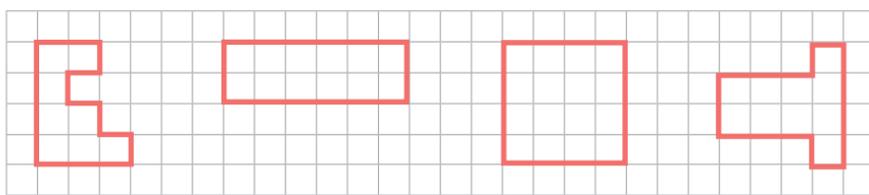
En todas las formas de representar las figuras tienen el mismo perímetro.

Representación concreta

<p style="text-align: center;">Con cuerdas, lanas, sogas, hilos, etc.</p> 	<p style="text-align: center;">Con el geoplano</p> 
---	---

Representación gráfica

En cuadrículas



2.3.4 Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

El desarrollo de esta competencia posibilita a las personas ocuparse del diseño de estudios referidos al análisis de datos recogidos y la predicción o toma de decisiones a partir de los resultados obtenidos.

“La cultura estadística es la capacidad de interpretar, evaluar críticamente y comunicar la información estadística de los mensajes”.

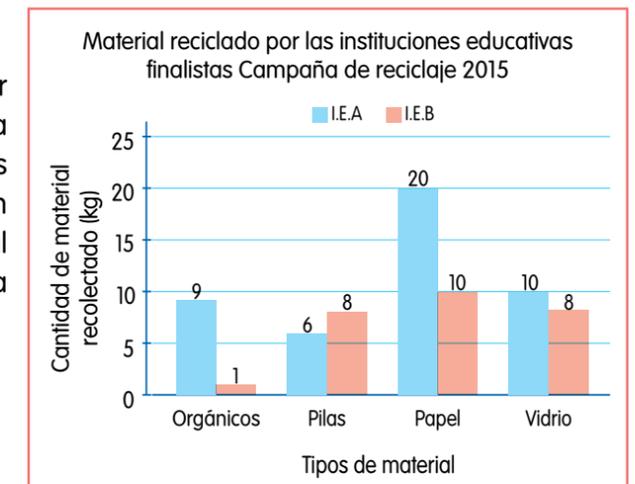
Iddo Gal (2002) citado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/75/Articulos_05.pdf

Para desarrollar esta competencia en el IV ciclo, los estudiantes se enfrentarán a problemas en los que será necesario plantearse preguntas apropiadas y coherentes con un tema de estudio, con el fin de recoger los datos pertinentes que los lleven a la resolución del problema. Es muy conveniente que los temas de estudio involucrados en los problemas planteados sean sencillos y de contextos cercanos, como son el personal y el escolar. Los niños deben estar en la posibilidad de recoger sus propios datos directamente, para ello elaborarán preguntas sencillas o encuestas cortas y aplicarán diversas estrategias para el recojo de esos datos.

La elaboración de tablas de frecuencia, tablas de doble entrada, pictogramas con escala y gráficos de barra simples implica saber cuáles son las variables cuyos datos han sido recogidos y reconocer si son cualitativas o cuantitativas. Esta forma de organizar los datos y sus relaciones moviliza la capacidad de matematizar en los estudiantes.

La lectura de la información que se obtenga en los gráficos realizados requerirá de la movilización de la capacidad de los niños de comunicar y representar, al describir la información y hacer comparaciones para responder las preguntas del problema planteado. Asimismo a partir de la lectura de la información; podrán hacer supuestos y sacar conclusiones.

Las situaciones que se presenten deberán estar basadas en la frecuencia de eventos, de manera que los estudiantes puedan utilizar las nociones “posible”, “seguro” e “imposible”. Así, se iniciarán en las nociones de probabilidad e incertidumbre, al reconocer qué es un suceso, así como la frecuencia y posibilidad de ocurrencia.



Matriz: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

A continuación les presentamos una matriz que muestra de manera integrada el estándar de aprendizaje (mapa de progreso), así como los indicadores de desempeño de las capacidades para el desarrollo de la competencia en el ciclo. Los niveles de los mapas de progreso muestran una definición clara y consensuada de las metas de aprendizaje que deben ser logradas por todos los estudiantes al concluir un ciclo o periodo determinado. En este sentido, son un referente para la planificación anual, el monitoreo y la evaluación, pues nos muestran el desempeño global que deben alcanzar nuestros estudiantes en cada una de las competencias. Las matrices con los indicadores de desempeño de las capacidades de aprendizaje son un apoyo para diseñar nuestras sesiones de aprendizaje; son útiles también para diseñar instrumentos de evaluación, pero no nos olvidemos que en un enfoque de competencias, al final, debemos generar instrumentos que permitan evidenciar el desempeño integral de estas. En resumen, ambos instrumentos nos ayudan tanto a la planificación como a la evaluación, pero uno nos muestra desempeños más acotados (indicadores de desempeños), mientras que el otro nos muestra un desempeño complejo (mapas de progreso).

Hemos colocado el nivel anterior y posterior al ciclo correspondiente para que puedan identificar en qué nivel de desempeño se encuentra cada uno de nuestros estudiantes, y así diseñar actividades adecuadas para cada uno de ellos.

Estándares (mapa de progreso)		
III ciclo	IV ciclo	V ciclo
<p>Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.</p>	<p>Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros¹. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas², y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y los explica o justifica usando ejemplos.</p>	<p>Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.</p>

¹ El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

² Pictogramas con escala.

Matematiza situaciones		Comunica y representa ideas matemáticas	
Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos (cualitativos) en situaciones, expresándolos en listas o tablas simples de conteo, pictogramas o diagramas de barra simples (con escala dada de dos en dos o cinco en cinco). 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos (cualitativos y cuantitativos discretos) en situaciones de contexto personal, expresándolos en tablas simples de conteo, barras simples o pictogramas (con escala dada). 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos (cuantitativos discretos y cualitativos) en situaciones en contexto escolar, expresándolos en tabla de doble entrada o gráfico de barras simples con escala. 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Interpreta datos y relaciones (hasta dos variables cualitativas o cuantitativas discretas) en diversos problemas estadísticos y los expresa en tablas de doble entrada, gráficos de barras dobles o gráficos de puntos.
<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone preguntas sencillas para recoger datos cualitativos y cuantitativos discretos en situaciones de contexto familiar y escolar. Transita de una representación a otra, por ejemplo de: pictogramas con equivalencias a gráfico de barras simples, usando material concreto. Responde preguntas sobre la información contenida en tablas simples, pictogramas con escala y diagramas de barras simples, con datos cualitativos. 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros. Transita de una representación a otra, por ejemplo: de tablas de conteo a barras simples. Responde a preguntas sobre información de tablas, pictogramas y gráficos de barras simples, con datos cualitativos y cuantitativos. 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros. Describe información contenida en cuadros de doble entrada, pictogramas, gráficos de barras dobles agrupadas. Organiza los datos en tablas y los representa en gráficos de barras. Expresa el significado de la moda de un conjunto de datos. 	<p>Problemas con datos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para un tema de estudio y sus posibles opciones de respuesta a través de encuestas. Describe información no explícita contenida en tablas, gráficos de barras dobles, gráficos de puntos, aportando a las expresiones de los demás Organiza los datos en tablas y los representa en gráfico de barras dobles o gráfico de puntos. Describe el comportamiento de un grupo de datos, usando como referencia la moda del conjunto de datos.
<p>Problemas aleatorios.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: posible, imposible. 	<p>Problemas aleatorios.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible. 	<p>Problemas aleatorios.</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible. Registra los datos en tablas a partir de experimentos aleatorios con dados o monedas. 	<p>Problemas aleatorios.</p> <ul style="list-style-type: none"> Utiliza expresiones como "más probable", "menos probable" para comparar la ocurrencia de dos sucesos provenientes de la misma situación aleatoria. Registra los datos en diagrama de árbol partir de experimentos aleatorios.

Segundo grado	Tercer grado	Cuarto grado	Quinto grado
Problemas con datos. <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas sencillas a sus compañeros y familiares para recolectar datos. 	Problemas con datos. <ul style="list-style-type: none"> Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar. Empieza procedimientos de recolección de datos: preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc. 	Problemas con datos. <ul style="list-style-type: none"> Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar. Empieza procedimientos de recolección de datos a partir de: preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc. Ordena los datos de mayor a menor frecuencia para hallar la moda. 	Problemas con datos. <ul style="list-style-type: none"> Plantea una secuencia ordenada de acciones que demandan recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos. Empieza procedimientos de recolección de datos como fuentes de información indirectas (recortes de periódico, encartes de supermercado, revistas, lecturas, etc.) Calcula la moda de un grupo de datos ordenando los datos en tablas de frecuencia o gráfico de barra.
Problemas aleatorios. <ul style="list-style-type: none"> Empieza material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son posibles o imposibles. 	Problemas aleatorios. <ul style="list-style-type: none"> Empieza material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles. Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos. 	Problemas aleatorios. <ul style="list-style-type: none"> Empieza material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles. Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos. 	Problemas aleatorios. <ul style="list-style-type: none"> Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de los eventos o fenómenos.
<ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los criterios comunes para organizar los datos en forma gráfica. 	<ul style="list-style-type: none"> Establece supuestos sobre los posibles resultados sobre la información recolectada. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa sus conclusiones respecto a la información obtenida. 	<ul style="list-style-type: none"> Justifica sus predicciones sobre la tendencia del comportamiento de los datos, a partir del gráfico lineal.
<ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de sucesos cotidianos. 	<ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos basándose en experiencias concretas si un suceso es seguro, posible o imposible. 		<ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la ocurrencia de sucesos con lo más probable y menos probable, basadas en experiencias concretas.

Descripción y ejemplos de algunos indicadores

Capacidad Matemática situaciones

Indicador de cuarto grado:

Plantean relaciones entre los datos (cuantitativos discretos y cualitativos) en situaciones de contexto escolar, expresándolos en

Descripción del indicador:

La identificación de datos, en primer lugar tiene que ver con el problema a investigar, cuál es la población de la que se quiere recoger los datos. También se considera la categoría de los datos: mascotas, animales, frutas, colores, etc., reconocer las características de los datos; por ejemplo, si son mascotas, qué mascotas hay, de qué razas, etc. También implica reconocer que no todas los datos aparecen igual cantidad de veces y la información que se puede recoger es muy variada.

Frecuencia: es la cantidad de veces que se repite un dato. Por ejemplo: 5 niños dijeron que les gustan los gatos, la frecuencia es 5.

Datos cualitativos: expresan distintas cualidades, características o modalidad, y se expresan mediante palabras. Por ejemplo: deporte favorito, color, fruta o mascota preferida, número de orden en una premiación (primero, segundo, tercero...), etc.

Datos cuantitativos discretos: expresan cantidades que se puedan contar. Por ejemplo: el número de hermanos, el número de años, la cantidad de ventas diarias, etc.

Expresar en tablas de doble entrada, pictogramas o diagramas de barras con escala implica dibujar o completar una tabla con cada tipo de dato y su frecuencia. Dibujar un ícono o pintar un cuadrado de la barra por la cantidad de veces que aparece un dato.

Veamos un ejemplo en el que se evidencia este indicador:

Se aplicó una encuesta a los niños y a las niñas del cuarto grado para saber cuál es su fruta preferida, pues tanto ellos como ellas desean elegir las que más les gustan a fin de preparar deliciosas mermeladas. Estos fueron los resultados:

- Manzana: 6 niños y 6 niñas
- Mandarina: 12 niños y 18 niñas
- Naranja: 12 niños y 10 niñas
- Plátano: 18 niños y 16 niñas

Mostraremos los resultados a los padres de familia y se decidirá que frutas usar para la mermelada.

Las siguientes preguntas y consignas ayudan a obtener el desempeño descrito en el indicador:

En la tabla debo considerar a los niños, las niñas y las frutas.

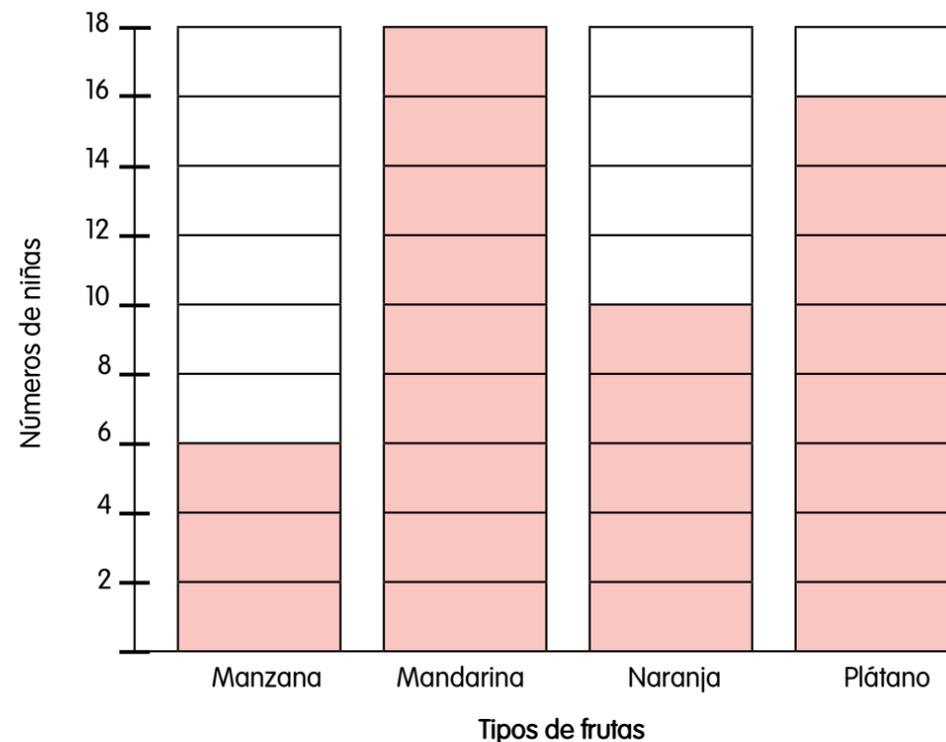


- ¿Qué datos se han recogido?
- ¿A quiénes se les ha preguntado? ¿Se necesita saber la preferencia sobre la fruta de los niños y las niñas por separado?
- ¿Cuáles son los dos tipos de datos que se deben considerar para organizar la información?
- Elabora una tabla en la que se muestren los datos obtenidos.

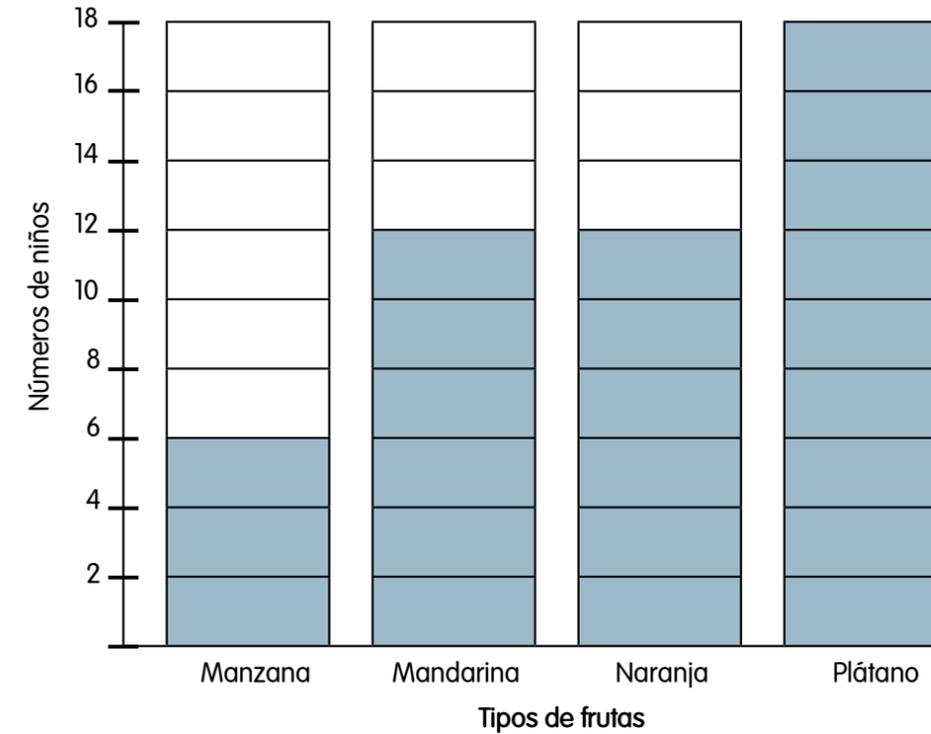
	FRUTA PREFERIDA			
	Manzana	Mandarina	Naranja	Plátano
Niños	6	12	12	18
Niñas	6	18	10	16

- Para visualizar cómo se comportan los datos recogidos y poder interpretarlos, ¿qué gráfico puedes elaborar? ¿Vas a elaborar un gráfico para las niñas y otro para los niños?, ¿necesitas la información por separado?
- Para elaborar los gráficos de barras, ¿cuántos niños representa un

Frutas preferidas por las niñas



Frutas preferidas por los niños



En ambos gráficos puedo ver cómo se comportan los datos para tomar decisiones adecuadas y solucionar el problema.



- ¿Crees que los gráficos muestran el problema y sus datos?

Capacidad Comunica y representa ideas matemáticas

Indicador de cuarto grado:

Describe información contenida en tablas de doble entrada, pictogramas o gráficos de barras.

Descripción del indicador:

En este grado los estudiantes conocerán cada una de estas representaciones de los datos como las tablas de doble entrada, pictogramas o gráficos de barras y saber organizar la información obtenida que ellos presentan.

Asimismo, se espera que interpreten la información organizada en cuadros de doble entrada o gráficos de barras con el fin de utilizarla para resolver problemas.

Para describir, leer o interpretar un gráfico de barras, se debe orientar a los estudiantes a fin de que identifiquen, el sentido (significado) de los ejes, el valor de la graduación de los ejes y la cantidad que representan cada una de las barras.

Veamos un ejemplo en el que se evidencia este indicador:

Los estudiantes de un colegio de Huánuco desean elegir el mes en que realizarán el principal paseo del año. Como en esa región llueve algunos meses, analizarán la frecuencia de las lluvias del año anterior, así evitarán elegir un mes en que se produzcan lluvias que puedan afectar el paseo.

Analiza con ellos el gráfico de barras y sugiereles dos meses en los que puedan viajar sin problemas de lluvia.



Las siguientes preguntas propician el desarrollo del desempeño descrito en el indicador:

- ¿Cuál es el título del gráfico?
- ¿Qué información muestra el gráfico de barras?
- ¿Qué significan los ejes o las líneas verticales y horizontales?
- ¿Qué datos hay en cada uno de los ejes?
- ¿Cómo está graduado el eje vertical?
- ¿Qué significan las barras pintadas?
- Describe lo que pasa en el mes de enero y febrero y en los meses de julio y agosto.
- ¿Qué preguntas podrías hacer a partir del gráfico?

3. Orientaciones didácticas

3.1 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

3.1.1 Estrategias para la construcción del número

1. Visita al mercado o a la tienda de artefactos para resolver y formular problemas

Descripción

A partir de esta situación se generará un conjunto de actividades para hacer matemática en contextos reales, relacionados con los números naturales y las fracciones. Esta actividad permitirá generar problemas para recoger datos e información sobre los productos, cantidades que se venden, precios de los productos, organización del mercado, etc. En el desarrollo de las actividades surgirán muchas situaciones auténticas en las que la matemática se presentará como algo real e integrado al quehacer cotidiano del estudiante dando mucho sentido a su aprendizaje.

Para desarrollar esta actividad es necesario contar con el apoyo de los padres de familia para organizarse y velar por la seguridad de los niños. También se requiere del permiso de los administradores de la tienda o vendedores del mercado para que los estudiantes puedan ser atendidos con amabilidad.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños matematicen al plantear un problema y expresarlo en un modelo de solución aditivo o multiplicativo; comunican y representan al registrar y expresar de diversas formas los precios de los productos; elaboran y usan diversas estrategias de cálculo escrito o mental al resolver los problemas y razonan y argumentan cuando explican en forma coherente y clara sus procedimientos y evalúan si los resultados son factibles de ser reales.

Esta actividad también puede estar relacionada con desarrollar la competencia relacionada con las formas, pues los chicos pueden elaborar una maqueta del mercado o un croquis de ubicación.

Aplicación de la estrategia

Aplicación 1. Visitan al mercado para recoger datos

- El propósito es que los estudiantes escriban y recolecten la mayor información posible con respecto a:
 - Productos que se venden.
 - Precios de los productos.
 - Tipo de venta de los productos, si se venden por paquete, atados, kilogramo, litro, etc.
- En grupos los estudiantes se organizan para recoger información de una sección del mercado o de un puesto, por ejemplo, la sección de abarrotes o el puesto de venta de papas verduras, haciendo las siguientes preguntas:
 - ¿Cuántos puestos hay en la sección de abarrotes?
 - ¿Cuántos tipos de granos o menestras hay?
 - ¿Cuántos kilogramos venden por día?
 - ¿Cuántos sacos de papa vende por día? ¿Y cuál es el costo?
 - ¿Qué instrumentos utilizan?
 - En el puesto de abarrotes los productos los venden por ejemplo: por unidad, por docena, por paquete, por kilogramo. Elabora una tabla donde se muestre cómo se venden los productos.

Producto	¿cómo se vende?	Costo por unidad, por kilogramo, por paquete, etc.
Arroz	Por kilogramo	Costo por kilogramo S/. 3.00
Aceite	Por litro	

- Solicita a los estudiantes que organicen los datos recolectados en tablas o esquemas y pueda ser visibilizado por todos los estudiantes

Aplicación 2. Elaboran el catálogo de los precios de los productos

- Plantea a los estudiantes que elaboren el catálogo de precios de productos por categorías, por ejemplo: de ropa, artefactos, verduras, juguetes, etc. Y puedan escribir los precios de los productos usando tres o cuatro cifras.

Aplicación 3. Representan de diferentes formas

- Solicita a los niños que representen el precio de los productos de distintas formas, usando billetes y monedas, Base Diez, el ábaco, usando descomposiciones aditivas o multiplicativas. Así por ejemplo:

El precio de una casaca  de S/. 285 puede ser expresado de diferentes maneras:

En sumandos	Descomposición multiplicativa	Según su valor posicional
$200 + 80 + 5$	$2 \times 100 + 8 \times 10 + 5$	2C 8 D 5 U
Otras formas no usuales $100 + 100 + 80 + 5$	Otras formas no usuales $2 \times 10 \times 10 + 8 \times 2 \times 5 + 5$	Otras formas no usuales 2C 7D 15U
$100 + 100 + 50 + 30 + 5$		1C 17 D 15 U

Aplicación 4. Plantean y resuelven problemas

- Solicita a los estudiantes que expongan en tablas, cuadros o esquemas y puedan formular y resolver problemas aditivos o multiplicativos.

Aplicación 5. Resuelven problemas usando diferentes estrategias

- Propicia que los estudiantes resuelvan los problemas usando diferentes procedimientos o estrategias.

Aplicación 6. El cajero

- Organiza a los alumnos en grupos de 5 o 6. Uno de ellos será el cajero y el otro su ayudante. Los demás son los clientes.
- Cada cliente verá el catálogo y solicitará 2 o 3 artículos y dará al cajero la cantidad exacta que debe pagar por ellos. Los clientes no deben dar al cajero más de 9 monedas o billetes de una misma denominación.
- El cajero y su ayudante verifican que le den la cantidad correcta y anotarán en un recibo el nombre del cliente, los precios de los artículos que compró y el total de cada venta.
- La actividad termina cuando todos los clientes hayan entregado la cantidad exacta. La actividad puede repetirse con otros catálogos.

Cliente	Artículos	Precio
Marisol	1 chompa	S/. 56
	1 par de zapatos	S/. 79
	Total	S/. 135

Aplicación 7. Los precios de los productos en tablas

- A los niños, organizados en parejas o en tríos, se les pide que recojan los artículos de la mesa con sus respectivos precios.
- Entregar una tabla como la que se muestra.
- Completarán la tabla según el artículo escogido.
- Formularán y resolverán problemas a partir de la tabla. Por ejemplo: Marisol quiere comprar 3 blusas. ¿Cuánto tendrá que ahorrar para comprarlas?
- Expondrán sus problemas y sus procedimientos de resolución.
- Con esta actividad se propiciará resolver problemas de proporcionalidad simple aplicando diversas estrategias para multiplicar.



Cantidad de polos	Precio (S/.)
1	15
2	
3	
4	
5	
6	

2. Juegos para aplicar o construir conocimientos numéricos

“En mi opinión, el objetivo primordial de la enseñanza básica y media no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, pensamos, le va a ser muy necesaria como ciudadano en nuestra sociedad. El objetivo fundamental consiste en ayudarlo a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armonioso. Y para ello nuestro instrumento principal debe consistir en el estímulo de su propia acción, colocándole en situaciones que fomenten el ejercicio de aquellas actividades que mejor pueden conducir a la adquisición de las actitudes básicas más características que se pretende transmitir con el cultivo de cada materia”.

Miguel de Guzmán (1984)

“Juegos matemáticos en la enseñanza”. Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Santa Cruz de Tenerife, 10-14 de setiembre de 1984. Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas Isaac Newton.

Descripción

Los juegos numéricos constituyen una herramienta de ayuda para la construcción o aplicación de diversos conocimientos matemáticos. También permite desarrollar el pensamiento estratégico por lo que potencia el desarrollo de diversas estrategias heurísticas y usar estrategias de cálculo mental o escrito con los números naturales y las fracciones. Se recomienda usar los juegos numéricos para reemplazar a las planas de ejercicios.

La estrategia que aplicaremos es la de Zoltan Dienes.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los niños matematicen al plantear un problema y expresarlo en un modelo de solución aditivo; comunican y representan al usar los términos técnicos de la adición; elaboran y usan diversas estrategias de cálculo escrito o mental al resolver problemas, y razonan y argumentan cuando elaboran conjeturas respecto a los resultados posibles. Además explican en forma coherente y clara sus procedimientos y resultados.

Pasos de la estrategia de Zoltan Dienes

Paso 1. Juego libre. El estudiante se familiariza con los materiales, y que vaya descubriendo por sí mismo las propiedades matemáticas en los materiales.

Paso 2. Juego orientado. Esta actividad estará orientada por el docente y se darán las reglas de juego según lo que se pretenda lograr.

Paso 3. Abstracción. Los niños observan la regularidad en el juego, las relaciones matemáticas involucradas o crean otros juegos con estructura parecida al anterior.

Paso 4. Representación. Se representa la regularidad o relaciones matemáticas en un gráfico o un esquema.

Paso 5. Simbolización. Se pide a los estudiantes que describan el proceso y sus representaciones usando primero lenguaje materno o coloquial, para luego reemplazar algunas palabras por lenguaje matemático.

Paso 6. Generalización. El maestro orienta la construcción formal de la matemática a partir de los hallazgos y el trabajo de los niños. Además, el niño expone lo aprendido de manera segura usando lenguaje matemático y lo aplica a otros problemas, estudian las propiedades de la representación y las relaciones matemáticas.

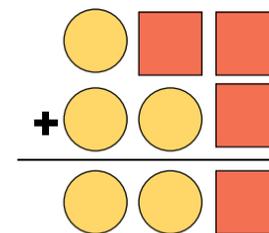
Aplicación de la estrategia

● Aplicación 1. Pares e impares en la adición

¿Qué necesitamos?

Elabora fichas de cartulina o papel del 1 al 9, cuadrados para los pares y círculos para los impares, y así puedan mover las piezas sin necesidad de usar lápiz y papel.

Reto: Coloca los números del 1 al 9 y realiza la adición que aparece en el tablero, colocando los números pares en los cuadrados y los impares en los círculos. ¿Cuántas formas diferentes has encontrado de solución?



En este juego se aplican estrategias de cálculo mental y la estrategia heurística de ensayo y error, si es que no se conoce el juego. También se puede emplear la estrategia de empezar por atrás. Luego de jugar, se sugiere encontrar formas diferentes de resolver el juego.

Paso 1. Juego libre. El estudiante se familiariza con los materiales (las fichas y el esquema para que vaya descubriendo por sí mismo las propiedades matemáticas. Por ejemplo: que vaya descubriendo cuáles son los números pares e impares, ¿por qué se llaman así? ¿Por qué hay cuadrados y círculos? En el esquema, ¿cuántos números pares e impares hay? ¿Qué pasa cuando sumas dos pares y dos impares?

Paso 2. Juego orientado. Se darán las reglas de juego según lo que se pretenda lograr. Realice preguntas para comprender el problema, por ejemplo: di el problema con tus propias palabras, ¿qué datos o información tienes? ¿Qué es lo que se pide?

Paso 3. Abstracción. Los niños observan la regularidad en el juego, las relaciones matemáticas involucradas o crean otros juegos con estructura parecida al anterior. Pide a los estudiantes que creen un problema parecido al resuelto.

Las regularidades encontradas en este juego están relacionadas con que si sumas un par con un par, ¿qué obtengo?, ¿otro par? Comienza con ejemplos sencillos para que puedan generalizar, por ejemplo: $2 + 2 = 4$; $2 + 6 = 8$; $8 + 2 = 10$; de estos ejemplos podemos concluir que si sumamos un número par con otro par, me da un número par. ¿Y qué sucede con un impar más otro impar? ¿Y un número par con un impar? Proporciona ejemplos para que los niños conjeturen con respecto a estas relaciones y que luego sean verificadas con ejemplos. Pregunte también sobre todas las combinaciones posibles con los números pares e impares y cuáles según el esquema quedan descartadas.

Paso 4. Representación. Los estudiantes representan las regularidades matemáticas encontradas en un esquema. Por ejemplo:

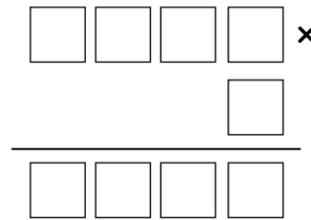


Paso 5. Simbolización. Solicita a los niños que describan el proceso de solución e incorporen en su lenguaje los términos técnicos de la adición: sumandos y suma. De otro lado, también es preciso identificar el valor posicional de sus cifras y si es una adición con canjes o "llevadas".

Paso 6. Generalización. Este juego numérico puede ser el punto de partida para hacer precisiones con respecto a las propiedades de los números pares e impares, a los términos técnicos de la adición y el valor posicional de sus cifras.

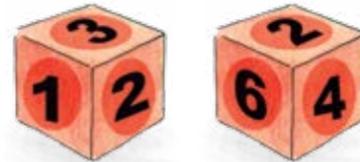
Puedes buscar otros juegos numéricos que te permitan construir o aplicar conocimientos numéricos en el siguiente artículo: "Juegos numéricos". En: *Suma*, número 39, 2002. O en la página web de Divulgamat. Centro virtual de Divulgación de las matemáticas. <http://revistasuma.es/IMG/pdf/39/107-109.pdf>

- **Aplicación 2. El producto con nueve números**
Ordena las cifras del 1 al 9 sobre el esquema, de forma que el producto resultante sea el correcto.
El objetivo de este juego es que se refuerce el algoritmo de la multiplicación, las tablas de multiplicar y los términos técnicos de la multiplicación.



- **Aplicación 3. Dados y fracciones equivalentes**

Es un juego para dos o más jugadores y se necesita un dado (con caras del 1 al 6) para el numerador de la fracción, y otro dado cuyas caras lleven los valores 2, 4, 6, 8, 10 y 12, que se utilizará para el denominador.



Cada jugador elige una fracción y comienza el juego. En su turno, un jugador lanza los dos dados y construye la fracción resultante. Si la fracción es equivalente a la que el jugador eligió, se anota un punto, si no es así, no se anota nada y pasa el turno al siguiente jugador.

Gana quien tenga más puntos después de 15 turnos.

- Después de jugar algunas partidas, investiga qué fracción (o fracciones) merece la pena elegir para tener más posibilidades de ganar el juego.
- Vuelve a jugar después de haber hecho la investigación. ¿Te ha ido mejor ahora?

3.1.2 Estrategias para la resolución de problemas

Autores como Polya, Burton, Mason, Stacey y Shoenfield sugieren pautas para la resolución de problemas. Los siguientes pasos (García, 1992) se basa en los modelos de los autores.

Pasos de la estrategia

1. Comprender el problema

- Lee el problema despacio.
- ¿De qué trata el problema?

- ¿Cómo lo dirías con tus propias palabras?
- ¿Cuáles son los datos? ¿Lo que conoces! ¿Cuál es la incógnita? ¿Lo que buscas!
- ¿Cuáles son las palabras que no conoces en el problema?
- ¿Encuentras relación entre los datos y la incógnita?
- Si puedes haz un esquema o dibujo de la situación.

2. Concebir un plan o diseñar una estrategia

- ¿Este problema es parecido a otro que ya conoces?
- ¿Podrías plantear el problema de otra forma?
- Imagínate un problema parecido pero más sencillo.
- Supón que el problema ya está resuelto ¿Cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Utilizas todos los datos cuando haces el plan?

3. Llevar a cabo el plan o ejecutar la estrategia

- Al ejecutar el plan, compruebas cada uno de los pasos.
- ¿Puedes ver claramente que cada paso es el correcto?
- Antes de hacer algo, piensa: ¿qué consigo con esto?
- Acompaña cada operación matemática de una explicación contando lo que haces y para qué lo haces.
- Cuando tropieces con una dificultad que te deja bloqueado, vuelve al principio, reordena las ideas y prueba de nuevo.



4. Reflexionar sobre el proceso seguido

- Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo que has averiguado.
- Fíjate en la solución, ¿te parece que lógicamente es posible?
- ¿Puedes comprobar la solución?
- ¿Puedes hallar alguna otra solución?
- Acompaña la solución con una explicación que indique claramente lo que has hallado.
- Utiliza el resultado obtenido y el proceso que has seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Orientaciones para el planteamiento de problemas

El verdadero problema es aquel que pone a los estudiantes en una situación nueva, ante la cual no disponen de procedimientos inmediatos para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas; es un reactivo que involucra a los estudiantes en una actividad orientada a la abstracción, la modelación, la formulación, la discusión, etc. (Isoda y Olfo, 2009).

Un buen problema para la clase es aquel accesible a la mayor parte de los estudiantes y cuya resolución admite varios métodos o caminos, tanto intuitivos como formales. Si bien el proceso de exploración es lento, lleva a una comprensión más profunda (Isoda y Olfo, 2009).

¿Cómo diferenciar un problema de un ejercicio?

Veamos el siguiente cuadro:

	Ejercicio	Problema
Según las acciones	La actividad es simple y reproductiva. Apliquen un algoritmo, una fórmula, conocimientos ya adquiridos.	Requiere un tiempo de la comprensión de la situación. Diseñar estrategias y desarrollarlas. Evaluar sus resultados y consecuencias.
Cantidad y calidad	Resolver una gran cantidad de ejercicios no garantiza ser un buen resolutor de problemas.	Los buenos resolutores invierten tiempo en dos procesos: la comprensión y la metacognición o evaluación de sus resultados.
Desarrollo de capacidades	Replican conocimientos aprendidos.	Los desafía y los motiva a investigar, experimentar, hallar regularidades y desarrollar estrategias de resolución.
Desarrollo de cualidades personales	Reproducir conocimientos, procedimientos, técnicas y métodos genera con el tiempo pasividad en los estudiantes.	Despierta una alta motivación y participación por querer resolver el problema. Movilizan experiencias previas y conocimientos adquiridos. Hacen supuestos, experimentan, trazan planes y, por último, sienten la satisfacción de haber solucionado el problema.

Problemas aritméticos elementales verbales (PAEV) sugeridos para el IV ciclo

Los problemas aritméticos nos muestran las diferentes situaciones de la realidad en las cuales se aprecia fenómenos que responden al campo aditivo (adición y sustracción) o al campo multiplicativo (multiplicación o división).

En el IV ciclo se recomienda el planteamiento de problemas aritméticos para la construcción y aplicación de las nociones de adición-sustracción-multiplicación y división.

Los problemas aritméticos pueden ser de una etapa en cuya solución se requiere solo de una operación, problemas aritméticos de dos etapas que requieren de dos operaciones y problemas de varias etapas en cuya solución se usan dos o más operaciones aritméticas.

Los problemas pueden ser de contexto real (ocurren efectivamente en la realidad) o factibles de producirse. También pueden ser fruto de la imaginación, sin base real.

Problemas aditivos de una etapa de adición o sustracción		
Cambio (CA)	Cambio 3 (CA3) Cambio 4 (CA4)	3.º grado
	Cambio 5 (CA5) Cambio 6 (CA6)	4.º grado
Combinación (CO)	Combinación 1 (CO1) Combinación 2 (CO2)	3.º grado Con cantidades hasta de tres cifras
Comparación (CM)	Comparación 3 (CM3) Comparación 4 (CM4)	3.º grado
	Comparación 5 (CM5) Comparación 6 (CM6)	4.º grado
Igualación (IG)	Igualación 1 (IG1) Igualación 2 (IG2)	3.º grado
	Igualación 5 (IG5) Igualación 6 (IG6)	4.º grado

Rosa tenía algunos lápices y le dio a Carlos 6 y ahora tiene 9. ¿Cuántos lápices tenía Rosa?



Problemas aditivos de dos etapas en cuya solución interviene la adición o sustracción en forma consecutiva		
<p>Problemas aditivos-sustractivos. Los problemas admiten 16 posibilidades. Por ejemplo, se pueden combinar problemas de Cambio-cambio (CA, CA), Cambio-combinación, Cambio-comparación. Cambio-igualación</p> <p>Y en cada problema se dan 4 variantes referidos a las operaciones involucradas. Así en el problema de cambio-cambio hay 4 posibilidades de combinar las operaciones: (+, +) (+, -) (-, +) (-, -).</p>	<p>Problemas con la misma estructura repetida y las operaciones de (+,+) (-,-); (+,-) (-,+).</p> <p>Tenemos 8 problemas de: (CA, CA) ; (CO, CO) ; (CM, CM); (IG, IG).</p>	3.º grado
	<p>Problemas donde se combina la estructura y también se combina las operaciones (+,+)(+,-) (-,+) (-,-). Así tenemos 16 problemas para cambio :</p> <p>(CA, CA) y la combinación de las dos operaciones: (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CA, CO): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CA, CM): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CA, IG): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -).</p> <p>16 problemas para combinación:</p> <p>(CO, CO) y la combinación de las dos operaciones: (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CO, CA): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CO, CM): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -). (CO, IG): (+, +)(+, -) (-, +) (-, -).</p>	4.º grado

Problemas aditivos de dos o más etapas o de varias etapas		
Problemas donde se repite o se combina la estructura aditiva	Se combinan la estructura aditiva de tal manera que se repita, por ejemplo: CA, CA, CA	4.º grado



Problemas de estructura multiplicativa de una etapa: multiplicación o división		
<p>Para este ciclo se desarrollarán dos tipos de problemas:</p> <p>1. Multiplicación-división-razón Son problemas de proporcionalidad directa.</p>	<p>Multiplicación-razón 1 Multiplicación-razón 2 Multiplicación-razón 3 División partición-razón División cuotición o agrupamiento.</p>	3.º grado
<p>2. Problemas de comparación</p>	<p>Multiplicación- Comparación en más División-partitiva-comparación en más. División agrupación-comparación en más.</p>	3.º grado 4.º grado

En Rutas 2013, se dio una versión acotada y simplificada de los tipos de problemas. En esta versión 2015 se está proporcionando una versión más completa de estos tipos de problemas y para efectos didácticos, optamos por una denominación más sencilla. Sin embargo, autores como Vernaud y Puig a los problemas multiplicativos los denominan de forma diferente, por lo que se sugiere ahondar en su investigación.

Problemas aritméticos de varias etapas		
Problemas en los cuales se resuelven por operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división.	Problemas de operaciones combinadas.	4.º grado

Ejemplos de los problemas aditivos de una etapa

Describiremos los problemas aditivos-sustractivos sugeridos para el IV ciclo, en los cuales se darán sugerencias sobre los tipos de modelos de solución planteados con material concreto, pictórico y gráfico.

1. Problemas de cambio (CA)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- Se evidencian las acciones de agregar-quitar, avanzar-retroceder, ganar-perder.
- La cantidad inicial y la que se agrega o quita son de la misma naturaleza.
- Se parte de una cantidad inicial, la cual se modifica o se transforma en el tiempo para dar lugar a otra cantidad final.
- Las cantidades están relacionadas a la cantidad inicial, al cambio o la transformación y a la cantidad final.
- La cantidad inicial crece o la cantidad inicial decrece.
- Surgen 6 tipos de problemas, según donde esté la incógnita o sean problemas para aumentar o disminuir.

A continuación, describimos los problemas para el IV ciclo.

Cambio 3 (CA3)

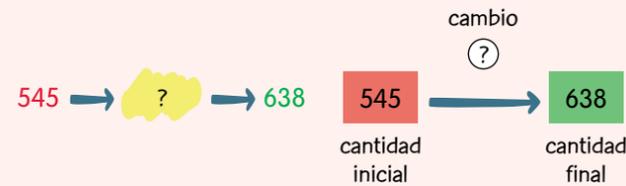
Se conoce la cantidad inicial y por una transformación se llega a la cantidad final, que es mayor que la cantidad inicial. Se pregunta por el aumento que es el cambio o la transformación a la cantidad inicial. Es un problema de sustracción. Sugerido para 3.º grado.

Esther tiene ahorrado 545 soles. Recibe una cierta cantidad por un trabajo extra; ahora tiene 638 soles ¿Cuánto le pagaron a Esther por el trabajo extra?

Modelo donde se expresa la operación a realizar, donde el primer sumando es el estado inicial, el segundo sumando es el operador o la transformación de aumento y el resultado es el estado final.

En este modelo la operación es una máquina que transforma números en otros números, mediante una ley determinada.

La operación $545 + \text{¿?} = 638$, se esquematiza por:

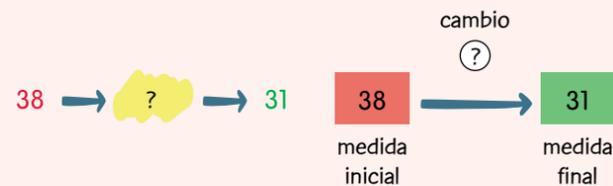


Cambio 4 (CA4)

Se conoce la cantidad inicial y la cantidad final, que es menor que la cantidad inicial. Se pregunta por la disminución que es el cambio o la transformación a la cantidad inicial.

Es un problema de sustracción. Sugerido para 3.º grado.

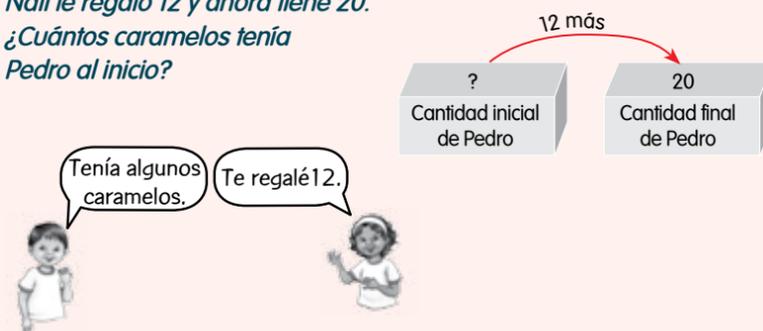
Andrea se compró una falda que medía 38 cm y le hizo un dobladillo para convertirla en minifalda y midiera 31 cm. ¿De cuántos centímetros es el dobladillo o la basta?



Cambio 5 (CA5)

Se conoce la cantidad final y su aumento. Se pregunta por la cantidad inicial. Sugerido para 3.º y 4.º grado.

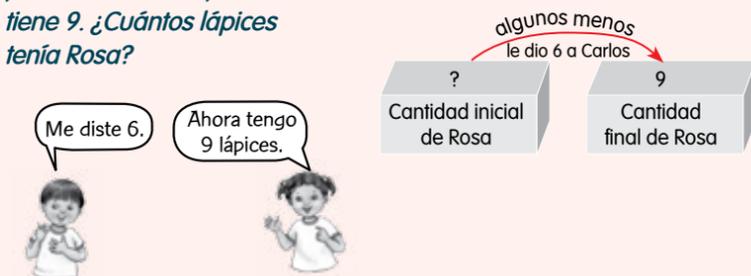
Pedro tenía algunos caramelos. Nati le regaló 12 y ahora tiene 20. ¿Cuántos caramelos tenía Pedro al inicio?



Cambio 6 (CA6)

Se conoce la cantidad final y su disminución. Se pregunta por la cantidad inicial. Sugerido para 4.º grado.

Rosa tenía algunos lápices. y le dio a Carlos 6 y ahora tiene 9. ¿Cuántos lápices tenía Rosa?



2. Problemas de comparación (CM)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En este problema se comparan dos cantidades a través de "más que", "menos que" y se establece una relación de comparación entre las dos cantidades.
- Los datos son las cantidades y la diferencia que existe entre ellas.
- La diferencia es la distancia que se establece entre las dos cantidades o la cantidad en que un conjunto excede al otro.
- Dado que una cantidad se compara con otra, una cantidad es el referente y la otra cantidad es la comparada, es decir, la cantidad que se compara con respecto al referente.
- A continuación, se describen los problemas para el IV ciclo.

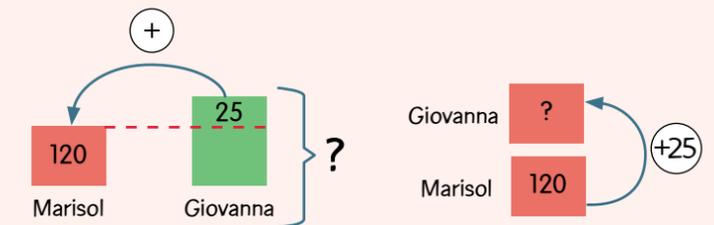
Comparación 3 (CM3)

Se conoce la cantidad referente y la diferencia en más. Se pregunta por la cantidad comparada. Se conoce la primera cantidad, menor que la segunda y su diferencia en más respecto a ella. Se pregunta por la segunda cantidad.

Sugerido para 3.º grado.

Marisol tiene ahorrado 120 nuevos soles. Giovanna tiene 25 nuevos soles más que Marisol. ¿Cuánto dinero tiene Giovanna?

Modelo de solución longitudinal



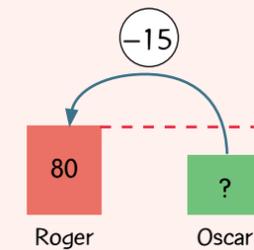
Comparación 4 (CM4)

Se conoce la cantidad referente y la diferencia en menos. Se pregunta por la cantidad comparada. Se conoce la primera cantidad, mayor que la segunda y la diferencia en menos de la segunda respecto a la primera. Se pregunta por la segunda cantidad.

Sugerido para 3.º grado.

Roger tiene ahorrado 80 nuevos soles. Óscar tiene 15 nuevos soles menos que Roger. ¿Cuánto dinero ahorrado tiene Óscar?

Modelo de solución

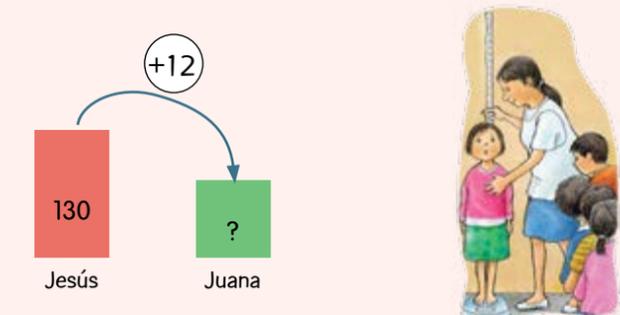


Comparación 5 (CM5)

Situación en la que se quiere averiguar la cantidad referente conociendo la comparada y la diferencia en más de esta. Se conoce la primera cantidad, mayor que la segunda y la diferencia en más con la del primero. Se pregunta por la segunda cantidad.

Sugerido para 4.º grado.

Jesús mide 130 cm, 12 cm más que Juana. ¿Cuánto mide Juana?

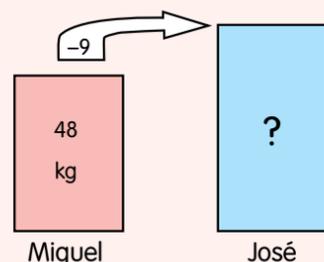


Comparación 6

Se conoce la cantidad del primero y su diferencia en menos con la del segundo. Se pregunta por la cantidad del segundo. La primera cantidad es menor que la segunda cantidad.

Sugerido para 4.º grado.

Miguel pesa 48 kg, y pesa 9 kg menos que José. ¿Cuánto pesa José?



3. Problemas de igualdad (IG)

Estos problemas presentan las siguientes características:

- En el enunciado se incluyen las palabras "tantos como", "igual que"
- En este problema se trata de igualar dos cantidades.
- Se actúa en una de las cantidades aumentándola o disminuyéndola hasta conseguir hacerla igual a la otra.
- Es al mismo tiempo un problema de cambio y otro de comparación, pues una de las cantidades se modifica creciendo o disminuyendo para ser igual a la otra cantidad.
- Surgen 6 tipos de problemas.

A continuación, describiremos los problemas sugeridos para el IV ciclo.

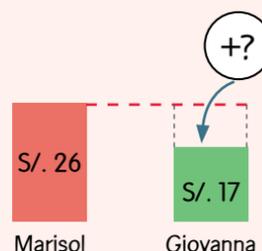
Igualación 1 (IG1)

Se conocen las dos cantidades a igualar. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para ser igual a la mayor.

Es un problema de restar.

Sugerido para 3.º grado.

Marisol tiene ahorrado 26 nuevos soles. Giovanna tiene 17 nuevos soles. ¿Cuántos nuevos soles más tiene que ahorrar Giovanna para tener lo mismo que Marisol?



Igualación 2 (IG2)

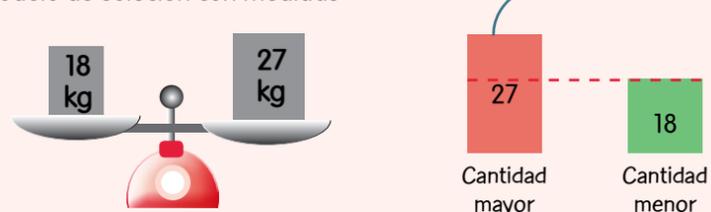
Se conocen las dos cantidades a igualar. Se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para ser igual a la menor.

Es un problema de restar.

Sugerido para 3.º grado.

En un platillo de la balanza hay 27 kg, en el otro 18 kg. ¿Cuántos kg hay que retirar de la cantidad mayor para que la balanza se equilibre?

Modelo de solución con medidas



Igualación 5 (IG 5)

Se conoce la cantidad a igualar y la igualdad (añadiendo o en más), debiendo averiguar la cantidad que sirve de referente.

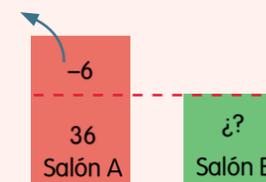
Flavio gana 645 nuevos soles. Si le dieran 120 soles más, ganaría lo mismo que Ernesto. ¿Cuánto gana Ernesto?



Igualación 6 (IG 6)

Se conoce la cantidad a igualar y la igualdad (quitando o en menos), debiendo averiguar la cantidad que sirve de referente.

En el salón A hay 34 estudiantes. Si se retiran 6, habría la misma cantidad de estudiantes que en el salón B. ¿Cuántos estudiantes hay en el segundo salón?



4. Problemas multiplicativos

Iniciar a los estudiantes en la multiplicación no es una tarea sencilla. Es conveniente reforzar lo realizado en el ciclo anterior, donde se generó la noción de doble como la suma reiterada de una misma cantidad y la noción de mitad como reparto en partes iguales. Encontramos tres tipos de problemas multiplicativos: los de proporcionalidad simple, de combinación y comparación. Para el IV ciclo se sugiere el trabajo con los problemas de proporcionalidad directa, es decir, que al aumentar o disminuir una o ambas medidas, el resultado aumenta o disminuye en la misma proporción.

A continuación, describimos los problemas sugeridos para el IV ciclo:

Multiplicación-razón 1. Repetición de una medida.

Se da como dato una cantidad de determinada naturaleza y esta se repite un "número de veces", se pregunta por la cantidad resultante (producto) que es de la misma naturaleza.

Sugerido para 3.º y 4.º grado.

Oscar lleva 8 envases de plástico y siempre lleva el mismo número de envases 4 veces a la semana. ¿Cuántos envases ha llevado en total durante la semana?

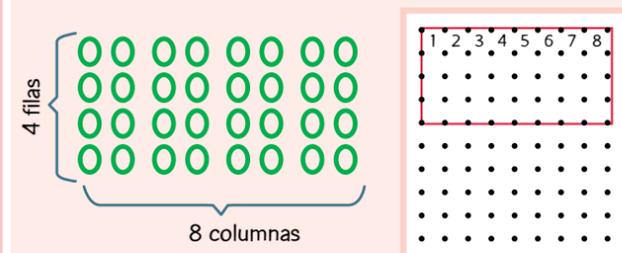
Modelo cardinal donde se expresa la cantidad:



Modelo longitudinal con regletas, el número como longitud.



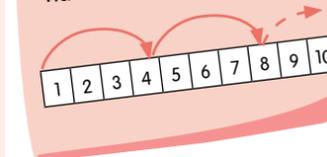
También se puede expresar en un modelo de organización rectangular con cantidades y también en el geoplano (se cuentan 32 cuadraditos que sería el producto)



Modelo numérico

$$4 \text{ veces } 8 = 8 + 8 + 8 + 8 = 4 \times 8$$

También se puede usar un modelo lineal, usando la línea o cinta numérica. Plantea un problema donde sea más adecuado usar la línea o cinta numérica.



Multiplicación-razón 2
Varios grupos de una misma cantidad.

Hay 2 cantidades de la misma naturaleza. Hay un grupo de objetos y en cada grupo hay otra cantidad de objetos de la misma naturaleza. El producto es de la misma naturaleza.

Hay 3 montones de manzanas. Cada montón tiene 7 manzanas. ¿Cuántas manzanas hay en total en los 3 montones?

Modelo cardinal donde se expresa la cantidad.



Multiplicación-razón 3
Producto de dos medidas.

En este tipo de problemas la relación de proporcionalidad está definida entre dos conjuntos de medidas (las pelotas y su precio). La presencia de la unidad (cada pelota cuesta 8 nuevos soles). Lo que se repite es la cantidad de soles según el número de pelotas.

El producto resultante es de la misma naturaleza que el multiplicador.

Roger compra 5 pelotas. Cada pelota cuesta 8 nuevos soles. ¿Cuánto dinero pagó?

Este problema también se puede expresar en un cuadro simple.

Así:

pelotas	precio (S/.)
1	8
2	16
3	
4	
5	?

División-partición
Partición o reparto de los elementos del conjunto en partes iguales.

Dada una cantidad de naturaleza "A" (dividendo) y otra de naturaleza "B" (divisor). Se pregunta por la cantidad resultante (cociente) de la misma naturaleza que el dividendo.

Se resuelve con una división partitiva porque el dividendo se divide o parte en subconjuntos iguales.

Sugerido para 3.º grado.

María tiene 18 figuritas y desea regalar figuritas a sus tres amigos, de tal manera que a cada uno le toque la misma cantidad. ¿Cuántas figuritas le corresponde a cada amigo?

La cantidad a repartir (dividendo) son las figuritas.

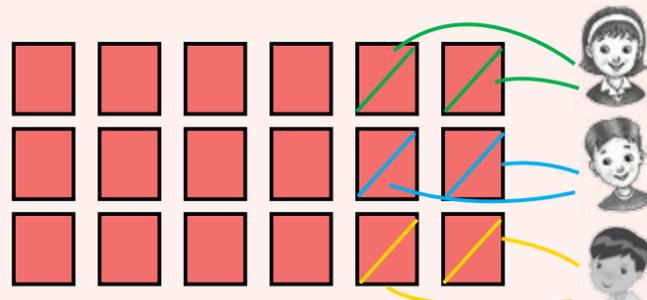
Se reparte entre sus tres amigos, (divisor).

Figuras y amigos son cantidades de diferente naturaleza.

El cociente debe ser de la misma naturaleza del dividendo, es decir, la respuesta debe ser en figuras.

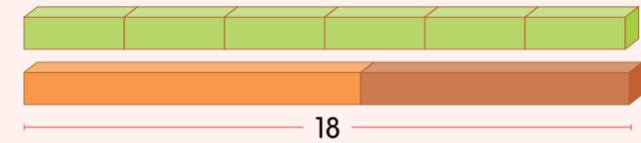
Modelo cardinal de solución, como reparto

Al terminar de repartir una figurita para cada niño, se obtienen 6 figuras para cada niño.



Modelo longitudinal con regletas.

El dividendo es 18 (10 y 8) y el divisor es 3 (cuántas regletas de 3, entran exactamente en 18). El cociente es la cantidad de regletas de 3, es decir, 6 regletas de 3, corresponden exactamente con 18.



Modelo numérico, de restas reiteradas. Se puede restar 6 veces 3 de 18, hasta llegar a cero,

$$\begin{array}{r} 18 - \\ \underline{3} \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 - \\ \underline{3} \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 - \\ \underline{3} \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 - \\ \underline{3} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 - \\ \underline{3} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 - \\ \underline{3} \\ 0 \end{array}$$

De esta manera, se ha restado 6 veces 3 de 18, luego $18 \div 3 = 6$

División cuotición o agrupamiento

El dividendo y el divisor son de de la misma naturaleza. Se pregunta por la cuota o parte. El resultado que es el cociente es de distinta naturaleza.

Sugerido para 3.º grado

Para pagar a sus empleados José tiene 960 nuevos soles, si a cada uno le paga 320 nuevos soles. ¿Cuántos empleados tiene José?

El dividendo es 960 nuevos soles. El divisor 320 nuevos soles. Ambas cantidades son de la misma naturaleza. Se pide el cociente que es la cantidad de empleados de José, por lo que es de distinta naturaleza que el dividendo y el divisor.

El modelo numérico de restas reiteradas, pagar a cada empleado 320 nuevos soles hasta llegar a nada, por lo que se resta 3 veces 320 de 960, luego $960 \div 320 = 3$.

Problemas multiplicativos de comparación.

En los problemas de comparación se utilizan los términos "veces más", "veces menos", "doble", "triple"

- Multiplicación o amplificación de la magnitud o comparación en más.
- División partitiva o comparación en más.
- División por agrupamiento o comparación en más.

A continuación, describimos los problemas sugeridos para el IV ciclo.

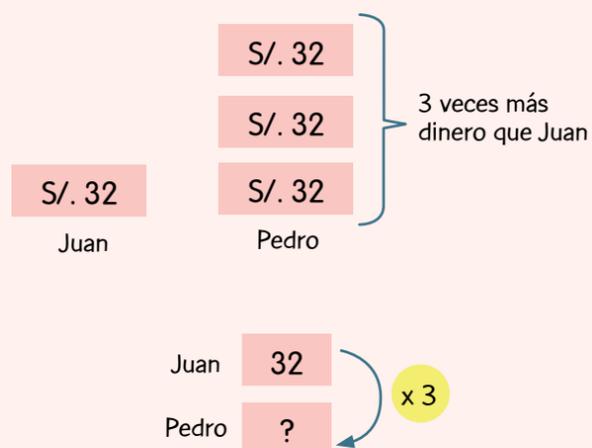
De multiplicación (ampliación de la magnitud)

Comparación en más.
Dada la cantidad de uno (multiplicando) y las veces que otro la tiene de más. Se pregunta por la cantidad resultante (producto) que es de la misma naturaleza.
La primera cantidad está contenida "n veces" en la segunda cantidad.
Sugerido para 3.º grado.

Juan ahorró 32 nuevos soles y su hermano Pedro logró ahorrar tres veces más dinero que Juan. ¿Cuánto dinero tiene Pedro?

Este problema expresa la regla de proporción entre el dinero de ambos hermanos. 32 soles está contenido 3 veces en la cantidad de Pedro.

El problema se puede expresar a partir de estos modelos donde se expresa la cantidad a través de esquemas.



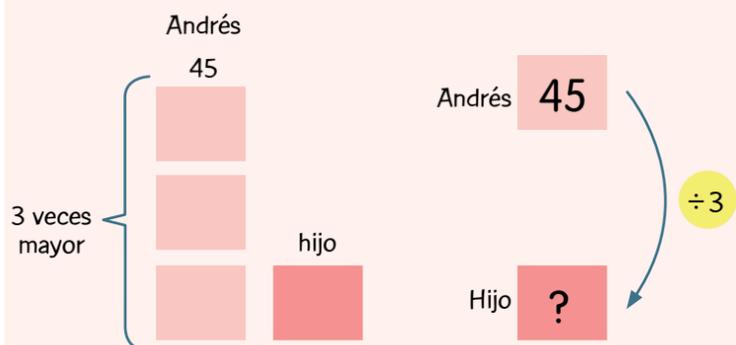
También se puede expresar como un modelo funcional, ya que se puede considerar cada operación como una máquina-operador que transforma estados.



División partitiva (comparación en más)

Dada la cantidad de uno (dividendo) y las veces que otro la tiene de más (divisor). Se pregunta por la cantidad resultante (cociente) que es de la misma naturaleza que el dividendo.
La primera cantidad contiene "n veces" a la segunda cantidad.
Sugerido para 4.º grado.

Andrés tiene 45 años y es tres veces mayor que la edad de su hijo. ¿Cuántos años tiene su hijo?

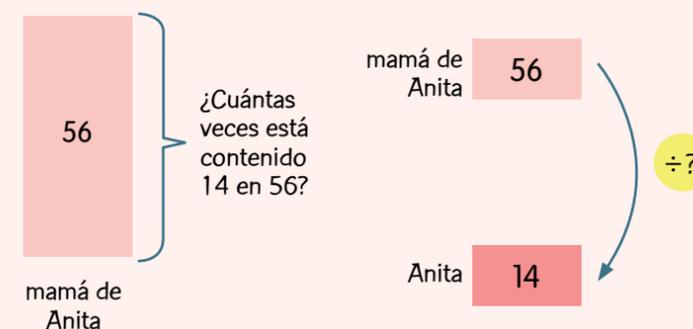


División cuotitiva por agrupación (comparación en más)

Dadas dos cantidades de la misma naturaleza (dividendo y divisor) se pregunta por el número de veces (cociente) que una es mayor que la otra.
Sugerido para 4.º grado

Anita tiene 14 años y su mamá 56. ¿Cuántas veces mayor es la mamá de Anita?

Es un problema de pura comparación, puesto que no hay nada que se parezca a un reparto. Y una de las cantidades está contenida exactamente en la otra "una cantidad de veces". Se resuelve por una división pues la cantidad mayor se divide en partes o cuotas. No se da como dato la relación multiplicativa.



Problemas aditivos de dos etapas

Los problemas aditivos de dos etapas son los problemas cuyas soluciones implican solo sumas y restas, y en todos los casos, son necesarias dos de estas operaciones.

Caracterización:

Por las operaciones implicadas, los problemas aritméticos de dos etapas admiten cuatro posibilidades, que notamos mediante los pares ordenados: (+,+)(+,-) (-,+) (-,-).

Las categorías semánticas empleadas son las denominadas:

Cambio (CA), combinación (CO), comparación (CM) e igualación (IG). Si atendemos a las posibilidades que ofrecen estas cuatro estructuras en los problemas de dos etapas, encontraremos 16 opciones:

CA, CA	CO, CO	CM, CM	IG, IG
CA, CO	CO, CA	CM, CA	IG, CA
CA, CM	CO, CM	CM, CO	IG, CO
CA, IG	CO, IG	CM, IG	IG, CM

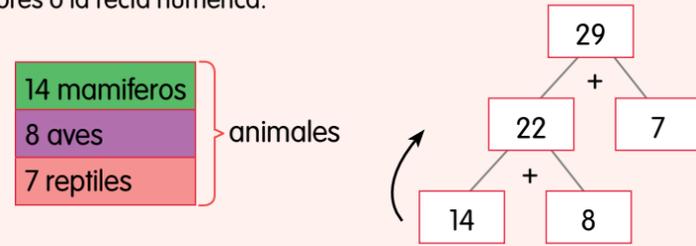
Problemas de combinación-combinación (CO,CO)

(+, +)
 Juntar-juntar las partes.
 Implica realizar dos sumas consecutivas.

Mónica tiene figuras de animales, de las cuales, 14 son de mamíferos, 8 de aves y 7 de reptiles. ¿Cuántas figuras tiene en total?

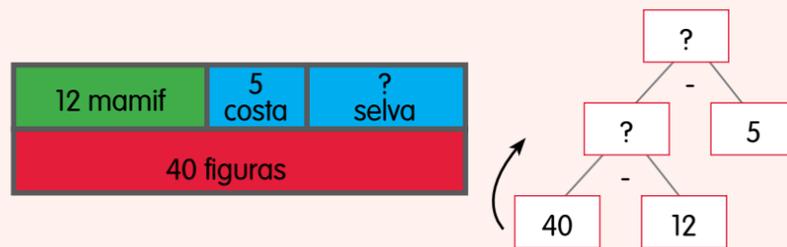
Se puede expresar en un modelo de solución donde se evidencie las partes y otro modelo numérico donde se evidencie las operaciones a realizar entre las cantidades.

Los niños también podrían modelizar el problema usando las regletas de colores o la recta numérica.



(-, -)
 Hallar las partes.
 Implica realizar dos restas.

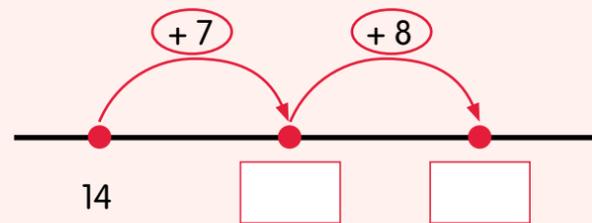
José tiene 40 figuras, de las cuales 12 son de mamíferos y el resto son de aves. De las figuras de aves, 5 son aves de la costa y las demás de la selva. ¿Cuántas figuras de aves de la selva tiene José?



Problemas de cambio-cambio (CA, CA)

(+, +)
 Agregar-agregar si son magnitudes.
 Avanzar-avanzar si son posiciones de objetos de la misma naturaleza.
 Implica realizar dos sumas consecutivas.

Mónica avanza en la primera jugada hasta el casillero 14, luego en la segunda avanza 7 casillas más y, finalmente, en la tercera jugada avanzó 8 casillas más. ¿Hasta qué casillero avanzó?



Problemas de comparación-comparación (CM, CM)

(+, +)

Pedro tiene 23 carritos. José tiene 16 carritos más que Pedro y Juan 8 más que José. ¿Cuántos carritos tiene Juan?

(-, -)

Lila tiene 25 cuyes. Rosalía tiene 12 cuyes menos que Lila y Flora 4 cuyes menos que Rosalía. ¿Cuántos cuyes tiene Flora?

Problemas de Igualación-Igualación (IG, IG)

(+, +)

Pedro tiene 23 carritos. Para tener igual cantidad de carritos que Fernando necesita que le den 8 más y para que Fernando tenga igual que Santiago, le deben regalar 12 más. ¿Cuántos carritos tiene Santiago?

(-, -)

Killa ahorró 35 nuevos soles. Para que Killa tenga igual cantidad que Illari debe gastar 13 nuevos soles y para Illari tenga igual cantidad que Joaquín tiene que gastar 7 nuevos soles. ¿Cuánto dinero tiene Joaquín?

Para ampliar la información, puedes consultar los siguientes artículos de investigación en la web:

- Problemas aritméticos de dos etapas de Encarnación Castro, Luis Rico y Enrique Castro.
- Problemas aritméticos de varias operaciones combinadas de Luis Puig y Fernando Cerdán.

Problemas con fracciones

El sentido de enseñar los números racionales se crearon para resolver problemas que no puedan ser resueltos con los números naturales. Los números naturales y los racionales tienen características diferentes, por lo que en los primeros ciclos de la educación básica implica ciertas rupturas con lo que se aprendió respecto a los números naturales, y esto ya lo torna complejo. Por ejemplo, en los primeros grados se tiene la certeza que 2 es menor que 3; pero esta misma característica no se puede emplear con las fracciones al indicar, por ejemplo, que $\frac{1}{2}$ es menor que $\frac{1}{3}$. ¿Cómo hacer comprender a los niños que esta afirmación es errónea y que ya no funciona como en los números naturales? En tal sentido, se sugiere enseñar las fracciones en problemas de contexto real, que impliquen expresar repartos, medidas o relaciones entre las partes y el todo. En el enfoque de resolución de problemas se cambia la organización de enseñar por contenidos en forma aislada y desconectada por la enseñanza de las fracciones a partir de problemas; así los conceptos de fracción y su denominación, fracciones mixtas y equivalentes aparecerán de forma natural y relacionada, por lo que su aprendizaje queda garantizado y será duradero. Enseñar las fracciones de forma separada o aislada, puede resultar más fácil, pero es superficial y menos duradero, porque se olvida fácilmente aquello que no aparece relacionado dentro de una organización y donde las distintas nociones aparecen desconectadas.

En estos problemas se pretende analizar si es posible seguir repartiendo lo que queda y además seguir repartiendo en forma equitativa.

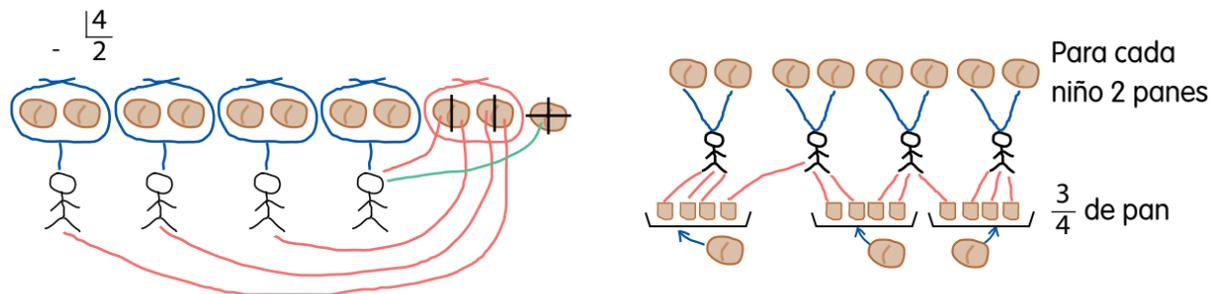
Estos problemas se conectan con los conocimientos previos de los niños con respecto a la división, por lo que la "estrategia" de resolución es la división entre números naturales. Analizar lo que sobra lleva necesariamente a que los niños sigan repartiendo, por lo que aparecerá de manera natural el concepto de fracción, donde ya los números naturales, no son pertinentes para dar la respuesta.

Por ejemplo: Se reparten 17 flores entre 4 mamás. Todas reciben la misma cantidad. ¿Cuántas flores le toca a cada una?

Problema 2: Se tienen 11 panes para repartir entre 4 niños. Todos reciben la misma cantidad. ¿Cuántos panes les toca a cada uno?

Si observamos, hay cantidades las cuales se pueden seguir repartiendo como en el caso de los panes, pero en el caso de las flores no. ¿Qué otras cantidades se puede repartir? Esas cantidades que se puedan repartir son objeto de este tipo de problemas, como los chocolates, alfajores, monedas y billetes, etc.

Dos modelos de solución, donde se observa el reparto de las cantidades y la partición de la unidad y también el modelo numérico.



Para cada niño le corresponde:

$$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$2 \text{ enteros y } \frac{3}{4}$$

Estos problemas donde a cada estudiante le toca una cantidad entera y una parte del chocolate que le sobra, permitirá establecer una primera definición de fracción. El partir el pan en dos mitades, servirá para verificar también que dos mitades forman la unidad o que 2 veces $\frac{1}{2}$ equivale a 1. De otro lado, también servirá para expresar el resultado según una cantidad entera y una fracción (número mixto). De la partición de uno de los panes que sobra, se observa que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ (fracciones equivalentes).

Estos problemas favorecen la aparición simultánea de fracciones mayores y menores que el entero, y con iguales y distintos denominadores, lo que permite salir de la lógica según la cual es necesario enseñar primero un tipo de fracciones (por ejemplo, los menores que la unidad) para recién después utilizar otras.

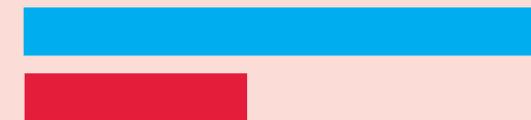
Según esta lógica, permite ir configurando un entramado que vincule unas fracciones con otras, que pueda ir complejizándose y creciendo. Por ejemplo, al poder establecer conexiones entre medios y cuartos, octavos y medios, quintos y décimos, tercios y sextos, se amplía progresivamente el repertorio de fracciones usuales a otras fracciones con otros denominadores.

Por lo que corroboramos que a partir de un problema se puede desarrollar varios conceptos matemáticos relacionados a la fracción que están interrelacionados por lo que permite un aprendizaje significativo y duradero.

En estos problemas se utilizarán las fracciones para medir longitudes. Se proponen situaciones de medición donde la unidad no puede ser dividida una cantidad entera de veces. Con esto se provoca la necesidad de fraccionar la unidad. En el siguiente ejemplo, al utilizar la longitud de la tira roja (dos o tres veces), esta no corresponde exactamente en la tira azul.

Por ejemplo:

¿Cuál es la longitud de la tira azul? Solo usa la tira roja para medir.*



* Con el fin de poder manipular estos materiales, la tira azul debe medir 12 cm y la roja, 5 cm.

Si se utilizan solo números naturales, no es posible expresar cuántas tiras rojas se necesitan para medir la longitud de la tira azul, por lo que es necesario expresar el resultado en fracciones, y fraccionar la unidad, es decir, la tira roja. Al relacionar la tira roja con la azul, podrás darte cuenta que la azul se corresponde con 2 unidades rojas y algo más. Para expresar ese algo más, hay necesidad de fraccionar la tira roja en partes iguales, de tal manera que se pueda determinar qué fracción sería.



Otros ejemplos de problemas de medida.

1. Dibuja una tira que mida la cuarta parte de la tira azul.
2. Usando la tira roja como unidad, indica la medida de estas otras tiras.
3. Si la tira roja representa de la unidad, ¿cuál fue la unidad utilizada? Y si la tira roja representara $\frac{1}{3}$, determina la unidad utilizada.

Componer una cantidad a partir de otras

En estos problemas se pone en juego reconstruir el entero a partir de una parte. Este tipo de problemas supera a los problemas de "mirar" un rectángulo partido en partes iguales, con algunas de esas partes pintadas.

Para esto se propone usar el tangram para realizar estas composiciones y descomposiciones del todo y las partes y viceversa.

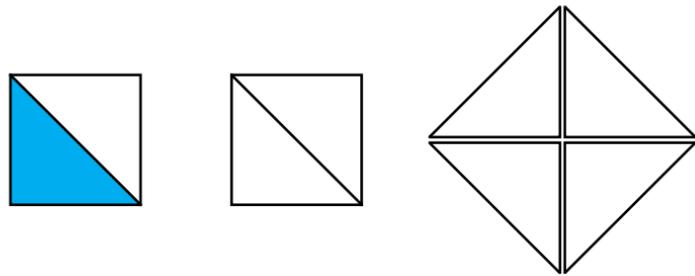
Ejemplo:

Se sabe que este triángulo

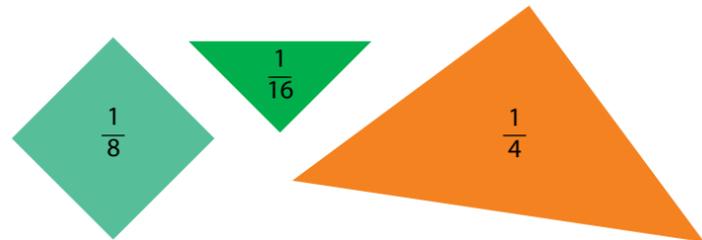


representa $\frac{1}{4}$ del tangram. Dibuja la figura entera con esta misma pieza.

Las posibles respuestas para este problema pueden ser las siguientes:



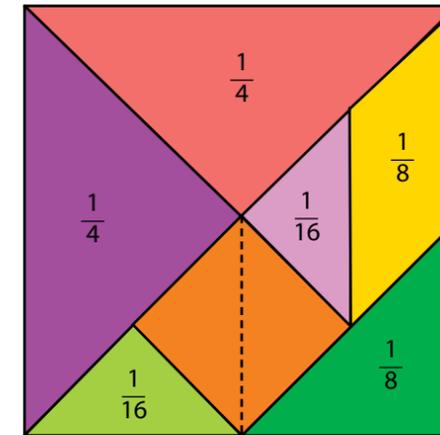
Con las otras piezas del tangram, dibuja las posibles figuras enteras.



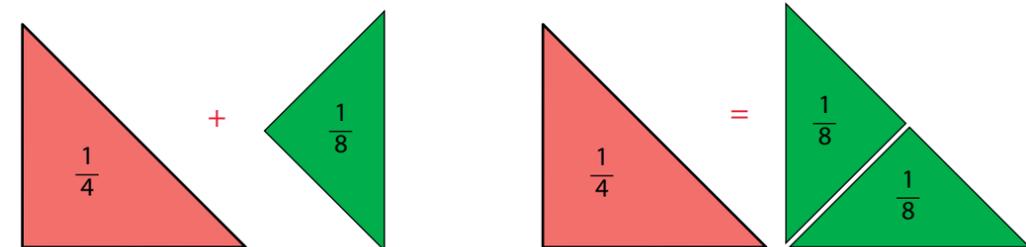
3.1.3 Estrategias para sumar o restar fracciones

1. Sumar y restar con el tangram

El tangram de 7 piezas es un recurso muy valioso para introducir a los estudiantes en las operaciones de adición y sustracción de fracciones. Para ello, recortamos las piezas del tangram y anotamos sus representaciones en fracciones.

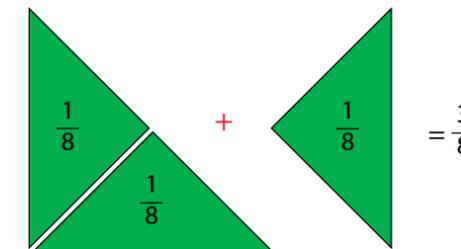


Por ejemplo, si se quiere sumar $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ se cogen las piezas que representan dichas fracciones:



Luego: $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

Así:

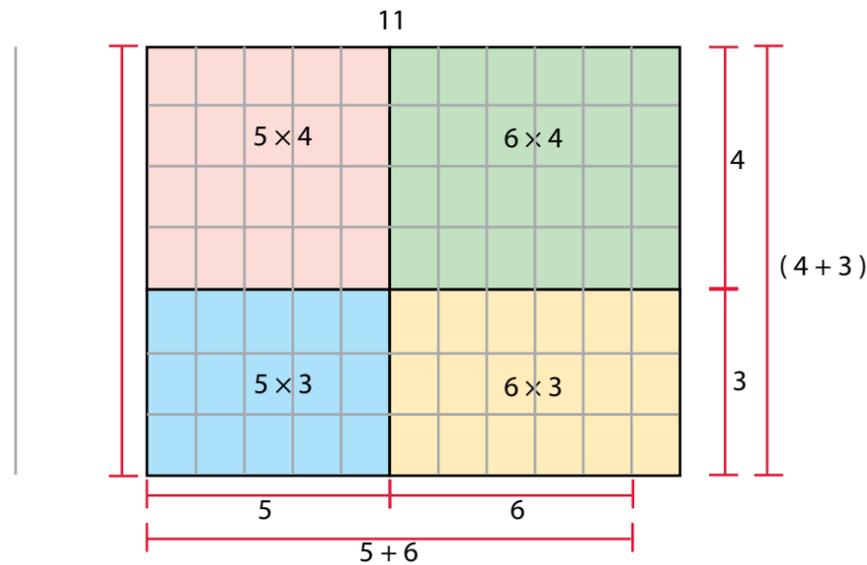


3.1.4 Estrategias de cálculo multiplicativos

1. La técnica de los recortados

Construye 4 rectángulos de estas dimensiones usando como unidad los cuadraditos: 5×4 , 5×3 , 6×4 y 6×3 usando papel cuadriculado. Recórtalos y construye con estas piezas otro rectángulo más grande.

Con todas ellas se puede obtener una cuadrícula de 11×7 .



Luego $7 \times 11 = 5 \times 4 + 6 \times 4 + 5 \times 3 + 6 \times 3$. (Cada una de las partes)

También: $7 \times 11 = (5 + 6) \times (4 + 3)$ (Observando todo)

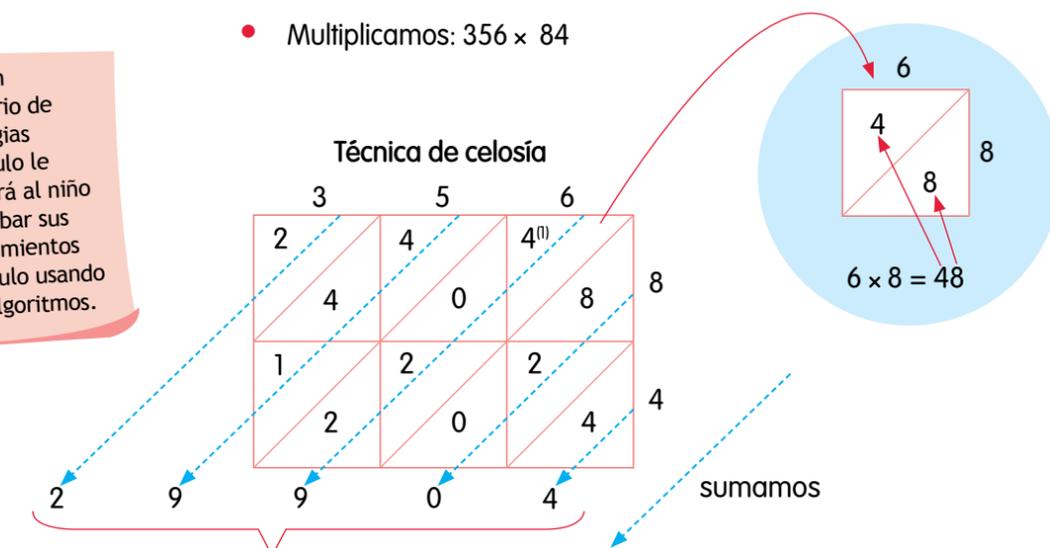


- Te toca a ti: multiplica 12×8 utilizando esta estrategia. ¿Hay una sola forma de hacerlo?

2. La técnica de la reja o de la celosía

- Multiplicamos: 356×84

Tener un repertorio de estrategias de cálculo le permitirá al niño comprobar sus procedimientos de cálculo usando otros algoritmos.



Luego: $356 \times 84 = 29904$

3.1.5 Estrategias de cálculo mental

1. Con números naturales

- ¿Cuál es el número multiplicado por 5, que nos da 45?
- Multiplicaciones por 10 y 100 o 1000. Por ejemplo: 4×1000 ; 40×10 ; 12×100 .
- Divisiones entre 1000, 100 y 10, por ejemplo: $4000 : 1000$; $4000 : 100$; $4000 : 10$
- Por decenas enteras: 4×70 ; 15×30 ; $180 : 3$; $180 : 10$
- $3 \times 19 = 3 \times (20 - 1) = 3 \times 20 - 3 \times 1 = 60 - 3 = 57$

El objetivo de realizar cálculos mentales, es que los niños a partir de la observación, puedan deducir la regla para calcular. Por ejemplo:
 $5 \times 10 = 50$ escribimos el 5 y le agregamos un cero.
 $5 \times 100 = 500$ escribimos el 5 y le agregamos dos ceros.
 $5 \times 1000 = 5000$ escribimos el 5 y le agregamos tres ceros.
 En general, para cualquier caso:
 Escribimos el número y le agregamos la cantidad de ceros que tenga el 10, 100 o 1000, es decir uno, dos o tres ceros.

2. Con fracciones

- ¿Cuál de las siguientes fracciones son mayores que un entero? Explica por qué.

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \dots$$

- ¿Cuánto le falta a para ser igual a la unidad?

$$\frac{1}{2} + \text{input} = \quad \frac{3}{4} + \text{input} = \quad \frac{2}{3} + \text{input} = \quad \frac{4}{8} + \text{input} =$$

- Calcula la fracción equivalente a:

$$\frac{1}{2} = \frac{\text{input}}{\text{input}} \quad \frac{1}{3} = \frac{\text{input}}{\text{input}} \quad \frac{1}{4} = \frac{\text{input}}{8} \quad \frac{2}{4} = \frac{\text{input}}{8}$$

El objetivo del cálculo mental es que recurran a dibujos, uso de material concreto u otros procedimientos diferentes al algoritmo (procedimiento tradicional) para hallar la respuesta.

- ¿Cuánto le falta a para ser igual a 2?

$$\frac{1}{2} + \text{input} = 2 \quad \frac{3}{4} + \text{input} = 2 \quad \frac{2}{3} + \text{input} = 2 \quad \frac{4}{8} + \text{input} = 2$$

3. Usando la calculadora

¿Cómo puedes multiplicar 9×8 sin usar la tecla 8?

Por ejemplo:

- $9 \times 4 \times 2$.
- Usando la técnica de los recortados de la página anterior: $9 \times 5 + 9 \times 3 = 45 + 27 = 72$.

3.2 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

3.2.1 Patrones de repetición geométricos con simetría

Un patrón geométrico está relacionado con las formas y transformaciones geométricas. Estas transformaciones están referidas a que las figuras se reflejen (simetría), se trasladen, se muevan (traslación) o roten (giren o den vueltas).

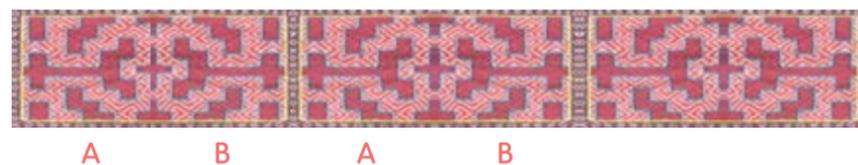
Entendemos por patrón de repetición cuando los elementos se repiten en forma periódica o en forma reiterada, en dicho patrón o secuencia a los elementos que se repiten se les denomina núcleo de repetición

Actualmente, en todas las comunidades nativas de la selva se puede observar que hay una riqueza en la utilización de patrones geométricos en mantos, bolsos, cusmas, etc., lo mismo sucede en comunidades costeñas y andinas de nuestro país.



Los niños pueden iniciarse identificando patrones con simetría, al observar estos diseños en mantos, cenefas, colchas de tejido a crochet, etc.

¿Qué pieza continúa?



En este ejemplo el núcleo de repetición del patrón es de la forma AB.

Los patrones considerados como una sucesión de signos orales, gestuales, gráficos, etc., que se construyen siguiendo una regla ya sea de repetición o de recurrencia.

Patrones o secuencias se pueden usar indistintamente. Otros autores usan el término patrón para designar estrictamente el núcleo de la secuencia. (Bressan y Bogisic, 1996)

1. Jugando con el espejo

Descripción

Un modo de descubrir patrones por simetría o "reflexión" es usando un espejo. Al colocar un objeto frente a este, los niños descubren la simetría de una figura geométrica en el reflejo de su imagen. Así los estudiantes pueden formar patrones de repetición con reflexiones.

Relación con las capacidades e indicadores

Con la estrategia del espejo, los niños serán capaces de identificar la simetría que presentan los elementos de una secuencia y determinar su conformación. De esa manera podrán matematizar al plantear relaciones entre los elementos de un patrón de repetición con simetría. Asimismo, podrán proponer nuevos patrones, al crear el núcleo de repetición con elementos concretos, utilizando el espejo para formar simetría por "reflexión".

Aplicación de la estrategia

En esta actividad, utilizando figuras de triángulos rectángulos de colores en forma concreta, prueban varias posibilidades para construir patrones con reflexión "horizontal". Esto significa que el espejo lo ubicará al lado de la última figura geométrica formada y podrán encontrar la posición de la figura y el color que tiene y así sucesivamente podrán armar cenefas, guardillas, frisos, etc.

¿Qué necesitamos?

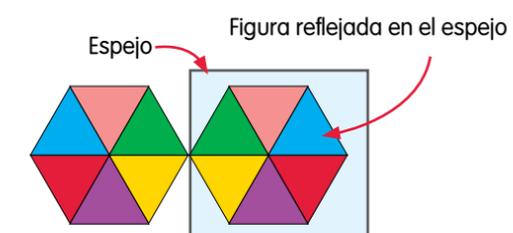
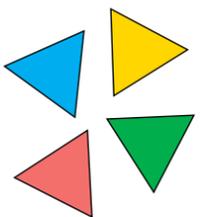
- Figuras de triángulos equiláteros de colores en papel lustre en un sobre.
- Dos papelotes.
- Goma.
- Un espejo.

¿Cómo nos organizamos?

- Se forman grupos de trabajo y se les entrega un sobre con triángulos equiláteros cortados previamente por los niños en varios colores.

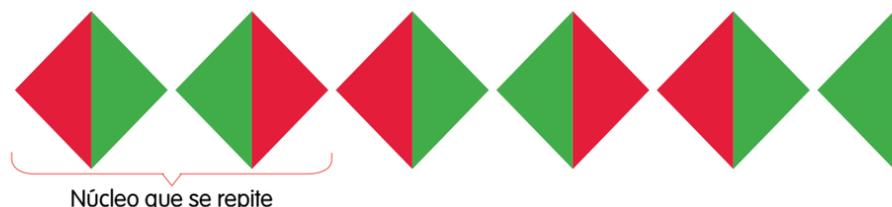
• Aplicación 1:

- Se pide a todos los grupos que en forma concreta (con los triángulos del sobre) armen diversos diseños donde se evidencie la repetición de elementos (pegarán en un papelote). Pregunte: ¿qué criterio utilizaron para su diseño?, ¿necesitaron colocar los triángulos en una misma posición?, ¿cómo se combinaron los colores?, ¿qué tuvieron que hacer para seleccionar las piezas elegidas?
- Orienta a que formen una figura con los triángulos y construyan la figura simétrica con ayuda del espejo, al colocarlo al lado de la figura, inclinada adecuadamente. Con la ayuda del espejo pueden seguir construyendo la secuencia.



● **Aplicación 2: Reproducción de una secuencia con el espejo**

- Se les presenta el siguiente patrón en la pizarra con las piezas que previamente el docente ha preparado. Los estudiantes observarán esta secuencia de banderitas y cada grupo la armará con el material que recibieron en el sobre. Colocarán el espejo en la última figura geométrica y reproducirán lo que observan en el espejo en el papelote, con el color y la posición del triángulo que aparecen en la imagen. Esta acción la repetirán en forma sucesiva hasta formar una franja significativa (8 repeticiones, aproximadamente).



Pregunte a los estudiantes:

- ¿Qué pieza sigue?
- ¿Qué figura formará?
- ¿Cómo te das cuenta que esa es la que sigue?
- ¿Qué grupo de figuras da origen a la secuencia formada? ¿Qué características tiene? ¿Tiene un solo color? ¿Sí, no, por qué? ¿Está en la misma posición?
- ¿Podrían continuar con la secuencia sin utilizar el espejo? ¿Qué tienen que tomar en cuenta? ¿Pueden explicarlo?

2. Prediciendo elementos del patrón

Descripción

Un problema común en el tema de patrones es el de poder predecir qué elemento del patrón o qué pieza de la guardilla, loseta, etc., está en una determinada posición. Para resolver esta cuestión es muy útil codificar los elementos que se repiten en el patrón y tener en cuenta cuántos elementos tiene el núcleo de repetición. De esa manera sabremos que si el núcleo del patrón tiene 4 elementos, entonces cada 4 posiciones se repite el mismo elemento.

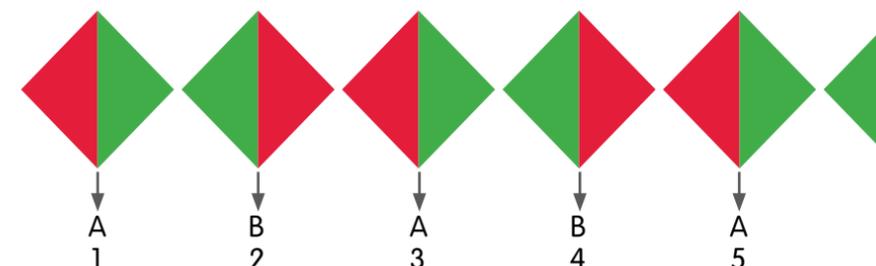
Relación con las capacidades e indicadores

Esta estrategia permite al estudiante **elaborar y usar estrategias** para ampliar patrones, codificando o usando una tabla y, además, desarrollar la capacidad de **razonar y argumentar** mediante la cual el estudiante hace supuestos para predecir qué pieza corresponde colocar en una posición muy posterior.

Aplicación de la estrategia

Con esta actividad se espera que los estudiantes consigan determinar cuál será la posición y el color del primer triángulo de la banderita n.º 34. Para encontrar un término desconocido en la secuencia, se puede optar por asignarle un símbolo (letra) a cada pieza o banderita.

Con esta estrategia se puede codificar los elementos del núcleo del patrón de la siguiente manera:



Esta codificación nos permitirá saber si la banderita que seguirá en la secuencia será la que representa a los números impares (A) o la que representa los números pares (B).

- Si es A (impar): la banderita empezará con el triángulo de color rojo.
- Si es B (par): la banderita empezará con el triángulo de color verde.

Es muy importante la mediación del docente que permita a los estudiantes encontrar la relación entre esta codificación y la posición de los elementos. El docente puede preguntar: ¿Cómo te ayudan estos símbolos a identificar elementos desconocidos? ¿Cómo identificarías la posición de un término desconocido en esta secuencia? ¿Es necesario elaborar una tabla u otro organizador de información? ¿Basta saber si son pares o impares? ¿Crees que te ayuda? ¿Cómo?

Si respondemos la interrogante planteada anteriormente, la banderita n.º 34 será de color verde en el lado izquierdo y rojo en el lado derecho porque corresponde al elemento B y es número par; si queremos averiguar cómo será la banderita n.º 67, basta identificar si es A o B; en este caso el 67 es impar, por lo tanto, la banderita será verde en el lado izquierdo y rojo en el lado derecho.

A	1	
B	2	
A	3	
B	4	
⋮	⋮	⋮

3. Generalización de patrones

Descripción

El desarrollo del pensamiento variacional se inicia desde los primeros grados con el tratamiento de los patrones de repetición o numéricos, los cuales propician el abordaje de la generalización propia del álgebra. Para este proceso de generalización se tomarán en cuenta las indicaciones propuestas por Mason (1985).

Relación con capacidades e indicadores

Los estudiantes matematizan al identificar en una secuencia las regularidades que hay entre sus elementos y lleguen a expresar dicha secuencia como un patrón. Comunican y representan al usar el lenguaje matemático y sus diferentes representaciones.

Pasos de la estrategia

Paso 1. Percibir un patrón

En esta etapa se pueden presentar actividades con secuencias de figuras o de números, donde se solicite a los alumnos la figura o el número siguiente. Se espera que el alumno observe lo que está pasando de una figura a la otra, o de un número al siguiente y en esta observación el alumno perciba la regularidad.

Paso 2. Decir cuál es el patrón

El niño necesita expresar lo que observó y para ello es necesario incluir en las actividades preguntas que indaguen sobre cómo encontró la figura o el número siguiente y que comente este proceso con los demás compañeros. En esta reflexión puede percatarse si lo que dice corresponde a lo que se espera.

Paso 3. Registrar el patrón

Se requiere que el niño exprese de forma sucinta con palabras dibujos o símbolos el núcleo de repetición. Este registro puede ser expresado en una tabla horizontal o vertical y es el punto de partida para elaborar supuestos. El registro del patrón puede iniciarse con oraciones donde se mezclen palabras, dibujos y símbolos.

Paso 4. Prueba de la validez de las fórmulas

El alumno puede comprobar la regla de formación en la actividad de la que surgió parte del registro de los datos. La prueba se puede realizar con cálculos aritméticos, con dibujos o contando.

Aplicación 1:

Elaborando guardillas para decorar cuadros

Una situación cotidiana en la que son muy útiles los patrones es la decoración de un marco de fotos con guardillas en las que se utilizan patrones geométricos de repetición. Esta actividad consiste en elaborar un marco para un collage de fotos familiares o personales, el cual estará hecho de cartulina dúplex de color blanco.

¿Qué necesitamos?

- Fotografías pegadas en una cartulina dúplex de 20 cm por 30 cm.
- Tijeras, goma.
- Regla.
- Papel lustre de colores (verde y anaranjado).
- Moldes de corazones (grande y pequeño).

El docente puede iniciar proponiendo una secuencia gráfica o concreta que describa un patrón geométrico de simetría.

Paso 1. Percibiendo el patrón

Reproducen el patrón construido en la pizarra con ayuda de todos y del docente, con los materiales recibidos.



Esta fase de reproducción del patrón permite manipular las piezas, jugar y/o probar la posición y el orden de estas, las acciones realizadas ayudarán a que perciban de mejor manera el patrón.

Observan y reconocen las características de las figuras: ¿Qué forma tienen? ¿Todas las piezas tiene el mismo color? ¿Cómo son los tamaños? ¿En qué se parecen? ¿En qué se diferencian? ¿Identifican el núcleo que se repite en el patrón? ¿De cuántas piezas está constituido ese núcleo? ¿Por qué creen que hay dos piezas en una misma figura? ¿Qué relaciones encuentran? ¿El patrón está formado con un criterio de simetría? ¿Sí, no, por qué? ¿Cómo se dan cuenta de ello?

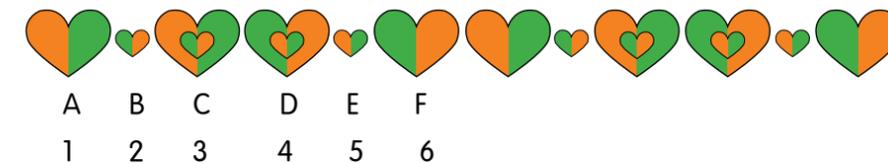
Se espera que los estudiantes respondan que el núcleo del patrón está constituido por 6 piezas y si tienen que simbolizarlo pueden asignarle, como en casos anteriores, letras: A-B-C-D-E-F. El patrón está formado con un criterio de simetría, a su vez se evidencian los criterios de tamaño y color. Hay corazones partidos por la mitad los cuales tienen dos colores (anaranjado y verde); también se observa que unos son grandes y otros pequeños; en algunos corazones está insertado un corazón pequeño, pero formado con colores que no se corresponden respecto al color de sus mitades.

Paso 2. Expresando el patrón

Cuando el niño ejerce acción sobre los objetos (en este caso los corazones entregados son de distinto tamaño y con dos colores a la vez) ha tenido la posibilidad de identificar las características que le ha llamado la atención, lo cual también le ha permitido aislarlos y/o separarlos para encontrar las semejanzas y las diferencias. Ahora tiene la posibilidad de expresar sus acciones (pues ha comprendido), de identificar qué piezas conforman el núcleo del patrón, y describir qué relaciones encontró.

Paso 3. Registrando el patrón

El niño registra o representa el patrón de varias formas. Puede hacer cuadros, asignar valores numéricos a cada pieza, letras u otras representaciones pictóricas.



Paso 4. Probando la validez de la fórmula

En este nivel el niño tendrá que probar en otras situaciones que el núcleo que eligieron forma todo el patrón al repetirse. Es decir, que la regularidad hallada funciona y es válida. Para ello es necesario hacer un análisis cuidadoso del patrón observado, la identificación de las regularidades le ayudará a visualizar algunas relaciones, por lo tanto, estará en capacidad de hacer generalizaciones.

En este caso se observa que el núcleo tiene 6 elementos, es decir, que cada 6 posiciones se repite un elemento. Si queremos averiguar qué tamaño y qué combinación de colores tendrá el término 45 de la secuencia, tendremos que avanzar a partir del elemento 6, de 6 en 6 hasta llegar lo más próximo antes del 45. Entonces, tendremos: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42. Significa que a partir del término 43 comienza nuevamente el núcleo de repetición.



Otra estrategia es la de usar una tabla

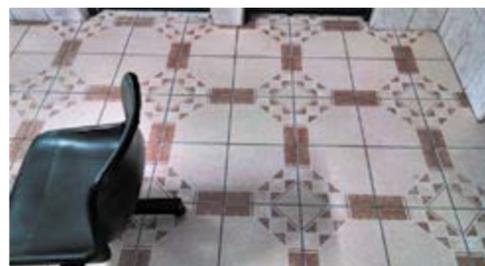
A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
					18
					24
					30
					36
					42
43	44	45			

Se espera que los estudiantes comprendan que los patrones tienen un origen, que es el núcleo de repetición; una vez identificado este núcleo, es posible continuar con la secuencia, determinar términos desconocidos. Al asumir como base las regularidades encontradas, podrán llegar a generalizaciones.

4. Construyendo mosaicos

Descripción

Esta actividad se refiere a construir un mosaico, utilizando el proceso de teselado o teselación que es un patrón repetitivo de figuras geométricas. La "tesela" es cada pieza con la que se forma el mosaico; estas encajan y cubren el plano sin superponerse y sin dejar huecos. Estas teselas conforman una regularidad o patrón de figuras que cubre o pavimenta completamente una superficie plana, de tal manera que no queden huecos ni se superpongan las figuras unas sobre otras. En este sentido, teselar es sinónimo de embaldosar o colocar cerámicos en una determinada superficie.



Mosaico armado con teselas en forma simétrica (sala de espera de un consultorio médico).

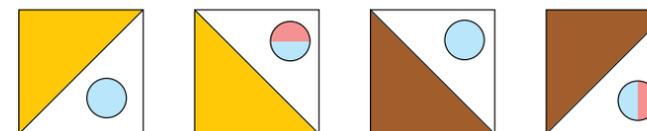
Los estudiantes vivenciarán la actividad de "teselar" una superficie rectangular de 120 cm^2 . La dimensión de cada pieza o "tesela" es de 5 cm^2 .

Relación con capacidades e indicadores

El estudiante tendrá oportunidad de matematizar al plantear relaciones entre los elementos que forman el patrón geométrico con criterio de simetría o traslación, también matematizará cuando propone diseñar un mosaico con diversos núcleos de repetición. Asimismo también razonan y argumentan al justificar o explicar sus supuestos sobre las relaciones encontradas o sobre el núcleo de repetición. De otro lado, con esta actividad los estudiantes realizan conexiones con las formas y la geometría, desarrollando su creatividad al diseñar patrones geométricos, combinando color, forma y tamaño de forma simétrica.

Materiales

- Tijeras.
- Goma.
- Papel lustre para confeccionar cada "tesela" con cuadrados de 5cm en cada lado.
- Una cartulina.
- Regla.
- Modelos de "teselas" para cubrir la superficie con diseños geométricos. Por ejemplo:



Desarrollo de la estrategia:

Paso 1.

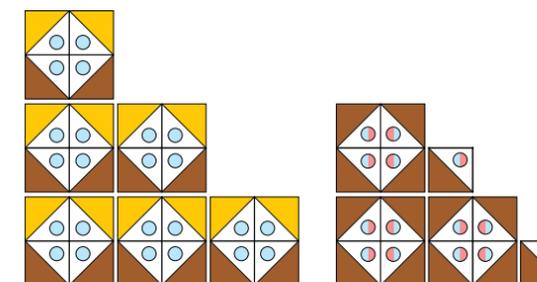
- Formar grupos en el aula y designar responsabilidades.
- Confeccionar las piezas "teselas" de $5 \times 5 \text{ cm}$ en cada lado, con las que se cubrirá la superficie solicitada. Deberán ser pintadas de colores (las piezas presentadas son referenciales).
- Preparar la cartulina con las dimensiones solicitadas.

Paso 2.

- Probarán varios diseños de núcleos para formar patrones. Este proceso requiere del acompañamiento y mediación del docente. ¿Qué criterios de formación van a considerar? ¿Cómo ubicarán las teselas? ¿Cómo las tienen que colocar para que sean simétricas? ¿Una tesela se parece a una pieza de cerámica? ¿Qué significa teselar?
- Seleccionarán un diseño diferente (por cada grupo) del núcleo o estructura de base para construir el patrón con el cual empezarán a "teselar".
- Extenderán este diseño por toda la superficie solicitada ($30 \times 40 \text{ cm}$) sin que quede ningún espacio vacío.
- Se puede orientar el trabajo con las siguientes interrogantes: ¿Lograron cubrir toda la superficie solicitada? ¿Cómo se ubicaron las piezas del mosaico? ¿Cuántas piezas de "tesela" han utilizado? Explica cuál es el núcleo o estructura base del patrón.

Paso 3.

- Finalmente, se puede hacer un museo con las construcciones de mosaicos de todos los grupos.
- Pueden elaborar distintos diseños por grupos y socializarlos.



Se espera que en esta teselación, los estudiantes formen un mosaico con 6 filas y 8 columnas de teselas (superficie de $30 \times 40 \text{ cm}^2$), utilizando cualquier diseño, explicando y justificando el proceso de formación del núcleo.

4. Juegos de estrategias

Descripción:

El desafío de este juego consiste en que los estudiantes encuentren una regla que les permita determinar la cantidad mínima de movimientos que deben realizar para intercambiar de posición de fichas de dos colores en un tablero rectangular de 2×1 , 2×2 , 2×3 , 2×4 , etc. Es así que buscarán la solución haciendo uso de diferentes estrategias heurísticas y habilidades con el propósito de identificar y determinar las reglas de formación de patrones aditivos y multiplicativos.

Relación con capacidades e indicadores

El estudiante, en el proceso de resolución de este problema desarrollará con mayor énfasis la capacidad de matematizar. Significa que transformará el problema planteado a una forma matemática expresada en un modelo con expresiones aditivas y multiplicativas, para ello identificará la regla de formación de un patrón aditivo y multiplicativo.

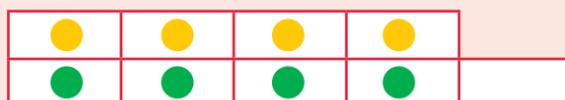
Aplicación de la estrategia

¿Qué necesitamos?

Fichas o chapas de dos colores, hojas cuadrículadas, regla y lápiz.

Resolvemos situaciones como la siguiente:

Edwin está jugando "saltos y brincos" intercambiando todas las fichas amarillas en el lugar de las fichas verdes y las fichas verdes en el lugar de las fichas amarillas.



Para realizar el intercambio de fichas tiene en cuenta las siguientes reglas:

- Mueve solo una ficha a la vez, hacia una casilla vacía en dirección horizontal, vertical o diagonal. No pueden coincidir dos fichas en la misma casilla.
- Termina el juego cuando las fichas verdes y amarillas han intercambiado sus posiciones; es decir, las amarillas están ubicadas en la fila inferior y las verdes en la fila superior, esto se debe hacer en la menor cantidad de movimientos.

Después de varios intentos, Edwin aún no puede responder las siguientes preguntas:

¿Cuántos movimientos se necesitan como mínimo para intercambiar de posición las 4 fichas verdes y las 4 amarillas?

Si tuviera 10 fichas de cada color ¿cuántos movimientos haría?

¡Ayudemos a Edwin a resolver este desafío!

- Entrega 8 fichas o chapas, 4 de cada color y una hoja cuadrículada. Sugiere que elaboren sus tableros en las hojas cuadrículadas teniendo en cuenta el tamaño de las fichas. Una de las estrategias a utilizar será la simulación usando material concreto (chapas y tableros). Permitirá vivenciar y experimentar el juego propuesto.

- Dales un tiempo prudente para que intenten intercambiar de posición las 4 fichas de cada color. Promueve el análisis: ¿Cómo podemos hacer que el problema se haga más sencillo?, ¿cuántas fichas son más fáciles de intercambiar? Si tuviésemos una, dos o tres fichas de cada color, ¿cuántos movimientos se necesitarían?, ¿cómo sería el tablero, ¿cuántos casilleros se utilizarían? Los estudiantes deben justificar sus respuestas.

- Propicia para que los estudiantes reflexionen y lleguen a la conclusión de que es más fácil resolver el problema cuando se tiene una ficha de cada color. Que experimenten con una ficha, luego con dos fichas y finalmente con tres fichas de cada color. Los estudiantes deben comprender que con mayor cantidad de fichas y realizarlo con material concreto demanda mayor tiempo y que necesitan una estrategia que les permita determinar la cantidad de movimientos en el menor tiempo.

- Sugiere que utilicen una tabla para que registren los resultados de cada situación experimentada. Por ejemplo: con 1 ficha de cada color se necesitan 3 movimientos como mínimo y con 2 fichas de cada color se necesita 5 movimientos como mínimo. Esta información se registra en la tabla.

- Indica que observen la tabla y pregunta: ¿Qué representan los números de la primera y segunda fila?, ¿observan alguna relación en los números?, ¿incrementan o disminuyen los números?, ¿en cuánto?, ¿cómo completaríamos los números de las columnas? Los estudiantes deben identificar que existe una regla de formación en las secuencias de ambas columnas. Además, deben establecer la relación (regla de formación) que existe entre el "número de fichas por color" y el "número de movimientos", y deben expresarla en forma simbólica utilizando expresiones aditivas y multiplicativas.

Número de fichas por color	Número mínimo de movimientos
1	3
2	5
3	7
...	...

$$1 \times 2 + 1 = 3$$

$$2 \times 2 + 1 = 5$$

$$3 \times 2 + 1 = 7$$

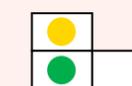
En la secuencia, los números se van incrementando de 2 en 2.

El algoritmo para determinar la cantidad mínima de movimientos: Duplicar el número de fichas por color y sumarle una unidad.

- Que completen la información en la tabla para dar respuesta a las preguntas planteadas en el problema.

Juega con:

- Con una ficha



- Con dos fichas



5. Descubriendo patrones aditivos y multiplicativos en el tablero del cien

Descripción

En esta estrategia se hará uso del tablero del cien para desarrollar actividades que permitan a los estudiantes aprender sobre los patrones aditivos y multiplicativos. Descubrirán patrones en los números que se encuentran distribuidos en la figura de una cruz, la cual se formará en el tablero del cien. Luego, los estudiantes identificarán las reglas de formación de patrones aditivos multiplicativos y a partir de ella propondrán algoritmos de cálculo para determinar de manera rápida algunos elementos de la cruz numérica.

Relación con las capacidades e indicadores

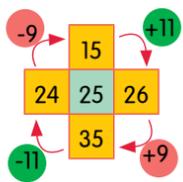
Los estudiantes durante el proceso de ejecución de las actividades propuestas, desarrollarán la capacidad de matematizar, al identificar la regla de formación en problemas de regularidad numérica, expresándolas en un patrón aditivo o multiplicativo. Comunica y representa ideas matemáticas al utilizar lenguaje matemático para describir la regularidad. Elabora y usa estrategias al emplear procedimientos de cálculo para ampliar o crear patrones y razona y argumenta al explicar sus conjeturas, procedimientos o resultados.

¿Qué necesitamos?

Tablero del cien numerado, chapas o fichas numeradas del uno al cien, hoja cuadrículada y lápiz.

Aplicación de la estrategia

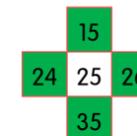
- Indica a los estudiantes que formen en su tablero una cruz con cuatro chapas o fichas como se muestra en la figura. Menciónales que llamarán a esta figura cruz numérica 25, porque el 25 es el número que se encuentra en el centro de la cruz.
- Motiva para que observen la cruz e identifiquen algunas regularidades entre los números que se encuentran en dicha figura. Por ejemplo:
 - Los números 24, 25 y 26 son consecutivos y se incrementan de 1 en 1.
 - Los números 15, 25 y 35 avanzan de 10 en 10.
 - Si ordenamos los números de las puntas de la cruz en sentido horario 15, 26, 35, 24 se observa que del 15 al 26 se incrementa en 11, del 26 al 35 se incrementa en 9, del 35 al 24 disminuye en 11 y si regresamos del 24 al 15 disminuye en 9.
 - Otra regularidad: al sumar 15 y 35 se obtiene 50 que es el doble del número central de la figura, lo mismo sucede con 24 y 26 ambos suman 50 y es el doble del número central.
- Cada regularidad identificada por los estudiantes debe ser explicada y justificada.



- Reta a los estudiantes a encontrar los números de las siguientes cruces: cruz 12, cruz 56, cruz 79 y que verifiquen si se cumple en ellas las regularidades encontradas en la cruz 25. Que comenten sus hallazgos.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Problematiza a través de preguntas: ¿cuáles son los números que conforman la cruz 48? ¿Cuánto suman los cuatro números ubicados en las puntas? ¿En qué cruz, al sumar sus cuatro números se tiene como resultado 336? ¿Cómo podemos responder de manera rápida estas preguntas sin observar el tablero? Dé el tiempo necesario para que propongan alternativas de solución a las interrogantes planteadas.
- Sugiere a los estudiantes que hallen las sumas de los extremos de la cruz y que las organicen en una tabla. En la cruz 25, se tiene $100 = 15 + 35 + 24 + 26$. Esto les permitirá establecer relaciones entre los números. Anímalos a formular sus propias reglas.



Número de la cruz numérica	Suma de los 4 números
25	100 →
12	48 →
56	224 →
...	

$$25 \times 4 = 100 \text{ o } 100 \div 4 = 25$$

$$12 \times 4 = 48 \text{ o } 48 \div 4 = 12$$

$$56 \times 4 = 224 \text{ o } 224 \div 4 = 56$$

¿Cuál es la relación?

100 es el cuádruplo de 25 o 25 es la cuarta parte de 100

48 es el cuádruplo de 12 o 12 es la cuarta parte de 48

224 es el cuádruplo de 56 o 56 es la cuarta parte de 224

- Finalmente, realiza preguntas para validar sus propuestas:
 - ¿Cuáles son los números que conforman la cruz 82?
 - ¿Cuánto suman los cuatro números de la cruz 29?, ¿cuáles son esos números?
 - ¿Cuál es el número de la cruz cuyo resultado de sumar sus cuatro números es 276? Cada respuesta debe ser explicada y justificada.
- Rétalos a que investiguen otras regularidades en las cruces formadas, al sumar los cinco números, incluido el número del centro y que propongan algoritmos de cálculo.

6. Descubriendo patrones aditivos en el calendario

Descripción

Haciendo uso del calendario, los estudiantes participarán en actividades como el análisis de columnas y diagonales, demarcación de sectores rectangulares (2×2 , 3×3 y 4×4) o desplazamientos (izquierda-derecha, arriba abajo), mediante los cuales se promoverá que los estudiantes identifiquen regularidades numéricas y determinen las reglas de formación para expresarlas como algoritmos.



Lun.	Mar.	Miér.	Jue.	Vier.	Sáb.	Dom.
Julio		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Relación con capacidades e indicadores

Los estudiantes desarrollarán la capacidad de matematizar a partir de identificar patrones aditivos en los números establecidos en el calendario que ellos seleccionen, luego, identificarán las reglas de formación de los patrones descubiertos expresándolos en algoritmos que permitan identificar algún elemento del patrón numérico.

Materiales: Calendario 2015, hoja cuadriculada, colores y lápiz.

Pasos de la estrategia:

Solicita a los estudiantes que seleccionen en el calendario el mes de su preferencia. Diles que observen la distribución de los números en columnas y en diagonales, luego pídeles que descubran qué sucede con esos números. Se espera que identifiquen regularidades:

- En las columnas, los números se incrementan de 7 en 7; esto se debe a que los días de la semana son siete.
- En las diagonales que van desde la parte superior izquierda hacia la parte inferior derecha, los números se incrementan de 8 en 8.
- En las diagonales que van desde la parte superior derecha hacia la parte inferior izquierda, los números se incrementan de 6 en 6.

Coméntales que continuarán identificando regularidades en el calendario elegido. Pídeles que marquen con colores los sectores que tengan igual número de casillas por lado, pueden ser de 2×2 , 3×3 o 4×4 , así como se muestra en la imagen.

Lun.	Mar.	Miér.	Jue.	Vier.	Sáb.	Dom.
Julio		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Lun.	Mar.	Miér.	Jue.	Vier.	Sáb.	Dom.
Julio		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Motiva que observen la distribución de los números en cada sector y que identifiquen alguna regularidad entre los números que lo conforman. Por ejemplo:

- En el sector 3×3 de la imagen, el valor de la suma de los números que se encuentran en cada diagonal son iguales: $14 + 22 + 30 = 66 = 16 + 22 + 28$.
- Si sumamos los dos números ubicados en los extremos de una diagonal y la comparamos con la suma de la otra diagonal el resultado es el mismo número: en el sector 3×3 sumamos $14 + 30 = 44$ y la otra diagonal $16 + 28 = 44$, se verifica que ambos resultados son iguales.
- Al sumar todos los números que se encuentran dentro del sector seleccionado, el resultado es múltiplo de la cantidad de casilleros que tiene el sector, es decir, si sumamos los números del sector 2×2 de la imagen $4 + 5 + 11 + 12 = 32$, este resultado es múltiplo de 4. Y si seleccionamos el sector 3×3 , al sumar los números $14 + 15 + 16 + 21 + 22 + 23 + 28 + 29 + 30 = 198$, el resultado es múltiplo de 9. Esta regularidad se cumple para cualquier sector de la forma $N \times N$ formada en el calendario.

Cada propuesta de regularidad que formulen los estudiantes debe ser explicada y justificada por ellos.

Motive a que todas las regularidades descubiertas las verifiquen en los diferentes meses del año. Cada hipótesis propuesta por los estudiantes debe ser verificada, explicada y justificada por ellos.

7. Jugando a los investigadores aprendemos sobre las equivalencias e igualdades

Descripción

A partir de un problema, los estudiantes manipularán siluetas de cajas, pesas, bolsitas, latas o cilindros, para resolver el problema y establecerán equivalencias entre estos objetos, al mantener en equilibrio una balanza.

Relación con capacidades e indicadores

Los niños matematizarán situaciones al identificar datos y relaciones de equivalencia; razonan y argumentan al elaborar supuestos durante la búsqueda de equilibrio en el peso de diversos objetos en una balanza, las cuales serán expresados mediante igualdades en forma concreta, gráfica y simbólica, haciendo uso de expresiones aditivas multiplicativas y del signo “=”.

Aplicación de la estrategia

¿Qué necesitamos?

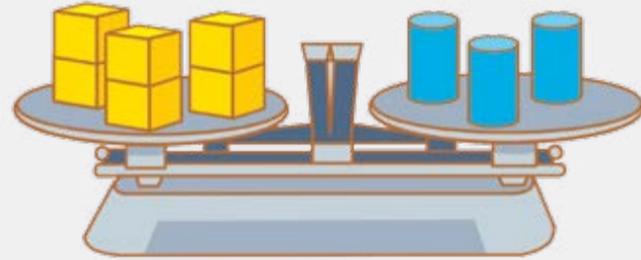
Siluetas de cajas, pesas, bolsita, latas o cilindros.

- Presenta el problema garantizando que todos los estudiantes lean:

RELACIONAR PARA DESCUBRIR

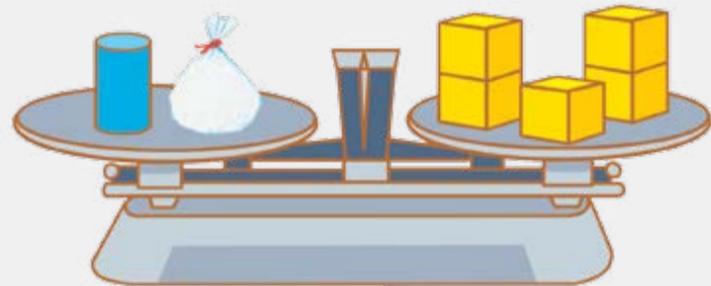
Un buen detective, además de ser un gran observador, debe saber relacionar sus pistas y elaborar conclusiones. ¿Te pones a prueba?

1. Qué objetos del primer platillo se equilibran con el segundo platillo?



Seis cajas se equilibran con tres latas.

2. ¿Cuánto pesa la bolsita?



- Asegura la comprensión del problema de equilibrio mediante las preguntas: ¿de qué trata el problema?, ¿explica con tus propias palabras?, ¿cuáles son las condiciones del problema?, ¿qué tenemos que averiguar?
- Propicia que los estudiantes diseñen o adapten una estrategia a través de preguntas: ¿cómo podemos resolver este problema?, ¿alguna vez han resuelto un problema igual o similar?, ¿podemos utilizar algún material para resolver este problema?
- Una de las estrategias utilizadas por los estudiantes debe ser la simulación con material representativo.
- Entrega las siluetas de cajas, latas y bolsita como las que menciona el problema, para que simulen el pesaje de los objetos que se indican y puedan establecer relaciones entre ellas.
- Luego, rétalos a representar su solución mediante símbolos o formas geométricas.

3.3 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

3.3.1 Estrategias didácticas

1. Juego “¿tiene mantequilla?... en la otra esquinilla”, para realizar traslaciones

Descripción

El juego consiste en que dieciocho niños en parejas se distribuyen formando un cuadrado, en una parte del patio. Otra pareja de niños que la denominaremos “A” que no forma parte del cuadrado, pregunta a una pareja de niños que forma el cuadrado: “¿tiene mantequilla?” y esta pareja responde: “en la otra esquinilla”; en ese momento la pareja “A” se separa y uno de ellos avanza en sentido de las agujas del reloj y el otro niño avanza en sentido contrario. La ronda termina cuando se juntan los dos niños nuevamente. Gana el juego el que logró preguntar a más parejas que forman el cuadrado. Se intercambian los roles con otra pareja y el juego se repite algunas veces más.

Relación con capacidades e indicadores

El propósito de esta actividad es que los estudiantes matematicen situaciones al identificar características y condiciones de los objetos, expresándolos en una figura que se traslada usando material concreto y una cuadrícula.

¿Qué necesitamos?

- Bloques lógicos, poliedros desarmables, geoplano, cuadrículas, regla.

Pasos de la estrategia

Se tomarán en cuenta las fases de aprendizaje de Van Hiele para orientar el proceso de aprendizaje de la geometría.

1.ª fase. Discernimiento o información

Los estudiantes se familiarizan con el juego y dialogan sobre lo que están aprendiendo, sobre sus habilidades y conocimientos puestos en juego.

Ya en el aula, reciben los materiales (bloques lógicos, poliedros desarmables, geoplano, cuadrículas, regla), los observan y dialogan sobre la utilidad que podrían darle.

2.ª fase. Orientación dirigida

- Orienta el diálogo sobre el juego, ¿en qué consistió el juego? ¿Qué cambió en los niños que visitaron a las parejas? ¿Cómo puedes representar el juego usando el geoplano?
- Representan en el geoplano la ubicación de las parejas que no se mueven, con ligas de un color. También representan cada parada de los niños que preguntan, con ligas de otro color, de manera que se marque su recorrido.

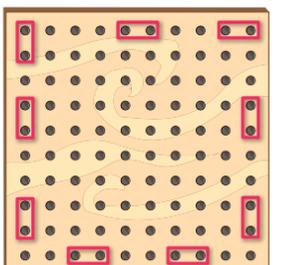
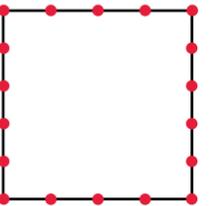


Gráfico de disposición de los niños en el patio

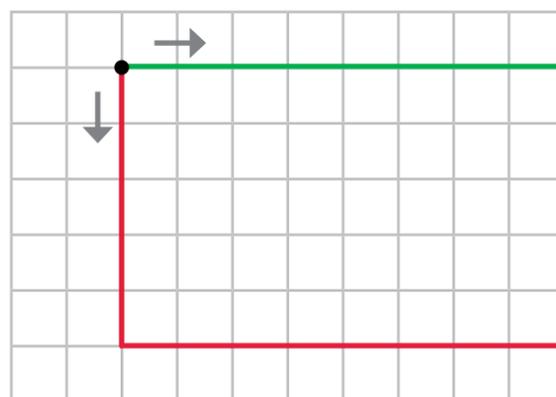


•• pareja A

Se espera que los estudiantes digan con sus propias palabras que el único cambio que se produjo fue que los niños se trasladaron sucesivamente de un lugar a otro.

Ahora representamos en la cuadrícula, la ubicación inicial y el movimiento de los niños Susy y Mario.

Representamos a Susy con una línea verde y a Mario con una línea roja, el desplazamiento que realizaron.



3.ª fase. Explicitación

- Observamos y explicamos cómo se ha movido cada uno.

Ejemplo:

Susy avanzó hacia adelante 8 pasos y hacia su derecha 4 pasos y Mario avanzó 5 pasos hacia adelante y 8 pasos hacia su izquierda.

- Simboliza la traslación:

Susy: 8 ↑ 4 →
Mario: 5 ↑ 8 ←

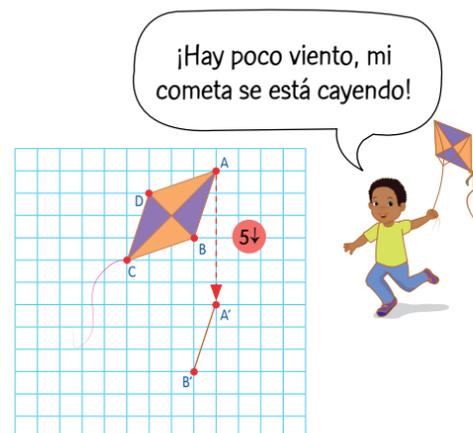
En la traslación o desplazamiento se conservan las características de tamaño y forma de los objetos porque solo cambian de lugar.

4.ª fase. Orientación libre

- Realizan otras experiencias de traslación con objetos en la cuadrícula.

Ejemplo:

- Hacen volar su cometa, observan y expresan lo que pasa con ella.
- Representan lo observado en el geoplano con un punto.
- Grafican la cometa en la cuadrícula e identifican con una letra mayúscula todos los puntos a trasladar.
- Determinan el desplazamiento. Por ejemplo: 5 ↓
Es decir cada punto de la cometa se traslada 5 hacia abajo.
- Grafica la cometa en su nueva ubicación y completa los puntos a los que ha sido trasladada. Ejemplo: $A \rightarrow A'$, $B' \rightarrow \dots$, $C \rightarrow \dots$, $D \rightarrow \dots$
- Orienta la observación y explicación de las traslaciones representadas en el geoplano y cuadrícula con apoyo de preguntas como: ¿hacia qué lado se ha trasladado la cometa? ¿Cuántos cuadraditos se han trasladado?, etc.



5.ª fase. Integración

Considerando que en esta fase los estudiantes están preparados para asimilar el nombre matemático de los objetos, así como para entender los signos, los símbolos y las operaciones que hasta el momento han sido trabajados pero no dichos explícitamente, conceptualizaremos la noción de traslación con la participación de los estudiantes.

La traslación es el movimiento que se hace al desplazar o deslizar una figura en línea recta sin cambio de orientación, manteniendo su forma y tamaño.

2. Construyendo la noción de superficie y área de un rectángulo con los pasos de Van Hiele

Descripción

En esta actividad los estudiantes a partir de la vivenciación, mediante el cubrimiento de superficies de diversos objetos con diferentes unidades de medida convencionales y no convencionales, usando diferentes materiales, comprenderán la noción de superficie y área y calcularán superficies rectangulares. El conjunto de las actividades propuestas usando los pasos propuestos por Van Hiele permitirá construir la noción de superficie y área con unidades arbitrarias y convencionales.

Relación con las capacidades e indicadores

Con esta actividad el estudiante tendrá oportunidad de **matematizar situaciones** al identificar características de los objetos de su entorno y lo expresa en un modelo basado en rectángulos; **comunicará y representará ideas matemáticas** referidas al rectángulo al representar en forma concreta y gráfica diferentes superficies, utilizando material concreto como unidades de medida. Además **elaboran y usan estrategias** al usar unidades patrón como los cubitos para cubrir su superficie y determinar el área y en este proceso también se propiciará que **razonen y argumenten** al elaborar conjeturas sobre sus procedimientos de cálculo para medir la superficie de las figuras y finalmente expresarán el proceso vivido, justificando y argumentando sus respuestas.

¿Qué necesitamos?

Papel periódico, hojas bond, cuadrados de cartulina, poliedros desarmables, geoplano, regletas de colores, Base diez

Papel cuadrulado, escuadra, regla.

Pasos de la estrategia para aprender según Van Hiele

1.ª fase: **Exploración**, los estudiantes en esta fase salen a observar sin mayores indicaciones del docente, se familiarizan con los materiales, esto permite concentrarse exclusivamente en lo que hacen y también descubrir propiedades matemáticas.

- Proporciona a cada grupo de estudiantes, hojas de papeles periódicos, cuadrados de cartulina del tamaño de una loseta. Los estudiantes organizados en grupo salen fuera del aula con la misión de observar los espacios u objetos de la escuela y cómo estos son cubiertos por losetas, papeles decorativos, papeles lustres, adobes, etc.
- Es importante que verbalicen y describan lo que han observado, aunque estas observaciones sean imprecisas que es característico de este nivel de pensamiento geométrico, los estudiantes captarán varios indicios como por ej, "se parece a...", "tiene la forma de...", "es como...", porque tienen limitaciones para describirlas con propiedades matemáticas. Es una etapa de reconocimiento.
- Se espera que los estudiantes puedan usar los materiales para cubrir las superficies de los objetos y puedan estimar la cantidad de papeles o losetas que necesitarían, por ejemplo, para cubrir el mural o el aula, es decir, calcular el área de la superficie en unidades arbitrarias.

2.ª fase: Orientación dirigida, en esta fase, se propone una secuencia graduada de actividades a realizar y explorar, y se establecen las normas y reglas orientadas para la construcción de las ideas matemáticas. Las actividades deben ser variadas, ya que el concepto y los procesos no se construyen de la misma manera y a igual velocidad en todos los estudiantes.

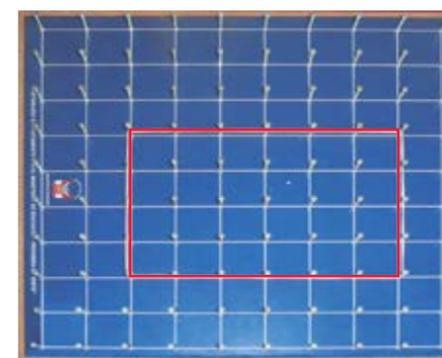
En este caso se proponen las siguientes actividades:

- Solicita a los niños que seleccionen uno de los objetos encontrados como por ejemplo: la pizarra, el mural de la escuela, la puerta, una pared, el piso, etc. y este sea cubierto con distintas unidades patrón y calculen el área. Así por ejemplo, podrían medir la superficie de la pizarra usando hojas periódicos, hojas bond y papeles o cartulinas cuadradas o los cuadrados de los poliedros desarmables. Indicar además que la medida no será exacta, así que podrían expresar la medida de esta manera: 8 hojas y un poco más o 8 hojas y la mitad de una hoja o casi la mitad de una hoja, etc. También se podría reflexionar sobre cual figura nos puede proporcionar un cálculo más exacto si los rectángulos o los cuadrados.



Las piezas de los poliedros desarmables, podrían actuar como unidades patrón y cubrir superficies.

- Propicia que los niños representen uno de los objetos encontrados, en el geoplano y luego en un papel. A partir de esta representación realizada por los estudiantes, solicite que cuenten los cuadrados al interior del geoplano y esta será la medida del área. También solicita que dibujen en un papel en blanco la figura y luego esta que sea cubierta con cubitos del material Base Diez o con las regletas de Cuisenaire y puedan así primero estimar la cantidad de cubitos que cubren la superficie (al ojo) y luego calculen el área verificando su estimación con los cubitos o las regletas.



Un cuadrado representa la unidad de medida, entonces la cantidad de cuadrados al interior del rectángulo representan la medida del área.



Un cubito de 1 cm de lado representa un centímetro cuadrado, entonces la cantidad de cubitos es el área del rectángulo.

3.ª fase: Explicitación, una vez realizadas las experiencias, los estudiantes expresan sus resultados y comentarios. Durante esta fase se estructuran en esquemas o gráficos el sistema de relaciones halladas, y se espera que utilicen lenguaje matemático apropiado.

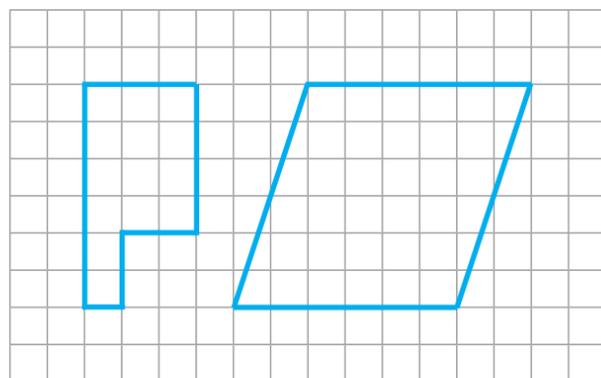
- Pregunta a los estudiantes las características del rectángulo. Se espera que reconozcan que el rectángulo tiene dos pares de lados paralelos y que un par es más largo que el otro par y que además estos lados paralelos son iguales.
- A partir del cubrimiento de las superficies con diferentes objetos como las hojas, cuadrados de los poliedros o con las cartulinas cuadradas, se han realizado acciones para cubrir la superficie y dicha acción es medir la superficie y a este resultado le denominamos área. También hay que ayudarles a precisar que los resultados de dicha medida se expresan con un número acompañado de la unidad patrón que sirvió para medir, por ejemplo si midió con papeles, la medida será: el área de la pizarra es un poco más de 8 hojas, el área del rectángulo mide 8 cuadraditos o 20 cubitos, etc.

Esas medidas podrían ser expresadas en una tabla.

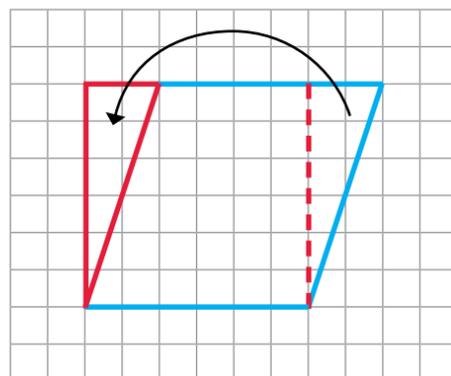
Objeto a medir su superficie	Unidad patrón usada	Medida (área de la superficie)	Respuesta
Carpeta	Cuadrados (de los poliedros)	25 cuadrados 25 <input type="text"/>	El área de la carpeta es 25 <input type="text"/>

4.ª fase: **Orientación libre**, los estudiantes podrán aplicar los conocimientos adquiridos de forma significativa en situaciones distintas a la presentadas, pero con estructura comparable. Esta fase proporciona la práctica adecuada para aplicar los conceptos adquiridos que han sido construidos.

- Plantea a los estudiantes cubrir superficies, por ejemplo: deseas cubrir el mural del salón con banderitas, ¿cuántas banderitas necesitarás?
- Y si deseas cubrir la portada de tu cuaderno con cuadrados de colores, ¿cuántos cuadrados necesitarías?
- Presenta actividades en el geoplano y en cuadrículas para hallar el área de rectángulos y otras figuras que impliquen calcular el área en unidades cuadradas y en centímetros cuadrados.
- Solicita que construyan superficies cuya medida sean 20, 22, 23, 24 y 25 cuadraditos. Pregunta en qué casos son rectángulos y en qué otros casos son otro tipo de figura.
- En estas figuras, en qué caso puedes hallar el área contando o descomponiendo la figura para convertirla en rectángulo.



Por ejemplo, en este caso, el paralelogramo está compuesto por un rectángulo y dos triángulos, uno de los cuales pasa a completar una parte para formar el rectángulo.



5.ª fase: **Integración**, considerando que en esta fase los estudiantes están preparados para asimilar el nombre matemático de los objetos, así como para entender los signos, los símbolos y las operaciones que hasta el momento han sido trabajados pero no dichos explícitamente, conceptualizaremos la noción de superficie y área.

- En este caso planteamos preguntas para que los niños planteen conjeturas sobre los procedimientos empleados para calcular la superficie de un objeto y de una figura, ¿será lo mismo medir la superficie o calcular el área de la superficie de un objeto real? ¿será lo mismo calcular el área en el geoplano o en una cuadrícula con medidas específicas?
- ¿Cómo podrían generalizar para calcular el área de superficies rectangulares? ¿Qué estrategias utilizarán? En este caso se espera que los estudiantes usen diferentes estrategias para calcular el área: contando cuadraditos o unidades patrón, completando una figura para convertirla en rectángulo o expresando la solución en una multiplicación.

Aplicación de la estrategia:

Dibujen en un papel cuadrulado estas dos figuras, de tal manera que tengan la misma altura y el mismo largo. ¿Quién tiene mayor área?

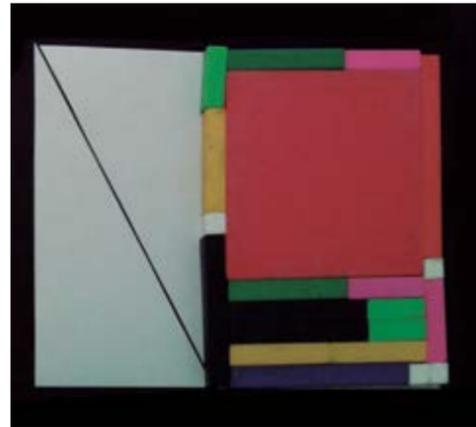


Los estudiantes para desarrollar la actividad podrían desarrollar los siguientes procedimientos:

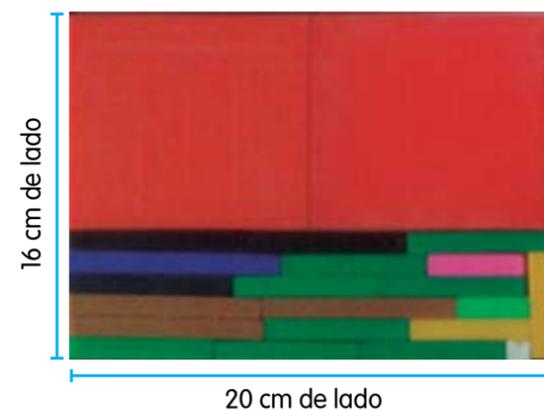
- Procedimiento 1: cubrir las figuras con regletas de colores.



- Procedimiento 2: cortar el romboide para formar un rectángulo.



- Procedimiento 3: medir los lados de la figura y expresar el área con un producto de factores.



$$16 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 320 \text{ cm}^2$$

3. Estrategias con dobleces de papel

Descripción

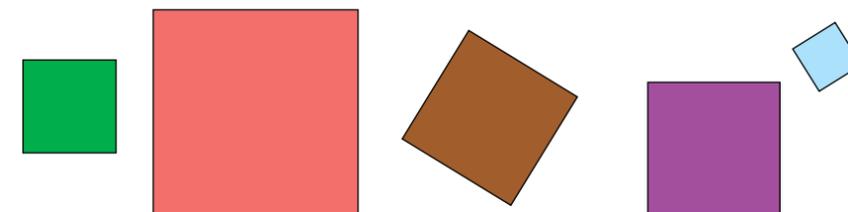
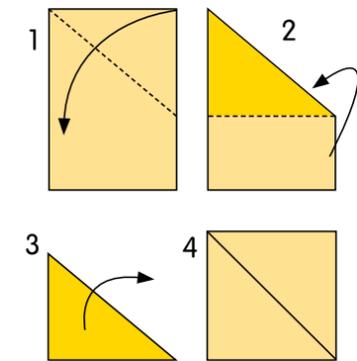
Haciendo dobleces al papel podemos construir variados objetos, animales o personas y desarrollar o aplicar muchas ideas y conceptos matemáticos. También con esta entretenida actividad podemos desarrollar la psicomotricidad fina así como la percepción espacial y otras habilidades como saber escuchar indicaciones.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito es que los estudiantes desarrollen las capacidades de: comunicar y representar ideas matemáticas al describir las características de los cuadrados según su número de lados, vértices, lados paralelos y perpendiculares; elaborar y usar estrategias al construir cuadrados usando regla y escuadras; y razonar y argumentar generando ideas matemáticas sobre las características del cuadrado y justificando sus conjeturas y procedimientos.

Aplicación de la estrategia

- Construyan un cuadrado solo doblando el papel, sin usar regla ni tijera. Teniendo en cuenta las siguientes preguntas: ¿Cuántos lados son?, ¿cómo son los lados?, ¿tienen lados paralelos?, ¿cuáles son?, ¿por qué son lados paralelos?, ¿y lados perpendiculares?, ¿cuántos?, ¿por qué son lados perpendiculares?
- En otra hoja construyan un cuadrado usando regla y tijera. Compara con la forma de construcción anterior.
- Argumentar usando como apoyo sus construcciones. ¿Cómo estás seguro que es un cuadrado? ¿Y estas figuras pueden ser cuadrados? (muestra un rectángulo, un trapecio)?, ¿por qué? ¿Y estas figuras son cuadrados? (muestra figuras de cuadrados de diferente tamaño y en diferente posición).



4. Estrategias usando el tangram

Descripción

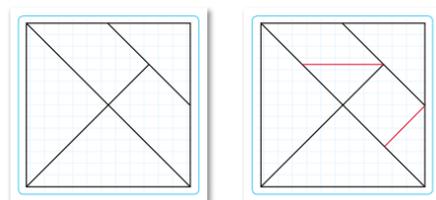
Haciendo uso del tangram podemos construir variados objetos, animales o personas y desarrollar o aplicar muchas ideas y conceptos matemáticos como superficies, perímetros, etc.

Relación con las capacidades e indicadores

El propósito es que los estudiantes desarrollen las capacidades de comunicar y representar ideas matemáticas al representar en forma concreta diferentes rectángulos, cuadrados, romboides con el modelo ausente y describir sus características; elaborar y usar estrategias al emplear el tangram, regla y escuadras para construir y dibujar figuras geométricas; razonar y argumentar generando ideas matemáticas al elaborar conjeturas sobre las características comunes de los cuadrados, rectángulos y trapecios.

1: Construyendo polígonos

- Construye el tangram a partir de una hoja cuadrada en papel cuadriculado, según el modelo y luego describan las características y relaciones entre las piezas.



Una vez construidas las figuras, realiza preguntas sobre las características de los cuadrados, rectángulos y trapecios para que comuniquen y representen ideas matemáticas.

- Analiza las características y formas de las piezas del tangram: ¿cuántas piezas tiene el tangram?, ¿qué formas tienen dichas piezas?. Pide que expliquen la relación entre los elementos: ¿cuántos lados tiene cada pieza?, ¿podemos construir otras formas utilizando estas piezas?

Con las piezas del tangram construye lo siguiente:

- Un cuadrado con dos piezas.
- Un cuadrado con todas las piezas.
- Rectángulos con solo 3 piezas.



- Un rectángulo con 5 piezas.



- Un rectángulo con todas las piezas.



- Dos trapecios con todas las piezas.



Estas estrategias de manipulación y experimentación son también de carácter lúdico y podrían constituirse en proyectos o en una secuencia de actividades para construir diversos conceptos matemáticos como fracción, área, perímetro, composición de figuras.

3.4 Orientaciones para el desarrollo de la competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

3.4.1 Situaciones de gestión de datos

Descripción:

La resolución de problemas estadísticos no se limita al uso de tablas o gráficos o al mero recojo de información sin ningún propósito, sino que puede ser considerado como un proceso completo que va desde la definición de un tema de estudio y las preguntas apropiadas para el tema, hasta la interpretación de los resultados y la toma de decisiones. Un ejemplo de este proceso se plantea en GISE (2007), que considera cuatro pasos que podemos adoptar como estrategias didáctica para plantear y resolver problemas de gestión de datos:

Paso 1: Formular preguntas, que implica aclarar el problema en cuestión y formular una o más preguntas que pueden ser respondidas con datos.

Paso 2: Recopilar datos, que implica diseñar un plan para recopilar datos apropiados al problema en cuestión y emplear el plan para recoger los datos.

Paso 3: Análisis de datos, que implica seleccionar una gráfica o métodos numéricos apropiados y utilizar estos métodos para analizar los datos.

Paso 4: Interpretar resultados, que implica comprender los resultados del análisis y relacionarlos con el problema planteado, tomar decisiones si fuera el caso y comunicar la información obtenida.

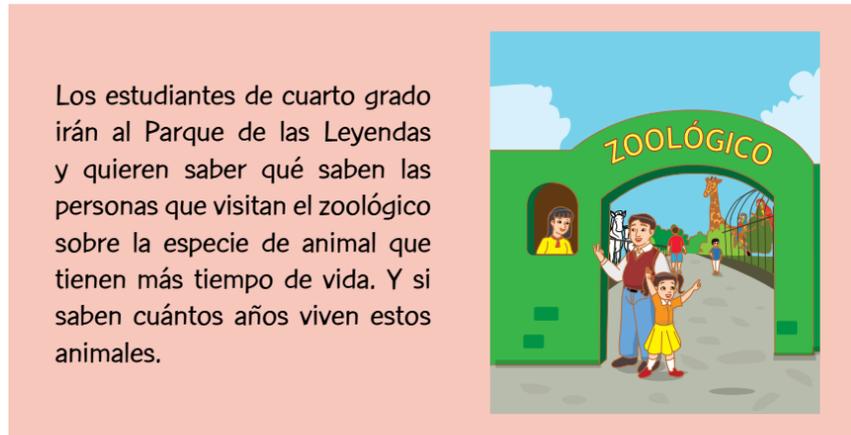
Relación con las capacidades e indicadores

El propósito de esta estrategia es que los estudiantes matematicen situaciones al plantear relaciones entre los datos cualitativos, expresándolos en tablas y gráficos de barras. Comunican y representan al proponer preguntas adecuadas para obtener los datos necesarios que se necesitan para la resolución del problema y para el tema en estudio. Asimismo, se espera que elaboren y usen estrategias de recolección de datos como la aplicación directa de encuestas. La resolución del problema estadístico continúa con la elaboración de tablas de frecuencia, tablas de doble entrada, para modelar el problema presentado. Finalmente, se espera que desarrollen su capacidad de razonar y argumentar, al hacer algunos supuestos o conclusiones sobre la información obtenida.

¹ Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework / Authors, Christine Franklin. 2007 by American Statistical Association Alexandria,

Aplicación de la estrategia

Veamos cómo utilizamos la estrategia en un problema de contexto social.



Los estudiantes de cuarto grado irán al Parque de las Leyendas y quieren saber qué saben las personas que visitan el zoológico sobre la especie de animal que tienen más tiempo de vida. Y si saben cuántos años viven estos animales.

¿Cómo nos organizamos?

Se recomienda realizar esta actividad a través del trabajo en grupos con un plan que comprende un conjunto de tareas, organizadas y secuenciadas con el objetivo de resolver el problema o una tarea específica.

Es necesario ayudar a los estudiantes a identificar las etapas que se requieren para llegar a la solución, generar un ambiente de confianza y participación.

Es conveniente propiciar este tipo de actividad en el aula cuando se va a desarrollar algún tema relacionado con el área curricular de Ciencia y Ambiente o que pudiera ser sobre datos curiosos de los animales o sobre el cuidado del ambiente para realizar el estudio completo y con el conocimiento necesario.

¿Qué necesitamos?

- Hojas con las tablas de conteo para registrar las respuestas o con las fichas de encuesta.

Paso 1. Formular preguntas

El docente y los niños conversan sobre el problema de interés y plantean preguntas que pueden hacer a las personas que visitan el zoológico:

- Antes de plantear las preguntas, el docente propicia la conversación sobre los datos que se necesitan para resolver el problema. ¿Qué queremos saber? ¿qué preguntaremos? ¿Preguntaremos sobre los animales que hay en el zoológico o sobre cualquier animal? ¿Cuál es la pregunta más clara?, ¿la más corta? ¿Cuál se entiende mejor?



- Los niños y niñas hacen preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aportan con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros.
- El docente propicia que se hagan ensayos de realizar las preguntas y responderlas. De esa manera, se verifica si la pregunta está bien hecha y si las respuestas son las que se esperan.

Paso 2. Recopilar datos

Los niños diseñan un plan para recopilar datos según las preguntas que han elaborado relacionadas al animal más longevo y su edad:

- El docente propicia que los estudiantes preparen fichas para que cada entrevistado escriba sus respuestas, es decir, que el recojo de datos se hará por medio de recursos escritos. Otra forma de recoger datos es con preguntas orales. Para ello, se preparan tablas de conteo en las que el estudiante registre las respuesta de sus entrevistados.
- Para la elaboración de los instrumentos de recolección de datos, los estudiantes construyen nociones de variable y tipos de datos, a través de las siguiente preguntas:
 - ¿Las preguntas que van a realizar tienen respuestas de un mismo tipo? ¿cuántos tipos de respuesta hay? ¿Cómo las clasificarías? ¿Las respuestas son numéricas o no? ¿qué tipos de datos estamos recogiendo?
- Para la elaboración de las fichas o de las tablas de registro se necesita que los estudiantes identifiquen los dos tipos de datos y los rotulen. Por ejemplo: "Nombres de animales". "Sabe cuántos años vive", etc.

El siguiente modelo de ficha y el de tabla puede servir como pauta:

1. ¿Qué animal del zoológico es el que vive más años? Nombre: <input type="text"/>	Nombre del animal	¿Sabes cuántos años vive?
2. ¿Sabe cuántos años vive? Marca. Sí: <input type="checkbox"/> No: <input type="checkbox"/>		

Paso 3. Análisis de datos

- Proponen ideas para organizar los datos y deciden cuál es la mejor forma de organizarlos para realizar el análisis deseado.
- El docente orienta a cada grupo para que elaboren dos tablas de frecuencia: la primera para la especie de animal y su frecuencia; y la segunda para las respuestas "sí" y "no", y su frecuencia. Luego realizan el conteo y completan las tablas.

- Deben considerar todos los elementos de la tabla: tipos de datos, título, cómo registrar el conteo, la frecuencia y los totales. Presentamos algunos modelos que los estudiantes pueden adecuar:

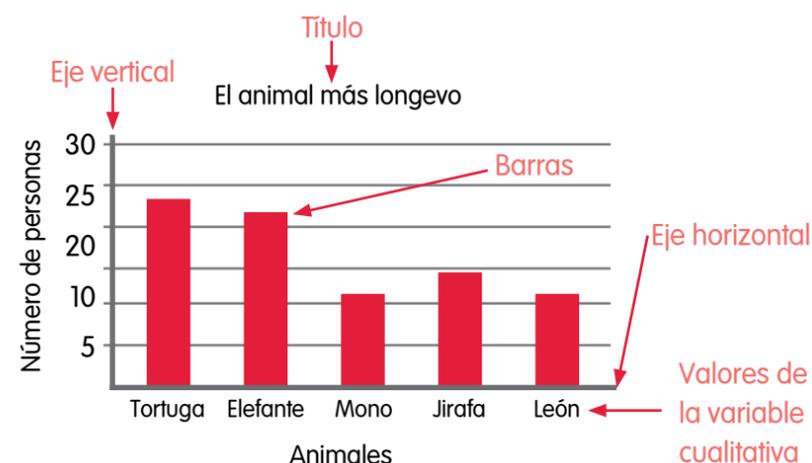
TÍTULO:

Tipo de animal	Frecuencias

TÍTULO:

Respuestas	Frecuencias
SÍ	
NO	

- Es importante que comprueben que el total de fichas corresponde al total de animales registrados en la tabla de frecuencias.
- Discuten si puede poner ambos tipos de datos en un mismo gráfico. Si no es así, cómo lo harían. El docente guía la elaboración de dos gráficos de barras que nos permitan obtener la información que necesitamos.
- Para la elaboración del gráfico de barras el docente debe tener en cuenta lo siguiente:
 - Anotar los elementos del gráfico: títulos, leyenda, ejes con datos y escalas.
 - Elegir el gráfico adecuado a la información que se quiere presentar.
 - Poner los datos en los ejes vertical y horizontal, muy claros.



- Comunican y representan, en un gráfico de barras la información registrada en la tabla. La ventaja del gráfico de barras frente a la tabla es que los resultados se visualizan fácilmente.
- Determinan el dato que tiene mayor frecuencia y describen qué especie de animal es el que más personas consideran que tienen mayor tiempo de vida. Construyen la noción de moda:
 - La moda es el dato que tiene mayor frecuencia.
 - La moda representa un conjunto de datos.

Paso 4. Interpretar resultados

- El docente propicia que los estudiantes den respuesta a la interrogante que se plantearon desde el principio. En este caso querían conocer lo que sabían las personas sobre el animal que tiene más tiempo de vida, es decir, que puede vivir más años.

- El docente guía a los estudiantes para que relacionen la moda con la pregunta planteada. Es importante comparar los resultados de cada grupo y discutir por qué hay una diferencia. Esto implica darse cuenta que la moda representa un conjunto de datos. Si el conjunto de datos cambia, la moda también puede cambiar.
- Los estudiantes reflexionan y comentan a través de algunas preguntas. Por ejemplo:
 - Antes de realizar la investigación, ¿sabían si las personas que visitan el zoológico conocían cuál es la especie de animal que tiene mayor tiempo de vida? ¿para qué nos interesaba saber si conocían cuántos años podrían vivir estas especies?
 - La información que hemos recogido nos dice cuál es la especie que tiene mayor tiempo de vida?, ¿o nos muestra lo que creen las personas? ¿Cuál es la diferencia?
- Comparan los datos reales que pueden obtener de algún texto o de internet, con los resultados de las encuestas y sacan conclusiones acerca de lo bien o mal informadas que están las personas, si leen con atención las descripciones que están en las jaulas de los animales que visitan, etc.
- Es muy importante que los estudiantes repasen el proceso que realizaron para desarrollar su investigación:
 - ¿Cómo hicieron para saber qué datos necesitaban y cómo los iban a conseguir?
 - ¿Cómo recolectaron los datos? ¿Cómo los organizaron? ¿Cómo los representaron? ¿Les fue útil esta representación? ¿Por qué?
 - ¿Todos los grupos trabajaron con los mismos datos? ¿Comprobaste los resultados? ¿A tus compañeros y compañeras de grupo les salió igual? ¿Por qué?
- Evalúan la importancia de la estadística en el estudio de una situación concreta de su realidad.
 - La investigación que han realizado sobre lo que saben las personas de los animales, ¿les ha servido? ¿Para qué? ¿Qué acciones podemos tomar?

3.4.2 Juegos para usar la probabilidad

Descripción de la estrategia

Esta estrategia permitirá que los estudiantes se enfrenten a problemas y situaciones de azar con material concreto como bolas de colores, dados, monedas, etc. en las que estudien la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de sucesos. Se aplicará una adaptación de los pasos de Zoltan Dienes a fin de motivar el aprendizaje de la matemática mediante el juego.

Relación con capacidades e indicadores

El propósito es que los estudiantes analicen en una situación aleatoria propuesta la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de sucesos, sustentando sus respuestas en la ocurrencia del suceso. También señalarán algunos posibles sucesos de esta, siendo

capaz de seleccionar entre ellos el que tiene más probabilidad de suceder y lo explica demostrando que comprende el significado de la probabilidad; y razonen y argumenten al explicar sus procedimientos y resultados.

Pasos de la estrategia

Paso 1. Juego libre

Los estudiantes se familiarizarán con los materiales e irán descubriendo en estos las propiedades matemáticas.

Paso 2. Juego orientado

Esta actividad será dirigida. Se establecerán las reglas de juego según lo que se pretenda lograr.

Paso 3. Abstracción

Los estudiantes observarán la regularidad en el juego y las relaciones matemáticas involucradas, o crearán otros juegos con estructura parecida al anterior.

Paso 4. Representación

Se representará la regularidad o las relaciones matemáticas en un gráfico o un esquema. Se pedirá a los estudiantes que describan el proceso y sus representaciones; primero, usando lenguaje coloquial y, luego, reemplazando algunos términos por lenguaje matemático.

Paso 5. Generalización

El docente orientará la introducción de las relaciones y propiedades matemáticas y construye los significados a partir de las elaboraciones de los estudiantes. Ellos expondrán lo aprendido de manera segura usando lenguaje matemático y lo aplicarán en otras situaciones. Así también, estudiarán las propiedades de la representación y las relaciones matemáticas.

Aplicación de la estrategia

Juego 1: ¡Carrera de mulitas!

Con esta estrategia, los estudiantes desarrollarán habilidades para identificar sucesos que dependen del azar y a reconocer cuándo un suceso es seguro, posible e imposible que suceda, a través de la práctica concreta. Se organizarán en grupos de cuatro. Simulan una carrera de mulitas, cada una tendrá un número del 1 al 12.

Materiales

Dos dados cúbicos, fichas o botones de distinto color para cada jugador, cartilla como la que mostramos para registrar los resultados.

Meta	
10	
9	
8	
7	
6	
5	
4	
3	
2	
1	

Paso 1. Juego libre

Previamente, los estudiantes manipulan libremente los dados y reconocen sus características. Por ejemplo, mencionarán que el dado tiene seis caras iguales de forma cuadrada y los números del 1 al 6.

Luego, hacerles algunas preguntas para introducirles la noción de "aleatorio":

- ¿Han jugado alguna vez con un dado? ¿cuándo? ¿qué estaban jugando? Explica cómo era el juego.
- Al lanzar un dado, ¿saben que número saldrá?
- ¿En cuáles de las siguientes experiencias no se puede saber el resultado con anticipación?

Aleatorio o no aleatorio

- Lanzar una moneda y adivinar si sale cara o sello.
- Si hoy es martes, decir qué día es mañana.
- Sacar una bola roja de una bolsa que contiene 3 bolas rojas, 2 amarillas y 1 azul.
- Lanzar dos dados y saber cuánto suman los puntos obtenidos.

Cuando un resultado depende de la "suerte", el azar, se dice que es "aleatorio".

Identifica los siguientes sucesos como seguro, posible e imposible que suceda, al lanzar un dado:

a. Obtener 5.	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
b. Obtener un número menor que 7.	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
c. Obtener un número par.	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE
d. Obtener un número mayor que 6.	SEGURO	POSIBLE	IMPOSIBLE

Paso 2. Juego orientado

Se presentarán las reglas para jugar:

- Eligen sus mulitas, cada jugador elige el número de 3 mulitas que corresponden a la suma que consideran que saldrá más veces al lanzar los dos dados.
- Deciden los turnos al azar, lanzan un dado y el que obtiene el número mayor, inicia el juego. Se continúa el juego por la derecha.
- Cada jugador apuesta por tres valores del 1 al 12 y colocan sus fichas en el tablero, en el lugar de las mulitas que le corresponde.
- Un valor no puede ser elegido por dos jugadores. Si no se ponen de acuerdo se decide a la suerte. Se vuelve a lanzar un dado para decidir quién tiene la primera opción de elegir sus 3 mulitas.
- En cada ronda, un jugador lanza el dado y avanza el casillero correspondiente a la suma obtenida, sea o no, la que él ha apostado.
- Gana el que primero llega a la meta.

Pueden realizar el mismo juego ingresando a la siguiente dirección.

<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/agrega/visualizador-1/es/pode/presentacion/visualizadorSinSecuencia/visualizar-datos.jsp>

Paso 3. Abstracción

Se establecerán las relaciones matemáticas y se formularán preguntas:

- ¿Qué suma ha ganado?, ¿por qué creen que ha ganado?
- ¿Qué sumas son las que más han salido?, ¿por qué?
- ¿Qué sumas no han salido?
- ¿Apostarías por la misma mulita en el próximo juego? ¿por qué?

Paso 4. Representación

Los estudiantes jugarán varias veces, volviendo a hacer sus apuestas, eligen nuevamente sus mulitas. A partir del segundo juego, pueden elegir 2 mulitas, quedando algunas sin ser elegidas. Luego representarán las combinaciones que hallaron.

Por ejemplo, en una tabla se hallan las sumas que se obtienen al lanzar los dos dados. Es posible que durante el juego ya se hayan percatado que hay más ventaja al apostar por algunos números, y que el 7 se tiene mayor probabilidad de ganar.

Mientras que al apostar por el 2 o el 12 hay muy pocas probabilidades y con el 1 no se tiene ninguna probabilidad, ya que es una situación imposible que suceda.

Los estudiantes explicarán sus representaciones en lenguaje coloquial, para luego introducir términos en lenguaje matemático, en este caso, el 7 tiene la mayor probabilidad (6 opciones) de ganar porque:

$$1 + 6 = 7, \quad 2 + 5 = 7, \quad 3 + 4 = 7,$$

$$6 + 1 = 7, \quad 5 + 2 = 7, \quad 4 + 3 = 7$$

Usar dados de colores diferentes para que el estudiante entienda porque $1 + 6 = 7$ y $6 + 1 = 7$ son opciones diferentes.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Paso 5. Generalización

El docente deberá orientar a los estudiantes para que reconozcan que la probabilidad se rige por el azar, pero que nos indica la mayor o menor posibilidad que un suceso ocurra. Ahora el estudiante está en capacidad de hacer un estudio matemático cada vez que tenga que dar su pronóstico a situaciones que dependen del azar. En este caso, puede hacer un análisis más preciso, por ejemplo:

Señala los casos favorables, los casos posibles e indica la probabilidad como: *poco probable, probable, muy probable que suceda al lanzar dos dados.*

Suma	Casos favorables	Probabilidad
2	1	<i>Poco probable</i>
3	2	
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Reforzar los conocimientos con las siguientes preguntas:

- Si vuelves a jugar, ¿cuáles son los dos 2 valores que escogerías? ¿Por qué?
- ¿Cuáles son los dos valores que no escogerías? ¿Por qué?
- Si juegas con el 7, ¿estás seguro que ganarás? Explica por qué.

3.4.3 Uso de materiales manipulativos

Los materiales concretos no estructurados cobran especial relevancia en el estudio de la probabilidad. Para los experimentos aleatorios existen materiales comúnmente conocidos que profesores y estudiantes pueden elaborar. Por ejemplo:

- Dados:** Cualquier objeto que presente un número finito de posiciones distintas, como "trompos", monedas, fichas bicolores, etc.
- Bolas en urnas:** cualquier colección de objetos (fichas, cartas, regletas, bloques, etc.) que se puedan mezclar antes de extraer de una urna, caja, etc., de modo que todas tengan la misma posibilidad de salir.

La diferencia con el caso anterior es que permite, por un lado introducir el número de elementos diferentes que se desee, en lugar de estar restringido a un número dado de elementos. Por otro lado, la mayor o menor proporción de elementos de cada tipo en la urna permite cambiar a voluntad las probabilidades de los distintos sucesos elementales.

- Ruletas** u otro dispositivo que permita plantear problemas de probabilidades geométricas: pueden servir las ruletas construidas con cartulina por los propios estudiantes, con áreas rayadas de formas diversas. Como eje de giro de estas ruletas puede utilizarse un lápiz y como aguja un clip sujetapapeles desplegado por uno de sus laterales.



Referencias bibliográficas

- BATANERO, C. (2001). *Los retos de la cultura estadística*. Granada: Universidad de Granada. Recuperado de: <http://www.s-a-e.org.ar/losretos.pdf>
- BUTTO, C; ROJANO, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación Matemática*, abril, 113-148. Fecha de consulta: 20/01/2015. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516105>
- BRESSAN, A. y BOGÍSIC, B.E (1996). Las regularidades: fuente de aprendizajes matemáticos. Consejo Provincial de Educación. Argentina. . Fecha de consulta: 20/01/2015. http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/disenio_desarrollo/matematica3.pdf
- BRESSAN, A.; ZOLKOWER, B. y GALLEGU, M.F. (2004). La educación matemática realista. Principios en que se sustenta. Escuela de invierno en Didáctica de la Matemática. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/articulo_escuela_invierno2.pdf
- BAROODY, A.J. (2000). El pensamiento matemático de los niños. Madrid: Aprendizaje Visor.
- CASTRO, E. (Editor) (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. España: Editorial Síntesis, S.A.
- CASTRO, E.; RICO, L. y CASTRO, E. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización. Bogotá: Editorial Iberoamérica. Fecha de consulta: 20/01/2015 en: <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CastroE95-2939.PDF>
- CALLEJO DE LA VEGA, María. (2000). *Educación matemática y ciudadanía. Propuestas desde los derechos humanos*. Santo Domingo: Centro Poveda. Fecha de consulta: 26/12/2014 <http://www.centropoveda.org/IMG/pdf/matematicasDDHH.pdf>
- CANTORAL, R. y FARFÁN, R. M. (2005). "Matemática educativa". *Conversus donde la ciencia se convierte en cultura*. Revista del Instituto Politécnico Nacional, México. Octubre, n.º 44, 26-34.
- CHAMORRO, C. (2006). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Madrid: Editorial Pearson Prentice Hall.
- CABELLO SANTOS, Lili (2006). *La enseñanza de la geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión a través de la funcionalidad de materiales educativos*. Ponencia presentada en el V Festival Internacional de Matemáticas.
- D'ÁMORE, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- EQUIPO DE ORIENTACIÓN EDUCATIVA Y PSICOPEDAGÓGICA DE PONFERRADA. (2003). *Resolución de problemas aritméticos en educación primaria*. Ponferrada: CFIE de Ponferrada. Fecha de consulta: 26/12/2014. http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~cepco3/competencias/mates/primaria/Resoluci_problemasEOE%20Ponferrada.pdf
- FOUZ, F. *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- FERNÁNDEZ, J. (2000). *Técnicas creativas para la resolución de problemas de matemática*. Barcelona: Cisspraxis.
- FERNÁNDEZ, J. (2006). *Didáctica de la Matemática en la educación infantil*. Barcelona: Grupo Mayéutica-Educación.
- FERNÁNDEZ, K.; GUTIÉRREZ, I.; GÓMEZ, M.; JARAMILLO, L. y OROZCO, M. (2004). "El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar. Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia)". *Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación de la Universidad del Norte*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=85300503>.
- FRANKLIN, C. (2007) *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework*. American Statistical Association Alexandria.
- FREUDENTHAL, Hans. (2000). "A mathematician on didactics and curriculum theory". K. Gravemeijer1 y J. Teruel. (2000). *Curriculum studies*, vol. 32, n.º. 6, 777- 796.
- GARCÍA, J. (1992). Ideas, pautas y estrategias heurísticas para la resolución de problemas. Aula de Innovación Educativa. [Versión electrónica]. Revista Aula de Innovación Educativa 6.
- GAULIN, Claude. (2001). "Tendencias actuales en la resolución de problemas". *Sigma* n.º 19. Bilbao.
- GODINO, J. (2003). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>
- GODINO, J.; FONT, V. y WILHELMI, M. (2006). "Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta". *Revista Latinoamericana de Investigación de Matemática Educativa*, número especial, 131-155. Fecha de consulta: 26/12/2014. http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_textos_suma_resta.pdf
- GOÑI, J. M. (Coord.). (2011). *Didáctica de las matemáticas*. Barcelona: Graó.
- GUZMÁN, P. (1956). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA. (2012). *Mapas de Progreso del Aprendizaje: Matemática: Números y operaciones*. Lima: SINEACE-IPEBA.
- ISODA, M. y OLFOS, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- LESH, R. y DOERR, H. (2003). "Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving". LESH, R. y DOERR H. M. (eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, pp. 3-34. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- MALASPINA, U. (2008). *Intuición y rigor en la resolución de problemas de optimización. Un análisis desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. Tesis doctoral. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.
- MINEDU. (2014). *Marco del Sistema Curricular Nacional. Tercera versión para el Diálogo*. Lima: MINEDU.
- MINEDU. (2011). *Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en matemática*. Informe para el docente de los resultados de la Evaluación Censal a Estudiantes-2011. Lima: MINEDU.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN PÚBLICA. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificada*. San José: Ministerio de Educación Pública.
- NISS M. (2003). "Quantitative Literacy and Mathematical Competencies". NATIONAL COUNCIL ON EDUCATION AND THE DISCIPLINES QUANTITATIVE LITERACY. *Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*. New Jersey: National Council on Education and the Disciplines, pp. 215-220.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- OECD (2012). *Education at a Glance 2012: OECD Indicators*. OECD Publishing. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://dx.doi.org/10.1787/eag-2012-en>
- PISA 2012 *Mathematics Framework to OECD, November 30, 2010*. Fecha de consulta: 26/12/2014. <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- SERRA, T., BATLLE, I. y TORRA, M. (1996). "Experimentos en clase de matemáticas de primaria". En *Revista UNO. Didáctica de las Matemáticas*. N.º 007 - Enero, Febrero, Marzo 1996.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN. (2004). *Diseño Curricular para la Escuela Primaria. Educación General Básica*. Buenos Aires: Secretaría de Educación.
- SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA. (2011). *Programas de Estudio 2011: Guía para el maestro. Educación Básica para Primaria*. México D. F.: Secretaría de Educación Pública.

Competencia 1: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
	Agrupación de objetos: <ul style="list-style-type: none"> Describe uno o más criterios para formar y reagrupar grupos y subgrupos. Expresa las propiedades de los objetos según tres atributos; por ejemplo: es cuadrado, rojo y grande. Representa las características de los objetos según tres atributos en un diagrama de árbol, en tablas de doble entrada con tres atributos. 		
	Números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números en contextos de la vida diaria (medición con disimilitas unidades, cálculo de tiempo o de dinero, etc.). Describe la comparación y el orden de números de hasta tres cifras en la recta numérica y en tablero posicional, con soporte concreto. Elabora representaciones de números hasta tres cifras en forma vivencial, concreta, pictórica, gráfica y simbólica.¹ 	Números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para contar, estimar, comparar y ordenar con números naturales de hasta tres cifras. 	Números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación o propiedades entre los números de tres cifras. Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de tres cifras y sus equivalencias en decenas y unidades.
	Tiempo y peso: <ul style="list-style-type: none"> Describe la estimación o comparación del tiempo de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora y media hora. Lee e interpreta el calendario, la agenda y los relojes en horas exactas y media hora. Describe la medida del peso de objetos expresándolo en kilogramos y unidades arbitrarias de su comunidad; por ejemplo: manojó, atado, etc. 	Tiempo y peso: <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias, y recursos al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos. 	
Problemas aditivos con números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos, en problemas de una etapa², expresándolos en modelos de solución aditiva con cantidades de hasta tres cifras. Emplea un modelo de solución aditiva al resolver un problema o crear un relato matemático en su contexto. 		Problemas aditivos con números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias heurísticas considerando establecer analogías, búsqueda de patrones, entre otros, al resolver un problema aditivo de una o dos etapas con cantidades y magnitudes (tiempo y peso). Emplea la relación inversa entre la adición y la sustracción, sus propiedades y estrategias de cálculo para sumar y restar con resultados de hasta tres cifras. 	Problemas aditivos con números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción y lo que comprende sobre sus propiedades.³
Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales: <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas⁴ que combinen acciones de agregar-quitar, comparar, combinar e igualar; expresándolas en un modelo de solución aditiva con cantidades hasta de tres cifras. 			

1 Material concreto (chapitas, piedritas, Base Diez, ábaco, yupana, monedas y billetes), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva, valor posicional en centenas, decenas y unidades).

2 (PAEV) Problemas aditivos de comparación 3, 4; cambio 3 y 4; igualación 1 y 2 con cantidades hasta de tres cifras.

3 Explicar sobre el significado de la adición: $2 + 5 = 7$ porque si juntamos 2 chapitas con 5 chapitas, hay en total 7 chapitas. En este nivel no es necesario hacer explícita las propiedades con sus nombres matemáticos, pero sí explicar por ejemplo que sumar $12 + 5 + 10$ lo puedo hacer agrupando 12 y 5 luego sumando 10 (propiedad asociativa).

4 Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de cambio-cambio, cambio-comparación, cambio-igualación, cambio-combinación.

Problemas multiplicativos

- Organiza datos en problemas⁵ que impliquen acciones de repartir una cantidad en grupos iguales, en filas y columnas, o combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de multiplicación.
- Relaciona datos en problemas⁶, que impliquen acciones de repartir y agrupar en cantidades exactas y no exactas, quitar reiteradamente una cantidad, combinar dos cantidades de hasta 100 objetos, expresándolos en un modelo de solución de división, con soporte concreto.
- Relaciona datos en problemas⁷, que impliquen acciones de ampliar o reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de doble, triple, mitad, tercia, con soporte concreto y gráfico.
- Relaciona un modelo de solución multiplicativa con problemas de diversos contextos.

Multiplicación y división:

- Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la multiplicación y la división con números hasta 100
- Elabora representaciones concretas, pictóricas, gráficas y simbólicas del doble, triple, la mitad o tercia de un número de hasta tres cifras.

Problemas multiplicativos con números naturales

- Emplea estrategias heurísticas como la simulación, ensayo y error o hacer dibujos, al resolver problemas multiplicativos.
- Emplea propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para multiplicar con resultados hasta 100.
- Emplea propiedades y procedimientos de cálculo mental y escrito para dividir números con divisores hasta 10 y dividendos hasta 100.

- Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea. Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema.
- Explica procedimientos o resultados propios o de otros, con apoyo concreto o gráfico.

Competencia 2: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidades, equivalencia y cambio

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los elementos de patrones de regularidad⁸ y lo expresa en un patrón de repetición gráfico con criterio de simetría. Propone patrones de repetición gráficos. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias o recursos como el espejo, geoplano para resolver problemas de patrones simétricos. 	Patrones de repetición <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los términos que aún no se conocen del patrón de repetición geométrico de simetría.
	Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolos en un patrón aditivo con números de hasta tres cifras. Propone patrones aditivos con números de hasta tres cifras en contextos diversos. 	Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de conteo o de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. 	Patrones aditivos <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo de hasta tres cifras.
	Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia o equilibrio⁹, expresándolos en una igualdad con adición y sustracción. 	Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias y procedimientos aditivos (agregar y quitar), la relación inversa de la adición con la sustracción y la propiedad conmutativa, para encontrar equivalencias o los valores desconocidos de una igualdad. 	Igualdades <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre lo que ocurre al agregar o quitar una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas. Elabora conjeturas que permitan establecer la propiedad conmutativa de la adición.
Relaciones de cambio <ul style="list-style-type: none"> Identifica los datos y relaciones a partir de una situación experimental de variación de una magnitud con respecto al tiempo⁹, y los relaciona en tablas simples. 	Relaciones de cambio <ul style="list-style-type: none"> Describe la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo. 	Relaciones de cambio <ul style="list-style-type: none"> Emplea esquemas y procedimientos de comparación para encontrar la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo. 	Relaciones de cambio <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre una magnitud y el tiempo, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas.
	<ul style="list-style-type: none"> Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema. Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea. 		

5 (PAEV) Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple de repetición de una medida; Problemas de combinación-multiplicación o de producto de dos medidas (filas y columnas) que impliquen una organización rectangular.

6 (PAEV) Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple que impliquen repartir, partir, agrupar una cantidad; Problemas de iteración, por ejemplo: esoy en la posición 27 y doy saltos para atrás de dos en dos, ¿a qué número llego más cercano al 0?

7 (PAEV) Problemas multiplicativos de comparación que impliquen ampliar una magnitud comparando en más y problemas que requieran reducir una magnitud o comparación en menos.

8 Situaciones expresadas con gráficas, líneas, triángulos, rectas, arcos, círculos, triángulos, rectas, etc.

9 Por ejemplo: el crecimiento de una planta (longitud) en un mes (tiempo).

Competencia 3: actúa y piensa matemáticamente en situaciones de formas, movimiento y localización

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p>Matematiza situaciones</p> <p>Forma tridimensional:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases y, los relaciona con prismas rectos rectangulares o cubos. Relaciona una forma tridimensional concreta y gráfica con objetos de su entorno y con sus vistas. 	<p>Forma tridimensional:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las formas tridimensionales¹⁰ según sus elementos (caras, aristas, vértices). Construye figuras tridimensionales con el modelo presente o ausente, a través del moldeado, material concreto¹¹ o con una plantilla. Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales. <p>Expresa la medida y la estimación de la capacidad de los recipientes en litros.</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa la medida de longitud o el perímetro de los objetos largo, ancho, alto, etc.) usando el metro y el centímetro. Expresa la medida de superficie de los objetos usando como unidad un cuadrado y material concreto (foseita cuadrada, cartones cuadrados). 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Empieza materiales concretos o instrumentos, para resolver problemas sobre construcción de formas tridimensionales con el modelo presente y ausente. Emplea estrategias e instrumentos como la cinta métrica o construyen el decámetro para medir longitudes en unidades convencionales. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece relaciones entre la forma tridimensional y las formas bidimensionales según sus características o elementos.
<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos y vértices, perímetro y superficie y los relaciona con una figura bidimensional regular o irregular. Relaciona las características de las figuras al plantear o resolver un problema de construcción de figuras compuestas. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las figuras bidimensionales según sus elementos (lados, vértices, ángulos rectos y ángulos menores que un ángulo recto). Construye y dibuja figuras bidimensionales¹² con diferentes materiales concretos, de forma gráfica (cuadrícula, malla de puntos) y con regla, escuadra y transportador. Construye figuras bidimensionales simples y compuestas en forma concreta¹³, a partir de instrucciones escritas y orales. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa unidades patrón (cuadrados de 1 cm por lado, lados de una pieza de un bloque lógico o de mosaicos o la cuadrícula) a fin de determinar cuántas unidades cuadradas se necesita para cubrir superficies de figuras bidimensionales simples y compuestas. Emplea estrategias de ensayo y error o superposición para componer o descomponer una figura, con apoyo concreto. Usa unidades patrón para medir perímetro de figuras simples o compuestas en forma concreta y gráfica (lado de 1 cm, fichas con lados iguales). Comprueba mediante la vivenciación los procedimientos y estrategias usados para comparar y estimar longitudes y superficies. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos y los verifica sobre la estimación de una medida de longitud o superficie de un objeto, basándose en experiencias vivenciales. Establece semejanzas o diferencias entre las figuras geométricas según sus características. Elabora conjeturas y las verifica sobre el perímetro y la medida de la superficie de una figura simple o compuesta en unidades patrón.
<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos o características relevantes en situaciones de localización y desplazamiento de objetos, en entornos cotidianos, expresándolos en un bosquejo realizado en cuadrículas. Emplea una cuadrícula al resolver problemas de localización. Verifica si el bosquejo o la cuadrícula corresponde a la realidad y permite ubicar y localizar con precisión. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas y ubicaciones usando como referentes objetos y lugares cercanos por los que debe pasar. Representa el recorrido o desplazamiento y la ubicación de objetos, de forma vivencial, pictórica, gráfica en cuadrículas y coordinadas de filas y columnas. Expresa la medida de longitud de su recorrido en unidades convencionales (metro, centímetro). 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias de ensayo y error, y estrategias que impliquen el trazo de líneas rectas entre un objeto y otro, entre el punto de partida y el de llegada. 	
<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características y condiciones de los objetos, expresándolos en una figura simétrica usando material concreto y una cuadrícula. Reconoce figuras simétricas en objetos y figuras de su entorno con uno o más ejes de simetría. 	<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de simetría de las figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. Representa con material concreto (geoplanos, bloques lógicos, etc.) pictórico y gráfico (en la cuadrícula) el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. 	<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone acciones o procedimientos para resolver problemas de simetría. Emplea estrategias de recorte, armado de rompecabezas, recursos (periódicos, revistas, figuras de objetos y animales), así como la cuadrícula, para resolver problemas que impliquen simetría. 	<p>Simetría:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica el procedimiento usado para construir el lado simétrico de una figura, con materiales concretos y gráficos.

¹⁰ Cubos, prismas rectangulares, esferas y conos.

¹¹ Poliedros, plastilina y mondadiente.

¹² Triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos.

¹³ Tangram, geoplano, doblado de papel.

Competencia 4: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos (cualitativos y cuantitativos discretos) en situaciones de contexto personal, expresándolos en tablas simples de conteo, barras simples o pictogramas (con escala dada). 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros. Transita de una representación a otra. Por ejemplo de tablas de conteo a barras simples. Responde a preguntas sobre información de tablas, pictogramas y gráficos de barras simples, con datos cualitativos y cuantitativos. 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar. Emplea procedimientos de recolección de datos: preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc. 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Establece supuestos sobre los posibles resultados sobre la información recolectada.
<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible. 	<p>Ocurrencias de sucesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible. 	<p>Ocurrencias de sucesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles. Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos. 	<p>Ocurrencias de sucesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos basándose en experiencias concretas si un suceso es seguro, posible o imposible.

Competencia 1: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p>Números naturales</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa en forma oral o escrita, el uso de los números naturales en contextos de la vida diaria (peso, tiempo, sueldos, etiquetas, etc.). Describe la comparación de números de hasta cuatro cifras, en la recta numérica y en tablero posicional. Elabora representaciones de números hasta cuatro cifras en forma concreta, pictórica, gráfica y simbólica⁶. <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la duración, estimación y comparación de eventos usando años, meses, hora, 1/2 hora o 1/4 de hora. Expresa la medida, estimación y la comparación del peso de objetos en unidades oficiales (gramo y kilogramo) y fracción de una medida, como 1/2 kg, 1/4 kg. Expresa en forma oral o escrita, el uso de fracciones usuales en contextos de medida (peso, tiempo, longitud, capacidad, superficie, etc.). 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto. <p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto. 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con números naturales hasta cuatro cifras con apoyo de material concreto. <p>Tiempo y peso:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos para medir, estimar, comparar y calcular equivalencias, y recursos al resolver problemas sobre la duración del tiempo y el peso de los objetos. 	<p>Números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de cuatro cifras y sus equivalencias en centenas, decenas y unidades.
<p>Problemas aditivos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa¹, expresándolos en un modelo de solución aditiva de hasta cuatro cifras. Emplea un modelo de solución aditiva al plantear o resolver un problema en su contexto. <p>Problemas aditivos de dos o más etapas con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos en problemas aditivos de dos o más etapas² que combinen acciones de juntar-juntar, juntar-agregar-quitar, juntar-comparar, juntar-igualar expresándolas en un modelo de solución aditiva con números naturales. <p>Problemas multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Organiza datos en problemas³, expresándolos en un modelo de solución multiplicativo con números naturales hasta cuatro cifras. Reconoce datos relevantes en problemas⁴ y los expresa en un modelo de solución de divisiones exactas e inexactas con números naturales hasta con cuatro cifras. Relaciona datos en problemas⁵, que impliquen acciones de reducir una cantidad, expresándolos en un modelo de solución de mitad, tercia, con cantidades de hasta cuatro cifras. Relaciona un modelo de solución multiplicativo a problemas de diversos contextos. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias heurísticas como hacer un esquema, buscar regularidades, hacer analogías al resolver problemas aditivos o multiplicativos de una o varias etapas con números naturales con cantidades y magnitudes (tiempo y peso). Emplea propiedades de las operaciones y procedimientos o estrategias de cálculo mental y escrito para multiplicar y dividir números naturales con resultados hasta cuatro cifras. <p>Multiplicación y división:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa mediante ejemplos su comprensión sobre las propiedades de la multiplicación. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico, los significados sobre las operaciones de adición y sustracción de fracciones. Explica a través de ejemplos con apoyo concreto o gráfico la propiedad distributiva de la multiplicación con números naturales. 	<p>Problemas aditivos y multiplicativos con números naturales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar un número de cuatro cifras y sus equivalencias en centenas, decenas y unidades.

1. (PAEV) Problemas aditivos de cambio, comparación e igualación 5 y 6.

2. Problemas aditivos de dos o más etapas que combinen problemas de combinación- combinación- cambio, comparación- comparación- igualdad, etc.

3. Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple, problemas de comparación- amplificación o comparación de la forma "veces más que". Problemas de organización rectangulares.

4. Problemas multiplicativos de proporcionalidad simple: de reparto no exacto, análisis del residuo, problemas de iteración ("Estoy en el número 238. Doy solitos para atrás de 12 en 12. ¿A qué número llego más cercano al 0?"). Problemas de utilización de la relación: $D=d \cdot q + r, r < d$

5. PAEV. Problemas multiplicativos de comparación que requieran reducir una magnitud, o comparar de la forma "veces menos que".

6. Material concreto (tabaco, yupana, monedas y billetes), dibujos, gráficos (recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, composición y descomposición aditiva y multiplicativa, valor posicional en millares, centenas, decenas y unidades).

Competencia 2: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

Matematiza situaciones	Comunica y representa ideas matemáticas	Elabora y usa estrategias	Razona y argumenta generando ideas matemáticas
<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los elementos de problemas de regularidad, y los expresa en un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño. Propone un patrón de repetición que combine un criterio geométrico de simetría y criterios perceptuales de color y tamaño. <p>Patrones aditivos y multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica la regla de formación de los datos en problemas de regularidad, expresándolas en un patrón multiplicativo con números de hasta cuatro cifras. Propone patrones aditivos o multiplicativos con números de hasta cuatro cifras. 	<p>Patrones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Utiliza lenguaje matemático para describir la regularidad en los patrones geométricos y numéricos. <p>Patrones aditivos y multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos y multiplicativos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea algunas estrategias heurísticas para ampliar o crear patrones de repetición geométricos, usando material concreto. <p>Patrones aditivos y multiplicativos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea procedimientos de cálculo para ampliar, encontrar el término intermedio o crear patrones aditivos y multiplicativos, usando material concreto, recursos, incluyendo el uso de la calculadora. 	<p>Patrones de repetición:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre los términos que ocupan una posición más adelante en el patrón de repetición geométrico de simetría y criterio perceptual. <p>Patrones aditivos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica sus resultados y procedimientos al continuar o crear un patrón aditivo o multiplicativo de hasta cuatro cifras.

7. Problemas de reparto en los cuales el resto se distribuye equitativamente.

8. Problemas que impliquen partir una unidad en partes iguales (noación de fracción como parte-todo).

9. (PAEV) Problemas aditivos de cambio o comparación.

10. Material concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones equivalentes circulares, doblado del papel), dibujos, gráficos (figuras, recta numérica) o representación simbólica (números, palabras, fracciones menores y mayores que la unidad).

11. Fracciones equivalentes con las fracciones usuales (denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5 y 10. Por ejemplo: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$)

12. Estrategias heurísticas como hacer una simulación con material concreto, doblado del papel, hacer un esquema, un dibujo. En este caso se sugiere trabajar la adición y sustracción de fracciones con fracciones equivalentes con apoyo concreto (regletas de colores, tiras de fracciones equivalentes, fracciones circulares) y gráfico para propiciar la comprensión con sentido sobre el cálculo y evitar la mecanización sin reflexión.

Problemas con fracciones:

- Identifica datos en problemas⁷ que impliquen repartir una cantidad en forma equitativa, expresándolos en un modelo de solución con fracciones usuales con denominadores 2, 4, 8, 3, 6, 5, y 10.

Problemas aditivos con fracciones:

- Identifica datos en problemas⁸ que impliquen partir el todo o la unidad en partes iguales, expresándolos en un modelo de solución aditivo con fracciones usuales.
- Plantea relaciones entre los datos en problemas de una etapa⁹, expresándolos en un modelo de solución aditiva con fracciones.
- Emplea un modelo de solución referido a las fracciones como parte todo o reparto al plantear o resolver un problema.

Fracciones y sus operaciones:

- Expresa en forma oral o escrita, el uso de las fracciones usuales en diversos contextos de la vida diaria (rectas, medidas de longitud, tiempo, etc.).
- Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica¹⁰ de las fracciones como fracciones homogéneas y heterogéneas, fracciones usuales equivalentes.¹¹
- Describe la comparación y orden de las fracciones usuales con igual y distinto denominador, con material concreto y gráfico.
- Elabora representaciones concreta, pictórica, gráfica y simbólica de los significados de la adición y sustracción con fracciones de igual denominador.

Fracciones y sus operaciones:

- Realiza procedimientos para comparar, ordenar y estimar con fracciones usuales y fracciones equivalentes, con apoyo de material concreto.
- Emplea estrategias heurísticas o procedimientos¹² para sumar y restar fracciones usuales con denominadores iguales y diferentes, y fracciones mixtas.

Fracciones y sus operaciones:

- Realiza conjeturas a partir de más de un caso experimentado u observado sobre las relaciones de orden, comparación y equivalencia entre fracciones usuales y los diferentes tipos de fracciones (fracción propia, impropia, homogénea y heterogénea).
- Explica a través de ejemplos las diferentes formas de representar fracciones usuales y fracciones equivalentes.

- Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema.
- Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario lo replantea.

- Explica sus procedimientos y resultados en la solución de problemas.

<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica datos y relaciones en problemas de equivalencia, expresándolos en una igualdad con íconos (con adición, sustracción, multiplicación o división). 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Representa una igualdad con valores conocidos o desconocidos con íconos, de forma concreta, gráfica y simbólica (con expresiones de multiplicación y división) y el signo “=”). 	<p>Igualdades:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre lo que ocurre en una igualdad al multiplicar o dividir una misma cantidad de objetos o números a ambos lados de una igualdad, basándose en lo observado en actividades concretas.
<p>Relaciones de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Recoge datos experimentales de dos magnitudes en problemas de variación y los relaciona en tablas simples. 	<p>Relaciones de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la relación de cambio entre dos magnitudes. 	<p>Relaciones de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora supuestos sobre la relación de cambio entre dos magnitudes, basándose en lo observado en actividades vivenciales, concretas y gráficas.
	<p>Problemas de cambio:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema. 	
	<p>Comprueba su procedimiento o estrategia y el de sus compañeros y, de ser necesario, lo replantea.</p>	

Competencia 3: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de formas, movimiento y localización

<p>Matematiza situaciones</p>	<p>Comunica y representa ideas matemáticas</p>	<p>Elabora y usa estrategias</p>	<p>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</p>
<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica propiedades en los objetos del entorno según sus lados paralelos y perpendiculares, la forma de sus caras o sus bases y, los relaciona con prismas rectos. Relaciona los prismas rectos con su proyección vista desde abajo, desde arriba o desde un costado. 	<p>Forma tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las formas tridimensionales según sus elementos (caras laterales, aristas, vértices, bases). Construye figuras tridimensionales con diferentes materiales concretos y a partir de una plantilla. Construye figuras tridimensionales en forma concreta, a partir de instrucciones escritas y orales. Describe la estimación y la comparación de la medida de capacidad en fracciones de litro, galones. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias para construir cuerpos geométricos, figuras con el modelo ausente según sus medidas, usando diversos materiales. Usa diversos recipientes como jarras, envases de botellas, recipientes graduados, para medir, comparar y estimar la capacidad de los recipientes. Usa instrumentos de medición (cinta métrica y reglas graduadas) y unidades convencionales para medir y comparar longitudes y distancias cortas. 	<p>Formas tridimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre cuáles son las características geométricas comunes de las formas tridimensionales. Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón.
<p>Forma bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica características de los objetos de su entorno según sus lados, ángulos, paralelismo o perpendicularidad y lo expresa en un modelo basado en paralelogramos. Usa un modelo basado en paralelogramos al plantear o resolver un problema. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las características de los polígonos y paralelogramos, según su número de lados y vértices, nombrándolos adecuadamente (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, etc.). Representa en forma concreta (sogas, geoplano, etc.) y gráfica (en cuadrículas), diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro. Representa en forma concreta (sogas, geoplano, origami, etc.) y gráfica (en cuadrículas) diferentes rectángulos, cuadrados, rombos y romboides con el modelo presente y ausente. Construye paralelogramos según indicaciones orales y escritas. Describe la estimación y la comparación de la medida de la longitud, perímetro, superficie de las figuras a partir de unidades arbitrarias o convencionales. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa unidades patrón (cartón, cartulina, etc.) que midan un metro cuadrado para determinar cuántas unidades cuadradas necesita para cubrir superficies de figuras bidimensionales. Usa estrategias que implican trazar el recorrido de los vértices de las formas bidimensionales, utilizar recorres de figuras de papel para trasladarla sobre un cuadrículado. 	<p>Formas bidimensionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Justifica sus conjeturas usando ejemplos sobre los procedimientos aplicados en problemas de cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón. Elabora conjeturas sobre los procedimientos a aplicar en el cálculo de perímetro, superficie y capacidad con unidades patrón.

<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica las referencias necesarias en situaciones de localización y desplazamientos, en el entorno escolar, expresándolos en un croquis apoyado en cuadrículas y coordenadas. Emplea un croquis con cuadrículas con coordenadas al resolver problemas de localización. Verifica si el croquis empleado corresponde a la realidad y permite localizar o desplazarse con precisión. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe rutas o ubicaciones, usando como referentes objetos y lugares cercanos o por los que debe pasar. Elabora croquis, mapas usando referentes paralelos, perpendiculares y oblicuos, para ubicar objetos y expresar rutas. 	<p>Ubicación y desplazamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea estrategias o recursos para ubicar con precisión un objeto en un plano cuadrículado.
<p>Simetría y traslación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Identifica condiciones y características relevantes en situaciones de desplazamiento, expresándolos en un modelo de traslación de formas bidimensionales en una cuadrícula de coordenadas. Reconoce la traslación de una figura en otros problemas. 	<p>Simetría y traslación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe las relaciones de la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. Representa en forma concreta (geoplano), gráfica (en cuadrícula) y la traslación de figuras geométricas planas y el reflejo de una figura a partir del eje de simetría. 	<p>Simetría y traslación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elabora conjeturas sobre el procedimiento para representar traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.

Competencia 4: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

<p>Matematiza situaciones</p>	<p>Comunica y representa ideas matemáticas</p>	<p>Elabora y usa estrategias</p>	<p>Razona y argumenta generando ideas matemáticas</p>
<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Plantea relaciones entre los datos (cuantitativos discretos y cualitativos) en situaciones en contexto escolar, expresándolos en tabla de doble entrada o gráfico de barras simples con escala. 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realiza preguntas relevantes para recoger datos relacionados con el tema de estudio y aporta con sugerencias a las preguntas formuladas por sus compañeros. Describe información contenida en cuadros de doble entrada, pictogramas, gráficos de barras dobles agrupadas. Organiza los datos en tablas y los representa en gráficos de barras. Expresa el significado de la moda de un conjunto de datos. 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Propone ideas para recoger y organizar datos cualitativos o cuantitativos en situaciones de su entorno familiar y escolar. Emplea procedimientos de recolección de datos a partir de preguntas orales y escritas, encuestas, registro de hechos, etc. Ordena los datos de mayor a menor frecuencia para hallar la moda. 	<p>Problemas con datos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa sus conclusiones respecto a la información obtenida.
	<p>Problemas aleatorios:</p> <ul style="list-style-type: none"> Describe la ocurrencia de acontecimientos cotidianos usando las expresiones: seguro, posible e imposible. 	<p>Problemas aleatorios:</p> <ul style="list-style-type: none"> Emplea material concreto y la vivenciación para reconocer sucesos o fenómenos que son seguros, posibles o imposibles. Registra en una tabla la frecuencia de ocurrencia de eventos o fenómenos. 	<p>Problemas aleatorios:</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica con ejemplos basándose en experiencias concretas si un suceso es seguro, posible o imposible.

ANEXO 2: MAPAS DE PROGRESO

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE CANTIDAD

II CICLO/
5 años

Identifica situaciones referidas a agregar o quitar objetos y las asocia con nociones aditivas¹. Expresa con su propio lenguaje sobre agrupar objetos por características perceptuales, ordenar² hasta 5 objetos, ordenar objetos en una fila y señalar hasta el quinto lugar, comparar la duración de eventos cotidianos usando “antes” o “después”, comparar de manera cuantitativa colecciones de objetos usando algunos términos matemáticos o cuantificadores: “más que”, “menos que”, “pocos”, “ninguno” y “muchos”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para experimentar o resolver situaciones de manera vivencial y con apoyo de material concreto; emplea estrategias y procedimientos como agrupar, agregar y quitar objetos hasta 5, contar hasta 10 objetos, y comparar el peso³ de dos objetos, con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/
1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones referidos a acciones de juntar, separar, agregar, quitar, igualar o comparar cantidades y los expresa en modelos de solución aditivas⁴, doble y mitad. Expresa los criterios para clasificar objetos en grupos y subgrupos, ordenar números naturales hasta 100, estimar y comparar la duración de eventos, empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos o cuantificadores “todos”, “algunos” y “ninguno”. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas de doble entrada y en forma simbólica. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como estimar, contar y ordenar cantidades hasta 100, medir y comparar la masa de objetos con unidades arbitrarias; con apoyo de material concreto. Comprueba los procedimientos y estrategias usados. Elabora supuestos y explica el porqué de sus afirmaciones, procedimientos o resultados con ejemplos.

IV CICLO/
3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos en situaciones que combinan una o más acciones de agregar, combinar, igualar, comparar, repetir o repartir una cantidad, y los expresa con modelos aditivos o multiplicativos con números naturales y fracciones usuales. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre: reagrupar con criterios distintos, ordenar números naturales hasta millares, medir la masa de objetos en gramos y kilogramos, medir la duración de eventos en horas, medias horas o cuartos de hora, el significado de la noción de división y fracción, problemas aditivos⁵ y multiplicativos⁶; los representa mediante tablas de doble entrada y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo mental y escrito, conteo, orden con cantidades de hasta cuatro cifras; estimar, medir y comparar la masa de objetos y la duración de eventos empleando unidades convencionales, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas trabajadas y las justifica usando ejemplos.

V CICLO/
5.º y 6.º de primaria

Interpreta datos y relaciones no explícitas de situaciones diversas referidas a una o varias acciones de comparar e igualar dos cantidades con números naturales, expresiones decimales, fraccionarias o porcentajes, y los relaciona con modelos aditivos⁷ y multiplicativos⁸. Determina en que otras situaciones es aplicable. Describe, utilizando el lenguaje matemático, su comprensión sobre el significado de: la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes y la noción de potencia; compara y estima la masa de objetos en unidades convencionales, y la duración de eventos en minutos y segundos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos de cálculo y estimación con porcentajes usuales⁹ y números naturales, fracciones y decimales; estimar, medir directa o indirectamente la masa de objetos y la duración de eventos; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre procedimientos, propiedades de los números y las operaciones trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

VI CICLO/
1.º y 2.º de secundaria

Discrimina información e identifica relaciones no explícitas en situaciones referidas a determinar cuántas veces una cantidad contiene o está contenida en otra y aumentos o descuentos sucesivos, y las expresa mediante modelos referidos a operaciones, múltiplo o divisores, aumentos y porcentajes. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas¹⁰, su comprensión sobre las propiedades de las operaciones con números enteros y racionales, y variaciones porcentuales; medir la masa de objetos en toneladas y la duración de eventos en décadas y siglos. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática usando tablas y símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas empleando estrategias heurísticas, procedimientos para calcular y estimar con porcentajes, números enteros, racionales y notación exponencial; estimar y medir la masa, el tiempo y la temperatura con unidades convencionales; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones numéricas o propiedades de operaciones observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

VII CICLO/
3.º, 4.º y 5.º de secundaria

Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre magnitudes, números grandes y pequeños, y los expresa en modelos referidos a: operaciones con números racionales e irracionales, notación científica, tasas de interés simple y compuesto. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre las propiedades de los números irracionales, notación científica, tasa de interés. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemáticas, usando símbolos y tablas. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para calcular y estimar tasas de interés, operar con números expresados en notación científica, determinar la diferencia entre una medición exacta o aproximada; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones referidas a conceptos y propiedades de los números racionales, las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten el uso de sus conocimientos matemáticos.

DESTACADO

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones o restricciones de situaciones referidas a determinar cantidades expresadas mediante logaritmos; y las expresa mediante operaciones en diferentes sistemas numéricos y una combinación de modelos financieros. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de los números y las operaciones en los sistemas numéricos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y las propiedades de los números y operaciones en los diferentes sistemas numéricos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros..

¹⁰ Convenciones matemáticas: por ejemplo, convenir que el cero es múltiplo de todos los números.

¹ Problemas PAEV: Cambio 1 y 2.

² Seriación

³ Coloquialmente se dice peso cuando nos referimos a la masa de un objeto, pero lo formal es decir masa.

⁴ Problemas PAEV: Cambio 3 y 4, Combinación 2, y Comparación e igualdad 1 y 2.

⁵ Problemas PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e igualdad 3 y 4.

⁶ Problemas multiplicativos (proporcionalidad simple)

⁷ Problemas PAEV: Comparación e igualdad 5 y 6.

⁸ Problemas multiplicativos conocidos como de producto cartesiano.

⁹ 10%, 20%, 25%, 50%, 75%.

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO

II CICLO/ 5 años

Reconoce patrones de repetición¹ en secuencias sonoras, de movimientos o perceptuales. Expresa con su propio lenguaje patrones y relaciones entre objetos de dos colecciones. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone y realiza acciones para experimentar o resolver una situación de manera vivencial y con material concreto, emplea estrategias y procedimientos propios para ampliar, completar o crear patrones con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, y las expresa con patrones de repetición² y patrones aditivos, igualdades que contienen adiciones y sustracciones. Describe patrones, equivalencias y relaciones empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones haciendo uso de su cuerpo, materiales concretos, dibujos, tablas simples y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias agregando o quitando cantidades³ o para hallar un valor desconocido, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos o resultados. Elabora supuestos basados en lo observado en experiencias concretas y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio; y la expresa con patrones de repetición⁴ o patrones multiplicativos, igualdades con multiplicaciones y relaciones de cambio entre dos magnitudes. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre patrones, equivalencias y cambio. Elabora y emplea tablas simples, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ampliar, completar o crear patrones, encontrar equivalencias con expresiones multiplicativas o hallar el valor desconocido en una igualdad multiplicando o dividiendo, establecer equivalencias entre unidades de medida de una misma magnitud, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o en relaciones matemáticas y las justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta datos y relaciones no explícitas en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio entre dos magnitudes; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos, patrones crecientes y decrecientes, ecuaciones, desigualdades, y proporcionalidad directa y determina en qué otras situaciones es aplicable. Describe utilizando lenguaje matemático acerca de su comprensión sobre: patrones, ecuaciones y desigualdades, y relaciones de proporcionalidad directa. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática, con tablas, gráficos y símbolos; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para completar términos de una sucesión gráfica o numérica de acuerdo a su posición, simplificar expresiones o ecuaciones empleando propiedades aditivas y multiplicativas o establecer equivalencias entre unidades de una misma magnitud; con apoyo de recursos; y compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas sobre regularidades, equivalencias y relaciones entre dos magnitudes, y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Patrones de repetición con un criterio perceptual (color, forma, tamaño, grosor).

² Patrones de repetición con dos criterios perceptuales.

³ Equivalencias con igualdades que involucran adiciones y sustracciones con cantidades hasta 20.

⁴ Patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición.

VI CICLO/ 1.º y 2.º de secundaria

Discrimina información e identifica variables relaciones no explícitas en situaciones diversas referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a patrones geométricos⁵, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y relaciones de proporcionalidad inversa. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Usa terminologías, reglas y convenciones al expresar su comprensión sobre propiedades y relaciones matemáticas referidas a: progresiones aritméticas, ecuaciones lineales, desigualdades, relaciones de proporcionalidad inversa, función lineal y afín. Elabora y emplea diversas representaciones de una misma idea matemática con tablas, gráficos, símbolos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para determinar la regla general de una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas empleando propiedades de las operaciones; con apoyo de diversos recursos y TIC. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre expresiones algebraicas, magnitudes, o regularidades observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

VII CICLO/ 3.º, 4.º y 5.º de secundaria

Relaciona datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a diversas situaciones de regularidades, equivalencias, y relaciones de variación; y las expresa en modelos de: sucesiones⁶ con números racionales e irracionales, ecuaciones cuadráticas, sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones lineales con una incógnita, funciones cuadráticas o trigonométricas⁷. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas las relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: sucesiones, ecuaciones, funciones cuadráticas o trigonométricas, inecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando símbolos, tablas y gráficos. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos para generalizar la regla de formación de progresiones aritméticas y geométricas, hallar la suma de sus términos, simplificar expresiones usando identidades algebraicas y establecer equivalencias entre magnitudes derivadas; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación del plan. Formula conjeturas sobre generalizaciones y relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos, relaciones y propiedades de los sistemas de ecuaciones y funciones trabajadas.

DESTACADO

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a regularidad, equivalencia o cambio; y las expresa con modelos referidos a sumatorias notables, sucesiones convergentes o divergentes, idea de límite, funciones exponenciales, logarítmicas y periódicas y ecuaciones exponenciales. Formula modelos similares a los trabajados y evalúa la pertinencia de la modificación realizada a un modelo, reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, relaciones entre propiedades y conceptos referidos a: los sistemas de inecuaciones lineales, ecuaciones exponenciales y funciones definidas en tramos. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, empleando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas o procedimientos de: interpolar, extrapolar o calcular el valor máximo o mínimo de sucesiones y sumatorias notables, plantear sistemas de inecuaciones lineales y exponenciales y definir funciones por tramos. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones elaborando relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática; las justifica con demostraciones y produce argumentos matemáticos para convencer a otros.

⁵ Que se generan al aplicar reflexiones o giros.

⁶ Considerar progresión aritmética y geométrica.

⁷ Función seno y coseno.

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN

II CICLO/ 5 años

Relaciona objetos del entorno con formas bidimensionales y tridimensionales. Expresa con su propio lenguaje lo que observa al comparar dos objetos de diferente longitud, desplazarse e identificar la posición de un objeto en el espacio en relación a sí mismo u otro objeto; y realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos o dibujos. Propone acciones para resolver una situación, empleando estrategias propias y procedimientos al realizar desplazamientos y localización o caracterizar objetos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica las características de objetos del entorno y los relaciona con elementos¹ de formas bidimensionales y tridimensionales, determina su ubicación, longitud, superficie o capacidad. Describe las formas bidimensionales y tridimensionales, ubicación y movimiento de objetos y las formas simétricas, los atributos medibles de los objetos (longitud, superficie, y capacidad); empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos. Realiza representaciones con su cuerpo, materiales concretos, dibujos, gráficos y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o resolver un problema, emplea estrategias heurísticas y procedimientos como medir, comparar y estimar longitudes, superficies y capacidades de objetos con unidades arbitrarias, con apoyo de material concreto y recursos; comprueba sus procedimientos y estrategias usando material concreto. Elabora supuestos sobre las características y atributos medibles de las formas geométricas y de los objetos, a partir de la observación en experiencias concretas, y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Relaciona características, atributos, localización y movimientos de los objetos del entorno, con las formas geométricas, ubicación en el plano y el espacio, simetría y traslación. Relaciona el modelo trabajado con otras situaciones similares. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre características de las formas bidimensionales y tridimensionales; longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos; simetría y traslaciones. Elabora y emplea representaciones mediante tablas de doble entrada, gráficos, croquis y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones para experimentar o solucionar un problema empleando estrategias heurísticas, procedimientos para ubicar objetos y rutas, medir y estimar la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria o convencional apropiada, reflejar o trasladar formas en cuadrículas, con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas sobre semejanzas y diferencias entre formas geométricas y las justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta datos y relaciones no explícitas de localización y movimiento de los objetos, con las formas geométricas bi y tridimensionales, su rotación, ampliación o reducción y determina en qué otras situaciones es aplicable. Expresa su comprensión utilizando lenguaje matemático sobre las propiedades de las formas bidimensionales o tridimensionales²; ángulos, superficies, volumen y capacidad; ampliaciones, reducciones, giros y la posición de un objeto en el plano cartesiano; Elabora diversas representaciones de una misma idea matemática, con gráficos y símbolos, relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a experimentar o resolver problemas empleando estrategias heurísticas y procedimientos como: estimar y medir ángulos, calcular perímetro, superficie, capacidad y volumen seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinente; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Elabora conjeturas sobre relaciones entre propiedades de las formas geométricas trabajadas y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Lados, caras, esquinas.

² Triángulos, cuadriláteros, ángulos, círculos, circunferencias, prismas y pirámides.

VI CICLO/ 1.º y 2.º de secundaria

Discrimina información e identifica relaciones no explícitas de situaciones referidas a atributos, localización y transformación de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas bidimensionales compuestas, relaciones de paralelismo y perpendicularidad, posiciones y vistas de cuerpos geométricos³. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: propiedades de: formas bidimensionales y tridimensionales⁴, ángulos, superficies y volúmenes, transformaciones geométricas; elaborando diversas representaciones de una misma idea matemática usando gráficos y símbolos; y las relaciona entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas y procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos y distancias en mapas, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; rotar, ampliar, reducir formas o teselar un plano, con apoyo de diversos recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas sobre relaciones entre propiedades de formas geométricas trabajadas; e identifica diferencias y errores en las argumentaciones de otros.

VII CICLO/ 3.º, 4.º y 5.º de secundaria

Relaciona datos de diferentes fuentes de información referidas a situaciones sobre formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a formas poligonales, cuerpos geométricos compuestos o de revolución, relaciones métricas, de semejanza y congruencia, y razones trigonométricas. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación.. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: relaciones entre las propiedades de: figuras semejantes y congruentes, superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución, razones trigonométricas. Elabora y relaciona representaciones de una misma idea matemática usando mapas, planos, gráficos, recursos y TIC. Diseña un plan de múltiples etapas orientadas a la investigación o resolución de problemas, empleando estrategias heurísticas, procedimientos como calcular y estimar medidas de ángulos, superficies bidimensionales compuestas y volúmenes usando unidades convencionales; establecer relaciones de inclusión entre clases para clasificar formas geométricas; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas sobre posibles generalizaciones estableciendo relaciones matemáticas; justifica sus conjeturas o las refuta basándose en argumentaciones que expliciten puntos de vista opuestos e incluyan conceptos y propiedades matemáticas.

DESTACADO

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las relaciones, restricciones de situaciones referidas a formas, localización y desplazamiento de objetos, y los expresa con modelos referidos a composición y transformación de forma bidimensionales, definición geométrica de la elipse e hipérbola. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas, su comprensión sobre: relaciones entre propiedades de formas geométricas compuestas, transformaciones geométricas en el plano; Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la más óptima usando aplicaciones y entornos virtuales⁵. Diseña un plan orientado a la investigación o la solución de problemas, estrategias heurísticas o procedimientos de: usar o combinar propiedades y teoremas de formas geométricas, calcular volumen y superficie de sólidos de revolución compuestos, determinar equivalencias entre composiciones de transformaciones geométricas. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que disponía. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos geométricos; y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

³ Prisma, pirámide, círculo, cilindro.

⁴ Polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE GESTIÓN DE DATOS E INCERTIDUMBRE

II CICLO/ 5 años

Identifica datos de situaciones de su interés y los registra con material concreto en listas, tablas de conteo y pictogramas¹. Expresa con sus propias palabras lo que comprende sobre la información contenida en las listas, tablas de conteo y pictogramas y la ocurrencia de sucesos cotidianos. Representa los datos empleando material concreto, listas, tablas de conteo o pictogramas. Propone acciones, estrategias o procedimientos propios para recopilar y registrar datos cualitativos con apoyo de material concreto. Explica el porqué de sus afirmaciones en base a su experiencia.

III CICLO/ 1.º y 2.º de primaria

Identifica datos en situaciones de su entorno familiar o de aula, los organiza en listas o tablas simples o de doble entrada y los expresa mediante pictogramas sin escala, gráficos de barras. Expresa empleando lenguaje cotidiano y algunos términos matemáticos, lo que comprende sobre: la información contenida en tablas simples, de doble entrada o gráficos, el significado de la posibilidad o imposibilidad de sucesos cotidianos, y preguntas para recoger datos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o resolver un problema, empleando estrategias o procedimientos para recopilar, organizar y presentar datos, con apoyo de material concreto. Elabora supuestos referidos a características que se repiten en las actividades realizadas y los explica usando ejemplos similares.

IV CICLO/ 3.º y 4.º de primaria

Plantea relaciones entre los datos de situaciones de su entorno escolar, los organiza en tablas, barras simples, pictogramas con escalas o mediante la noción de moda. Describe con lenguaje matemático su comprensión sobre, la frecuencia y moda de un conjunto de datos, la comparación de datos en pictogramas o barras doble agrupadas, sucesos más o menos probables que otros. Elabora y emplea representaciones mediante gráficos de barras dobles o pictogramas, y símbolos. Propone y realiza una secuencia de acciones orientadas a experimentar o solucionar un problema empleando estrategias o procedimientos para recopilar datos cuantitativos y hallar el dato que más se repite; con apoyo de material concreto. Comprueba sus procedimientos y estrategias. Elabora conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las explica o justifica usando ejemplos.

V CICLO/ 5.º y 6.º de primaria

Interpreta los datos en diversas situaciones, los organiza en tablas de frecuencia y los expresa mediante, variables cualitativas o cuantitativas discretas, la media aritmética o la probabilidad de un suceso. Determina en que otras situaciones son aplicables. Describe utilizando lenguaje matemático su comprensión sobre: las preguntas y posibles respuestas para una encuesta, la información contenida en tablas y gráficos, el significado de la media aritmética y la mediana de un grupo de datos, los resultados de una situación aleatoria y la probabilidad de un evento. Elabora y emplea diversas representaciones de datos mediante gráficos de líneas o de puntos y la probabilidad como fracción o cociente; relacionándolas entre sí. Elabora y ejecuta un plan orientado a recopilar datos a través de una encuesta, organizarlos y presentarlos; determinar la media; determinar todos los posibles resultados de un experimento aleatorio; calcular la probabilidad de un evento como una fracción; con apoyo de recursos. Compara los procedimientos y estrategias empleadas en distintas resoluciones. Establece conjeturas basadas en experiencias o relaciones entre datos y las justifica usando ejemplos o contraejemplos.

¹ Pictogramas sin escala.

² El estudiante indica intuitivamente si un suceso es más probable o menos probable que otro.

³ Pictogramas con escala.

VI CICLO/ 1.º y 2.º de secundaria

Discrimina y organiza datos de diversas situaciones y los expresa mediante modelos que involucran, variables cualitativas, cuantitativas discretas y continuas, medidas de tendencia central y la probabilidad. Selecciona y usa el modelo más pertinente a una situación y comprueba si este le permitió resolverla. Expresa usando terminología, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre: datos contenidos en tablas y gráficos estadísticos, la pertinencia de un gráfico a un tipo de variable y las propiedades básicas de probabilidades. Elabora y emplea diversas representaciones usando tablas y gráficos; relacionándolas entre sí. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación y resolución de problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos para recopilar y organizar datos cuantitativos discretos y continuos, calcular medidas de tendencia central, la dispersión de datos mediante el rango, determinar por extensión y comprensión sucesos simples y compuestos, y calcular la probabilidad mediante frecuencias relativas; con apoyo de material concreto y recursos. Evalúa ventajas y desventajas de las estrategias, procedimientos matemáticos y recursos usados. Formula y justifica conjeturas referidas a relaciones entre los datos o variables contenidas en fuentes de información, observadas en situaciones experimentales; e identifica diferencias y errores en una argumentación.

VII CICLO/ 3.º, 4.º y 5.º de secundaria

Interpreta y plantea relaciones entre datos provenientes de diferentes fuentes de información, referidas a situaciones que demandan caracterizar un conjunto de datos, y los expresa mediante variables cualitativas o cuantitativas, desviación estándar, medidas de localización y la probabilidad de eventos. Analiza los alcances y limitaciones del modelo usado, evalúa si los datos y condiciones que estableció ayudaron a resolver la situación. Expresa usando terminologías, reglas y convenciones matemáticas su comprensión sobre relaciones entre: población y muestra, un dato y el sesgo que produce en una distribución de datos, y espacio muestral y suceso, así como el significado de la desviación estándar y medidas de localización. Realiza y relaciona diversas representaciones de un mismo conjunto de datos seleccionando la más pertinente. Diseña y ejecuta un plan de múltiples etapas para investigar o resolver problemas, usando estrategias heurísticas y procedimientos matemáticos de recopilar y organizar datos, extraer una muestra representativa de la población, calcular medidas de tendencia central y la desviación estándar y determinar las condiciones y restricciones de una situación aleatoria y su espacio muestral; con apoyo de diversos recursos y TIC. Juzga la efectividad de la ejecución o modificación de su plan. Formula conjeturas⁴ sobre posibles generalizaciones en situaciones experimentales estableciendo relaciones matemáticas; las justifica o refuta basándose en argumentaciones que expliciten sus puntos de vista e incluyan conceptos y propiedades de los estadísticos..

DESTACADO

Analiza datos de variadas fuentes de información, define las variables, relaciones o restricciones de situaciones referidas a caracterizar un conjunto de datos, y expresarlos mediante coeficiente de variación y probabilidad condicional. Formula modelos similares a los trabajados, y evalúa la pertinencia de la modificación de un modelo reconociendo sus alcances y limitaciones. Expresa usando lenguaje matemático su comprensión sobre las relaciones entre medidas descriptivas, el significado del coeficiente de variación, y la probabilidad condicional. Relaciona representaciones de ideas matemáticas e identifica la representación más óptima. Diseña y ejecuta un plan orientado a la investigación o resolución de problemas, usando un amplio repertorio de recursos TIC, estrategias heurísticas y procedimientos de: recopilar y organizar datos de diversas variables, aplicar técnicas de muestreo, extraer la muestra aleatoria de la población y calcular la probabilidad condicional. Evalúa la eficacia del plan en función de la optimización de los recursos, procedimientos y estrategias que utilizó. Formula hipótesis sobre generalizaciones y relaciones entre conceptos y procedimientos de diferentes dominios de la matemática, y las justifica con demostraciones y a través de argumentos matemáticos para convencer a otros.

⁴ Tener en cuenta que el razonamiento probabilístico y estadístico no es exacto como en matemáticas. Por lo tanto, en general las conjeturas que se puedan establecer no serán demostradas con rigor, serán afirmaciones con un grado de validez, porque se trata de elegir representantes de un sistema de datos (media, mediana, moda), o cuantificar la posibilidad (probabilidad teórica, empírica, etc.) pero que detrás de ello está la noción de incertidumbre.

Coloca aquí tus ideas