



PERÚ

Ministerio
de Educación



RUTAS DEL APRENDIZAJE

¿Qué y cómo aprenden matemática
nuestros niños y niñas?

Fascículo

1

Número y operaciones

Cambio y relaciones

IV y V ciclos

Tercer grado al sexto grado de Educación Primaria

HOY EL PERÚ TIENE UN COMPROMISO: MEJORAR LOS APRENDIZAJES
TODOS PODEMOS APRENDER, NADIE SE QUEDA ATRÁS
MOVILIZACIÓN NACIONAL POR LA MEJORA DE LOS APRENDIZAJES

Ministerio de Educación

Av. De la Arqueología, cuadra 2 - San Borja

Lima, Perú

Teléfono 615-5800

www.minedu.gob.pe

Versión 1.0

Tiraje: 196 000 ejemplares

Emma Patrica Salas O'Brien

Ministra de Educación

José Marín Vegas Torres

Vice Ministro de Gestión Pedagógica

Equipo Coordinador de las Rutas del Aprendizaje:

Ana Patricia Andrade Pacora, Directora General de Educación Básica Regular

Neky Vanetty Molinero Nano, Directora de Educación Inicial

Flor Aidee Pablo Medina, Directora de Educación Primaria

Darío Abelardo Ugarte Pareja, Director de Educación Secundaria

Asesor general de las Rutas del Aprendizaje:

Luis Alfredo Guerrero Ortiz

Equipo pedagógico:

Antonieta de Ferro (asesora)

Holger Saavedra Salas (asesor)

Nelly Gabriela Rodríguez Cabezudo

Giovanna Karito Piscocoya Rojas

Julio Nemesio Balmaceda Jiménez

Agradecimientos:

Agradecemos la colaboración de Luis Justo Morales Gil, Edith Consuelo Bustamante Ocampo, Sonia Laquita Sandoval, José Edgar Zamora Zamora, Carmen Zamora Cueva, Teresa Martínez Sánchez, Isabel Torres Céspedes, Oscar Leyva Unzueta, Guillermo Liu Paredes, Haydê Pumacayo Condori, Elena Aspíllaga Vargas, Equipo pedagógico de UMC e IPEBA, por haber participado en la revisión de este documento.

Corrección de estilo: Jesús Hilarión Reynalte Espinoza

Diseño gráfico y diagramación: Eduardo Gabriel Valladares Valiente

Ilustración: Gloria Arredondo Castillo

Equipo Editor: Juan Enrique Corvera Ormeño, Carmen Rosa León Ezcurra, Luis Fernando Ortiz Zevallos

Impreso por:

Corporación Gráfica Navarrete S.A.

Carretera Central 759 Km 2 Santa Anita – Lima 43

RUC 20347258611

Distribuido gratuitamente por el Ministerio de Educación. Prohibida su venta.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: N.º 2013-01926

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*

Estimada (o) docente:

Queremos saludarte y reiterar el aprecio que tenemos por tu labor. Es por ello que en el Ministerio de Educación estamos haciendo esfuerzos para comenzar a mejorar tus condiciones laborales y de ejercicio profesional. Esta publicación es una muestra de ello.

Te presentamos las «Rutas del Aprendizaje», un material que proporciona orientaciones para apoyar tu trabajo pedagógico en el aula. Esperamos que sean útiles para que puedas seguir desarrollando tu creatividad pedagógica. Somos conscientes que tú eres uno de los principales actores para que todos los estudiantes puedan aprender y que nuestra responsabilidad es respaldarte en esa importante misión.

Esta es una primera versión, a través del estudio y uso que hagas de ellas, así como de tus aportes y sugerencias, podremos mejorarlas para contribuir cada vez mejor en tu trabajo pedagógico. Te animamos entonces a caminar por las rutas del aprendizaje. Nosotros ponemos a tu disposición el portal de Perú Educa para que nos envíes tus comentarios, aportes y creaciones; nos comprometemos a reconocer tus aportes, realizar seguimiento y sistematizarlos. A partir de ello, mejorar el apoyo del Ministerio de Educación a la labor de los maestros y maestras del Perú.

Sabemos de tu compromiso para hacer posible que cambiemos la educación y cambiemos todos en el país. Tú eres parte del equipo de la transformación, junto al director y con los padres y madres de familia, eres parte de la gran Movilización Nacional por la Mejora de los Aprendizajes.

Te invitamos a ser protagonista en este movimiento ciudadano y a compartir el compromiso de lograr que todos los niños, niñas y adolescentes puedan aprender y nadie se quede atrás.

Patricia Salas O'Brien
Ministra de Educación

Índice

Introducción	
I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender en Matemática?	6
II. ¿Qué aprenden nuestros niños con número y operaciones, cambio y relaciones?	13
2.1. Competencia, capacidades y estándares en los dominios de Número y operaciones y Cambio y relaciones	13
2.2. Cartel de indicadores de Número y operaciones	16
2.3. Cartel de indicadores de Cambio y relaciones	20
III. ¿Cómo podemos facilitar estos aprendizajes?	22
3.1. Desarrollando escenarios de aprendizaje	22
3.2. La resolución de problemas y el desarrollo de capacidades	22
3.3. Articulando la progresión del conocimiento matemático en los ciclos IV y V	32
3.4. Reconociendo herramientas y condiciones didácticas en torno a las capacidades matemáticas	41
3.5. Promoviendo el desarrollo de tareas matemáticas articuladas	46
IV. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizajes respecto a número y operaciones?	48
4.1. Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a los números naturales	48
4.2. Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a las fracciones	79
4.3. ¿Cómo se manifiestan las capacidades por medio de estos escenarios de aprendizaje?	87
V. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizajes respecto a cambio y relaciones?	91
5.1. Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a patrones	91
5.2. ¿Cómo se manifiestan las capacidades referidas a patrones por medio de estos escenarios de aprendizaje?	97
5.3. Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a las igualdades	104
5.4. ¿Cómo se manifiestan las capacidades por medio de estos escenarios?	111
VI. Y ahora, ¿cómo evaluamos lo que aprenden nuestros niños?	116
Bibliografía	118

Introducción

El Proyecto Educativo Nacional establece en su segundo objetivo estratégico, la necesidad de transformar las instituciones de educación básica de manera tal que asegure una educación pertinente y de calidad, en la que todos los niños, niñas y adolescentes puedan realizar sus potencialidades como persona y aportar al desarrollo social. Es en este marco que el Ministerio de Educación tiene como una de sus políticas prioritizadas el asegurar que: todas y todos logren aprendizajes de calidad con énfasis en comunicación, matemática, ciudadanía, ciencia, tecnología y productividad.

En el ámbito de la matemática, nos enfrentamos al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas en su relación con la vida cotidiana. Es decir, como un medio para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuesta a situaciones concretas, haciendo uso de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas.

Reconociendo este desafío se ha trabajado el presente fascículo, el cual llega hoy a tus manos como parte de las rutas de aprendizaje, y busca ser una herramienta para que nuestros estudiantes puedan aprender. En éste se formulan seis capacidades matemáticas que permite hacer más visible el desarrollo de la competencia matemática y trabajarla de forma integral. Se adopta un enfoque centrado en la resolución de problemas desde el cual, a partir de una situación problemática, se desarrollan las seis capacidades matemáticas en forma simultánea configurando el desarrollo de la competencia.

En este fascículo encontrarás:

- Algunas creencias que aún tenemos los docentes en nuestras prácticas educativas y que, con espíritu innovador, tenemos que corregir.
- Los estándares de aprendizaje que los estudiantes deben lograr al término del ciclo IV y V de la educación básica en dos dominios: Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.
- Las competencias, capacidades e indicadores que permitirán alcanzar esos estándares de aprendizaje, con mayor énfasis en el primer dominio.
- Orientaciones respecto de cómo facilitar el desarrollo de las competencias y capacidades matemáticas vinculadas a los dominios de Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.

Esperamos que este fascículo contribuya en tu labor cotidiana y estaremos muy atentos a tus aportes y sugerencias para ir mejorándolo en las próximas re-ediciones, de manera que sea lo más pertinente y útil para el logro de los aprendizajes a los que nuestros estudiantes tienen derecho.

I. ¿Qué entendemos por enseñar y aprender en Matemática?

Nuestras creencias, es decir, nuestra visión particular de las matemáticas, influyen en nuestra práctica pedagógica, en lo que hacemos en clase y, finalmente, en cómo aprenden matemática los estudiantes.

Al respecto, veamos algunos ejemplos:

CREENCIA 1:

Las operaciones tienen que aprenderse antes de abordar la aplicación de los problemas.

Fernando, profesor del tercer grado de primaria, preparó la clase para multiplicar por 3 y la escribió en la pizarra tal como se muestra.



Usen las tapitas o las piedritas que han traído para representar lo que está en la pizarra. Luego, completemos la tabla del 3 usando sus materiales.

La multiplicación por 3

2 grupos de 3



$$3 + 3 = 6$$

Sumo 2 veces 3

$$2 \times 3 = 6$$

Tabla del 3

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$3 \times 3 =$$

$$4 \times 3 =$$

$$5 \times 3 =$$

$$6 \times 3 =$$

$$7 \times 3 =$$

$$8 \times 3 =$$

$$9 \times 3 =$$

$$10 \times 3 =$$

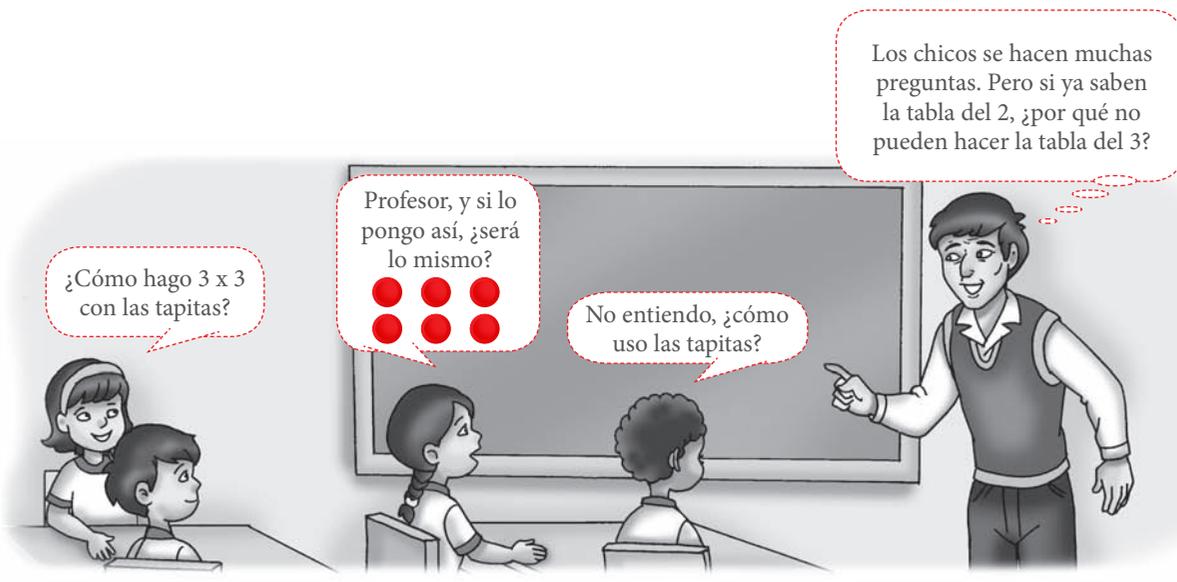
Problemita

Ana tiene 4 bolsas y en cada bolsa hay 3 caramelos. ¿Cuántos caramelos tiene Ana?

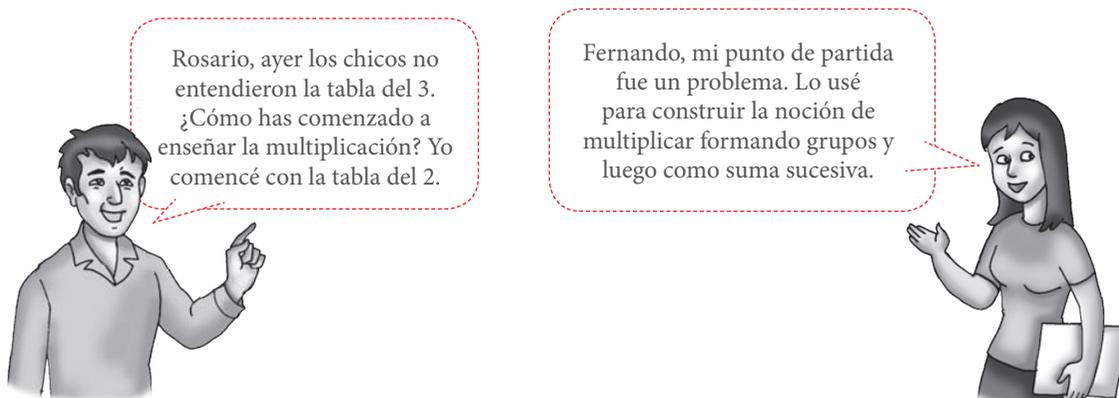
Tarea para la casa

Encontré 6 ramitas y en cada ramita hay 3 hojas. ¿Cuántas hojas hay en total?

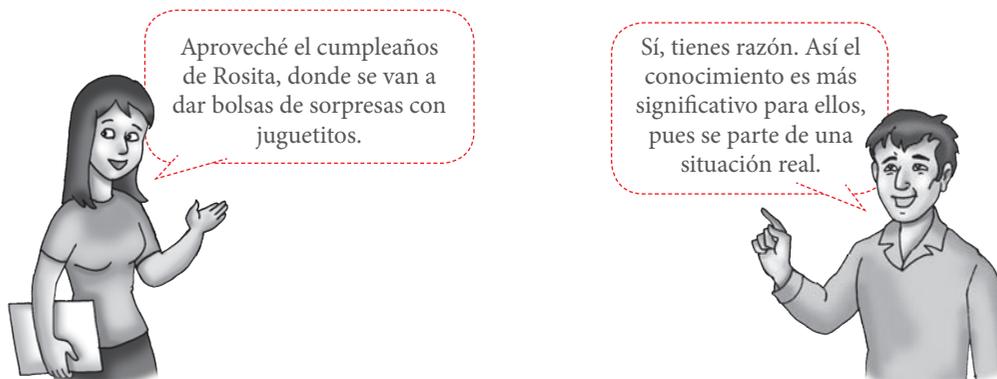
Mientras los niños resuelven el problema, Fernando observa el desempeño de sus estudiantes.



Al finalizar la clase, Fernando se quedó preocupado y consultó a Rosario, su compañera de la otra sección.



Rosario le explicó a Fernando el contexto en que se desarrolló el problema.



Ya dentro del aula, Rosario le explicó a Fernando lo que hizo en su sesión.

Planteé el siguiente problema:

Ayuda a la mamá de Rosita para saber cuántos juguetitos debe comprar, si quiere hacer bolsas de sorpresa con 3 juguetes en cada una.



- Los chicos hicieron la simulación con sus tapitas o los cubitos del material Base diez y formaron las bolsitas. Luego escribí en la pizarra lo que hicieron y los chicos dibujaron las bolsitas.

En 1 bolsa con 3 juguetes hay 3. 

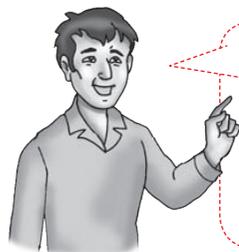
En 2 bolsas con 3 juguetes hay 6. 

En 3 bolsas con 3 juguetes hay 9. 

- Ellos se dieron cuenta de que se sumaban cada 3 y que se podía expresar esa cantidad como una suma repetida. Recién ahí introduje la noción de multiplicación. Finalmente, quedamos así:

1 bolsa con 3 =	1, 2, 3			
1 vez 3		= 3	= 1 x 3 = 3	
2 bolsas con 3 =	1, 2, 3 4, 5, 6			
2 veces 3		= 3 + 3	= 2 x 3 = 6	
3 bolsas con 3 =	1, 2, 3 4, 5, 6 7, 8, 9			
3 veces 3		= 3 + 3 + 3	= 3 x 3 = 9	

- Observaron la relación entre la cantidad de objetos que se repiten y la multiplicación. Luego se dieron cuenta de que necesitaban saber la cantidad de alumnos en el aula para hacer las bolsitas y determinar así cuántos juguetitos iba a tener que comprar la mamá de Rosita.



Gracias, Rosario, me convenciste de que partiendo de un problema los chicos pueden construir cualquier noción matemática. Observo que este camino es un proceso más significativo, pues están haciendo matemática todo el tiempo. Con mi anterior modelo de sesión, se me veía como el único que sabía el conocimiento, y mis alumnos solo tenían que copiarlo y memorizarlo.

Reflexiones:

- Fernando partió de la creencia de que la matemática es un cuerpo organizado y estático que el estudiante debe dominar vía la ejercitación, mediante los problemas de enunciado escrito.
- Según el enfoque de resolución de problemas, la matemática es un conocimiento dinámico y un proceso continuo de esfuerzo y reflexión; por tanto, para adquirir dominio en las matemáticas, se requiere partir de situaciones de interés para el estudiante, relacionadas con su entorno.
- Es importante, pues, crear espacios de aprendizaje en el aula, donde los estudiantes puedan construir significados para aprender matemática desde situaciones de la vida real en diversos contextos.

Para enseñar matemática, es importante partir siempre de una situación problemática que les interese a los niños.

CREENCIA 2: La búsqueda de palabras clave en la resolución de problemas.

Pilar, una docente del cuarto grado de primaria, propone un problema para que los niños lo resuelvan.

Niños, les presento este problema, cópienlo en su cuaderno.

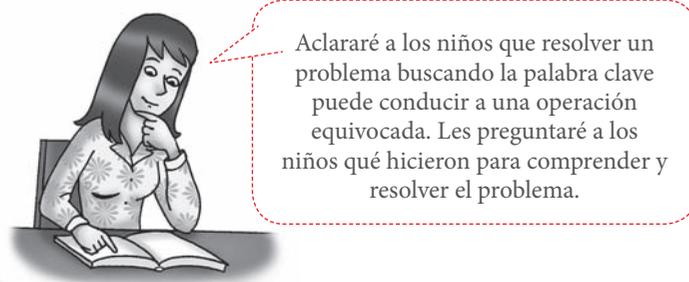


Tupa tiene un puesto de jugo y fue al mercado a comprar naranjas. El lunes compró algunas docenas de naranjas y el martes, 7 docenas más. Si en total ha comprado 12 docenas. ¿Cuántas naranjas compró el lunes?

Los niños tratan de resolver el problema, mientras Pilar se pasea por el aula para observar las interpretaciones de sus estudiantes.



Pilar llama a plenaria, con el fin de conocer las interpretaciones que hicieron los niños para comprender y resolver el problema.

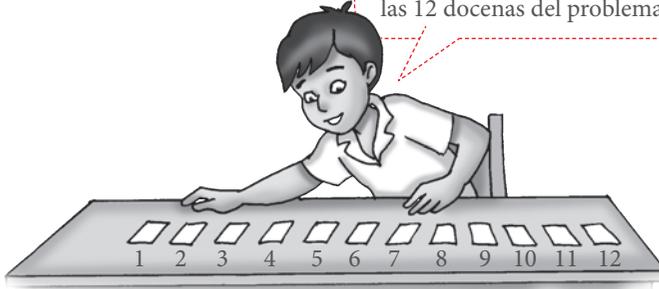


Pilar deja que los niños digan con sus propias palabras lo que comprendieron del problema y que formulen sus propias estrategias para resolverlo.

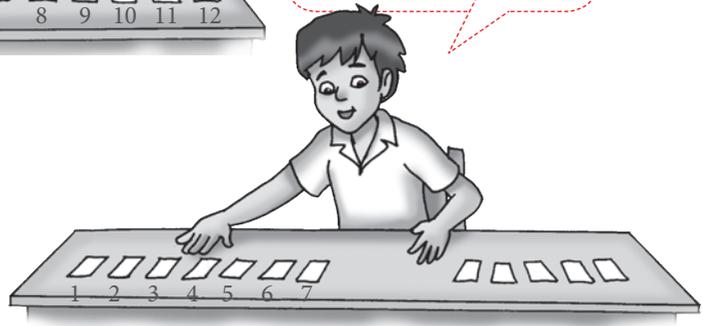


Mientras tanto, José resolvía el problema así:

Si represento una docena con una tarjeta, me doy cuenta de que hay 12 tarjetas que son las 12 docenas del problema.



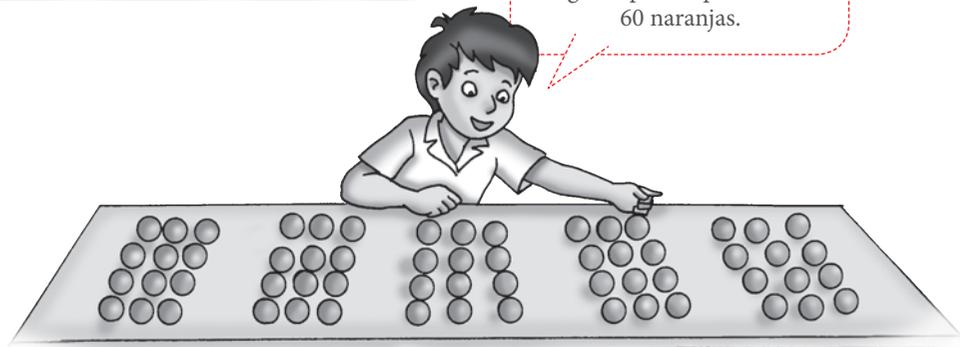
Ahora separo las 7 docenas que compró el martes.



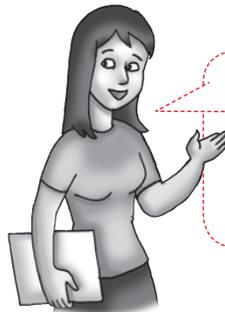
Entonces las docenas de naranjas que compró el lunes son 5.



Pero como cada tarjeta es una docena, reemplazo cada tarjeta por 12 naranjas. Luego, Tupa compró, el lunes, 60 naranjas.



Funciona dejar que los propios niños saquen sus conclusiones y que planteen sus propias estrategias. Eso les da la libertad para pensar por sí mismos.



Reflexiones:

- Pilar se dio cuenta que usar como estrategia la “palabra clave” no es un procedimiento aconsejable para la resolución de un problema, porque puede llevar al estudiante a equivocarse por realizar sin razonar una operación. En este sentido, la estrategia basada en buscar palabras clave constituye un obstáculo para un buen aprendizaje en resolución de problemas.
- Comprender un problema (ECE, 2011) no solo es reconocer lo que se pide encontrar, sino también seleccionar los datos útiles y comprender las condiciones y las relaciones entre los datos.
- Si un niño no logra comprender el problema, no podrá resolverlo. Debemos tomarnos el tiempo necesario para garantizar que el niño comprenda el problema.



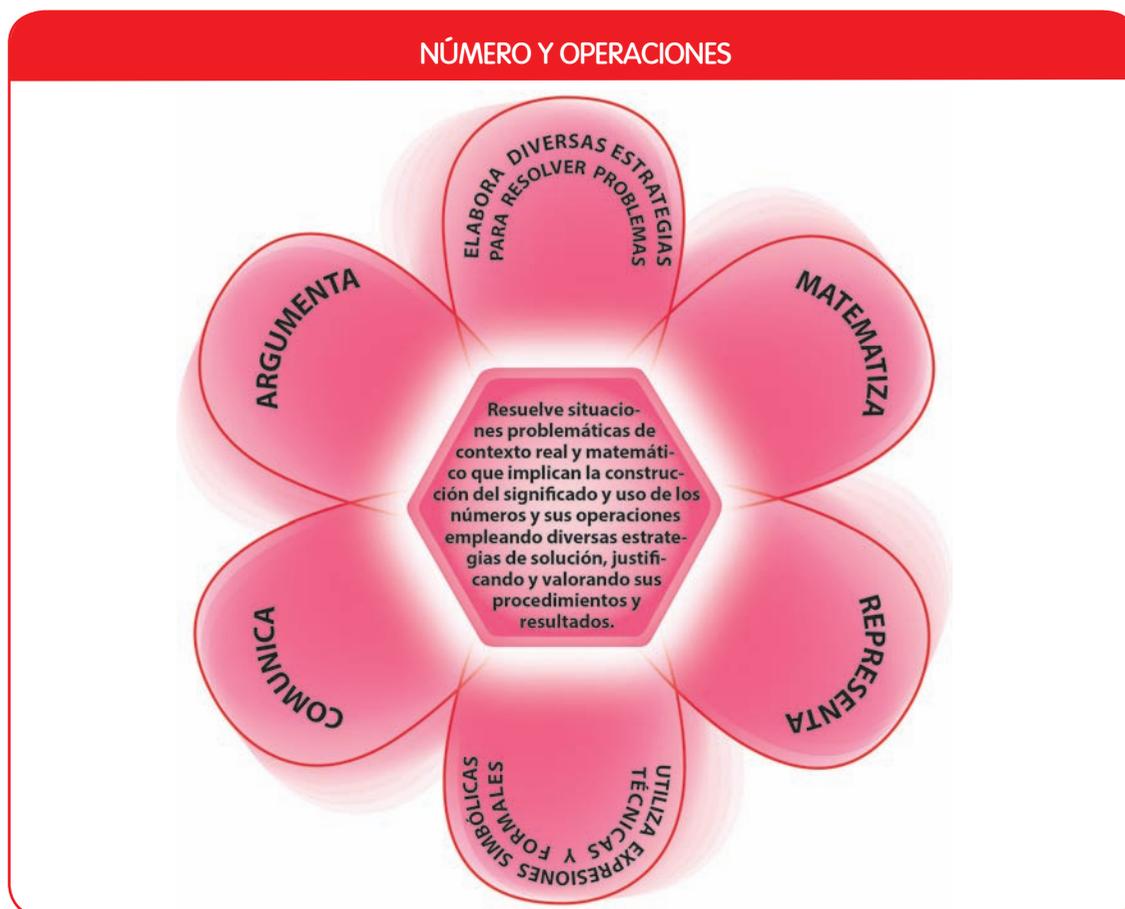
Para resolver un problema es necesario y fundamental comprenderlo.

II. ¿Qué aprenden nuestros niños con número y operaciones, cambio y relaciones?

El fin de la educación es lograr que los estudiantes desarrollen sus competencias. Las competencias son definidas como un saber actuar en un contexto particular en función de un objetivo y/o la solución de un problema. Este saber actuar debe ser pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción. Para tal fin, se selecciona o se pone en acción las diversas capacidades y recursos del entorno.

En este fascículo se trabajan dos competencias matemáticas, referidas a los dominios de: Número y Operaciones y Cambio y Relaciones.

2.1 Competencia, capacidades y estándares en los dominios de Número y operaciones y Cambio y relaciones



CAMBIO Y RELACIONES



Al término del cuarto y quinto ciclo se espera que los estudiantes logren alcanzar los siguientes estándares de aprendizaje en el dominio de Número y operaciones:

Estándar al término del IV ciclo

Representa las partes de un todo y una situación de reparto mediante fracciones. Compara y establece equivalencias entre números naturales hasta la unidad de millar y entre fracciones usuales³. Identifica la equivalencia de números de hasta cuatro dígitos en centenas, decenas y unidades. Estima, compara y mide la masa de objetos empleando unidades convencionales como el kilogramo, el gramo y las propias de su comunidad, y la duración de eventos usando unidades convencionales como años, meses, hora, media hora o cuarto de hora. Resuelve, modela y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades⁴ o de repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales⁵ empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Relaciona la división y la multiplicación como procesos inversos y a la división como un reparto en partes iguales (Mapa de Progreso de matemática: Número y operaciones).

3 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{3} \text{ y } \frac{1}{6})$

4 Según clasificación de los PAEV: Cambio 5 y 6, Comparación e Igualación 3 y 4

5 Según clasificación de los problemas multiplicativos son problemas conocidos como de proporcionalidad simple.

**Estándar
al término
del V ciclo**

Representa cantidades discretas o continuas mediante números naturales, fracciones y decimales, según corresponda. Representa operaciones, medidas o razones mediante fracciones. Compara y establece equivalencias entre números naturales, fracciones, decimales y porcentajes más usuales⁶. Identifica la equivalencia de números de hasta seis dígitos, en centenas, decenas y unidades de millar, y de unidades en décimos y centésimos. Estima, compara y mide la masa de objetos en miligramos; la duración de eventos en minutos y segundos; y la temperatura en grados Celsius. Resuelve, modela y formula situaciones problemáticas de diversos contextos referidas a acciones de comparar e igualar dos cantidades⁷, combinar los elementos de dos conjuntos⁸ o relacionar magnitudes directamente proporcionales, empleando diversas estrategias y explicando por qué las usó. Identifica la potencia como un producto de factores iguales (Mapa de Progreso de matemática: Número y relaciones).

Al término del tercer y cuarto ciclo se espera que los estudiantes logren alcanzar los siguientes estándares de aprendizaje en el dominio de Cambio y relaciones:

**Estándar al
término del
IV ciclo**

Interpreta patrones multiplicativos con números naturales y patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición; completa y crea sucesiones gráficas y numéricas; descubre el valor de un término desconocido en una sucesión, comprueba y explica el procedimiento seguido. Interpreta y explica que una igualdad entre dos expresiones equivalentes se mantiene si se multiplica o divide por una misma cantidad a ambas partes de la igualdad, haciendo uso de material concreto y gráfico. Determina el valor desconocido en una igualdad que involucre multiplicaciones o divisiones entre números naturales de hasta dos dígitos y explica su procedimiento. Identifica y explica relaciones de cambio entre dos magnitudes y relaciones de equivalencia entre unidades de medida de una misma magnitud, y las representa en diagramas o tablas de doble entrada (Mapa de Progreso de matemática: Cambio y relaciones).

**Estándar
al término
del V ciclo**

Interpreta patrones que crecen y decrecen con números naturales, y patrones geométricos que se generan al aplicar traslaciones, reflexiones o giros; completa y crea sucesiones gráficas y numéricas; descubre el valor del término desconocido en una sucesión dado su orden, comprueba y explica el procedimiento seguido. Interpreta que una variable puede representar un valor desconocido en una igualdad. Interpreta cuando una cantidad cumple con una condición de desigualdad. Representa las condiciones planteadas en una situación problemática mediante ecuaciones con números naturales y las cuatro operaciones básicas; explica el procedimiento seguido. Modela diversas situaciones de cambio mediante relaciones de proporcionalidad directa y relaciones de equivalencia entre unidades de medida de una misma magnitud, las describe y representa en tablas o en el plano cartesiano. Conjetura si la relación entre dos magnitudes es de proporcionalidad directa, comprueba y formula conclusiones. (Mapa de Progreso de matemática: Cambio y relaciones).

⁶ 10%, 20%, 25%, 50%, 75%

⁷ Según clasificación de los PAEV: Comparación e Igualación 5 y 6

⁸ Según clasificación de los problemas multiplicativos son problemas conocidos como de producto cartesiano.

2.2 Cartel de indicadores de Número y operaciones

INDICADORES DE NÚMERO Y OPERACIONES			
CAPACIDADES	Tercer Grado	Cuarto Grado	
Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas referidas a contar, medir y ordenar</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe las nociones de números naturales de hasta tres cifras en situaciones cotidianas, para contar, medir y ordenar. 	<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas referidas a contar, medir y ordenar</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe las nociones de números naturales de hasta cuatro cifras en situaciones cotidianas, para contar, medir y ordenar. 	<p>Construcción del significado y uso de las fracciones como parte de un todo y parte de un conjunto en situaciones problemáticas con cantidades continuas y discretas</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe las nociones de fracciones como parte de un todo y parte de un conjunto en situaciones cotidianas.
Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<ul style="list-style-type: none"> Expresa cantidades de hasta tres cifras, en forma concreta, gráfica (recta numérica, el tablero de valor posicional, etc.) y simbólica. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa cantidades de hasta cuatro cifras, en forma concreta, gráfica (recta numérica, el tablero de valor posicional, etc.) y simbólica. 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa fracciones usuales (con denominadores 2, 4, 8, 5, 10, 3 y 6), y fracciones equivalentes, en forma concreta (regletas, base diez, dominós, etc.), gráfica y simbólica.
Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<ul style="list-style-type: none"> Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta tres cifras en decenas y unidades para resolver situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta cuatro cifras en centenas, decenas y unidades para resolver situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa expresiones simbólicas y fracciones usuales para expresar la medida de la masa de un objeto ($1/2$ kg, $1/4$ kg), de tiempo ($1/2$ h, $1/4$ h) en la resolución de situaciones problemáticas.
Elabora diversas estrategias haciendo uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none"> Aplica diversas estrategias para estimar cantidades de hasta tres cifras. Usa los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre cantidades que expresan números naturales hasta tres cifras, a partir de situaciones cotidianas. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre cantidades que expresan números naturales hasta cuatro cifras. Usa estrategias para estimar cantidades de hasta cuatro cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> Usa los signos $>$, $<$ o $=$ para expresar relaciones de comparación entre expresiones fraccionarias usuales.
Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los números y las operaciones en la resolución de problemas.	<ul style="list-style-type: none"> Usa expresiones simbólicas para expresar medidas exactas en unidades convencionales de masa (kilogramo y gramo) y de tiempo (años, meses, horas). 	<ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas.
Argumenta el uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none"> Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas. 		

INDICADORES DE NÚMERO Y OPERACIONES

Quinto Grado	Sexto Grado
<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social y científico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explora y describe las nociones de números naturales hasta seis cifras en situaciones cotidianas para medir y ordenar. • Expresa cantidades de hasta seis cifras, en forma gráfica y simbólica. • Aplica diversas estrategias para estimar números de hasta cinco cifras. • Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta seis cifras en unidad de millar, centenas, decenas y unidades, para resolver situaciones problemáticas. • Usa expresiones simbólicas para expresar medidas exactas de longitud (kilómetros, metros, centímetros), de masa (kilogramos, gramos) y de tiempo (horas, minutos, a.m. y p.m.), en la resolución de situaciones problemáticas. • Utiliza los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre cantidades que expresan números naturales hasta seis cifras, a partir de situaciones cotidianas. • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas. 	<p>Construcción del significado y uso de las fracciones como medida¹ y operador² en situaciones problemáticas con cantidades discretas y continuas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe las nociones de fracciones como parte de un todo, parte de un conjunto o de una cantidad en situaciones cotidianas. • Expresa fracciones equivalentes, en forma concreta (regletas, base diez, dominós, etc.), gráfica y simbólica. • Utiliza los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre expresiones fraccionarias y números mixtos. • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas.
	<p>Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social, y científico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explora y describe las nociones de números naturales de más de seis cifras para medir y ordenar en situaciones de diversos contextos. • Expresa cantidades de más de seis cifras, en forma gráfica y simbólica. • Aplica diversas estrategias para estimar números de hasta seis cifras. • Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números de más de seis cifras en decena de millar, unidad de millar, centenas, decenas y unidades, para resolver situaciones problemáticas. • Usa los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre cantidades que expresan números naturales de más de seis cifras a partir de situaciones de diversos contextos. • Usa expresiones simbólicas para expresar medidas exactas de longitud (kilómetros, metros, centímetros, milímetros), de masa (kilogramos, gramos y miligramos), tiempo (horas, minutos y segundos) y temperatura (grados Celsius) en la resolución de situaciones problemáticas. • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas.
	<p>Construcción del significado y uso de expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales en situaciones problemáticas de medida, compra venta</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe las nociones de fracción como reparto (cociente y número decimal) y fracción como razón (parte- todo), en situaciones cotidianas con cantidades discretas y continuas. • Experimenta y describe la relación entre fracción decimal, número decimal y porcentaje (razón: parte - todo). • Expresa fracciones, fracciones decimales, decimales y porcentajes, en forma concreta, gráfica y simbólica. • Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números decimales en unidades, décimo y centésimo, para resolver situaciones problemáticas. • Usa los signos $>$, $<$ o $=$ para establecer relaciones de comparación entre fracciones, decimales y porcentajes, para resolver situaciones problemáticas. • Explica la pertinencia de usar una expresión fraccionaria, decimal y porcentual en diversos contextos. • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas.

1 Fracción como parte de un todo.

2 Como parte de una cantidad o de un número.

INDICADORES NÚMERO Y PERACIONES

CAPACIDADES	Tercer Grado	Cuarto Grado	
Matematiza situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas de agregar, quitar, igualar y comparar, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales</p>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas de agregar, quitar, igualar, comparar, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales</p>	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con fracciones en situaciones problemáticas de agregar, quitar, juntar, separar</p>
Representa situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades¹, repetir una cantidad para aumentarla, repartir una cantidad en partes iguales². 	<ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades³, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales, quitar sucesivamente⁴. 	<ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe las operaciones con fracciones usuales en situaciones cotidianas que implican las acciones de agregar, quitar, juntar, separar*.
Comunica situaciones que involucran cantidades y magnitudes en diversos contextos.	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y aplica diversas estrategias para resolver situaciones problemáticas^{1,2} que implican el uso de material concreto, gráfico (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Usa diversas estrategias de cálculo escrito y mental para resolver problemas aditivos, multiplicativos y de combinación de las cuatro operaciones con números naturales hasta cuatro cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y aplica diversas estrategias para resolver situaciones problemáticas aditivas de cambio y combinación que implican el uso de material concreto, gráfico (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.)
Elabora diversas estrategias haciendo uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none"> • Usa diversas estrategias de cálculo escrito y mental, para resolver situaciones problemáticas aditivas y multiplicativas, de doble-mitad, triple, cuádruple con números naturales de hasta tres cifras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Elabora y aplica diversas estrategias para resolver situaciones problemáticas^{3,4} que implican el uso de material concreto, gráfico (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Expone acuerdos respecto a los procedimientos usados para resolver operaciones con números naturales hasta cuatro cifras.
Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales de los números y las operaciones en la resolución de problemas.	<ul style="list-style-type: none"> • Justifica el uso de las operaciones aditivas y multiplicativas en la resolución de situaciones problemáticas. • Explica la relación entre la adición y la sustracción, la multiplicación y la división, como operaciones inversas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explica la relación entre la adición y la sustracción, la división y la multiplicación como operaciones inversas. • Justifica el uso de las operaciones aditivas y multiplicativas, y sus propiedades, en la resolución de situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Usa diversas estrategias de cálculo escrito, mental y de estimación para resolver situaciones problemáticas aditivas de cambio y combinación^{1,2} con fracciones usuales de igual y diferente denominador.
Argumenta el uso de los números y sus operaciones para resolver problemas.	<ul style="list-style-type: none"> • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Explica sus procedimientos al resolver diversas situaciones problemáticas.

1 PAEV: Cambio 5, comparación 3 y 4

2 Problemas multiplicativos de Proporcionalidad simple: repetición de una medida (multiplicación), reparto equitativo (partición).

3 PAEV: Cambio 5 y 6, comparación 3 y 4, igualación

4 Problemas multiplicativos de Proporcionalidad simple: repetición de una medida (multiplicación), reparto equitativo (partición) y agrupación (cuotición o medida).

* PAEV: Cambio, combinación.

INDICADORES DE NÚMERO Y OPERACIONES

Quinto Grado	Sexto Grado
<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas aditivas de igualar y comparar y situaciones multiplicativas de combinación y división</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe, el significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de igualar o comparar dos cantidades⁵, combinar elementos de dos conjuntos⁶. • Usa diversas estrategias que implican el uso de la representación concreta y gráfica (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.), para resolver situaciones problemáticas aditivas y multiplicativas, usando números naturales hasta seis cifras. • Usa diversas estrategias de cálculo escrito y mental que impliquen la descomposición aditiva y multiplicativa para resolver problemas con números naturales hasta seis cifras. • Usa diversas estrategias para resolver situaciones problemáticas de múltiplos de un número. • Justifica el uso de las operaciones y propiedades de los números y operaciones, en la resolución de situaciones problemáticas. 	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con fracciones en situaciones problemáticas de agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar, repetir o repartir una cantidad**</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con fracciones en situaciones de diversos contextos que implican las acciones de agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar, repetir o repartir una cantidad**. • Usa diversas estrategias que implican el uso de la representación concreta y gráfica (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.) para resolver situaciones problemáticas de fracciones. • Usa diversas estrategias que implican el cálculo escrito para resolver situaciones problemáticas de cambio, combinación e igualación 1,2 con fracciones. • Usa estrategias de representación concreta, gráfica y simbólica para resolver situaciones problemáticas con fracciones. • Explica los procedimientos usados para resolver problemas aditivos y multiplicativos con fracciones a partir de situaciones reales. • Explica mediante ejemplos las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, con fracciones a partir de situaciones problemáticas.
<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas aditivas de igualar y comparar y situaciones multiplicativas de combinación, división y comparación y repetición de factores iguales</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de igualar o comparar dos cantidades⁷, combinar elementos de dos conjuntos, repartir una cantidad en partes iguales o dividirla en grupos iguales⁸, y acciones combinadas. • Usa estrategias que implican el uso de la representación concreta y gráfica (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.), para resolver situaciones problemáticas de igualación y comparación 5 y 6 y situaciones multiplicativas de combinación-división (producto cartesiano) y comparación. • Usa diversas estrategias de cálculo escrito y mental que impliquen la descomposición aditiva y multiplicativa, propiedades de la multiplicación, para resolver problemas con números naturales hasta seis cifras. • Explica la relación entre la potenciación y la multiplicación de factores. • Usa estrategias que implican el uso de productos con factores iguales para resolver situaciones problemáticas. • Usa y explica diversas estrategias heurísticas que implican el cálculo escrito y mental para resolver problemas aditivos, multiplicativos, de cuadrados y cubos perfectos con números naturales de más de seis cifras. 	<p>Construcción del significado y uso de las operaciones con fracciones decimales y números decimales en situaciones problemáticas agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar repetir o repartir una cantidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe el significado y uso de las operaciones con números decimales hasta el centésimo, en situaciones de diversos contextos que implican las acciones de agregar, quitar, juntar, separar, comparar, igualar, repetir o repartir una cantidad. • Usa estrategias que implican el uso de la representación concreta y gráfica (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.), para resolver situaciones problemáticas aditivas de cambio, combinación, comparación 1, 2 y situaciones multiplicativas de repetición de una medida. • Usa diversas estrategias: de cálculo escrito, de representación concreta y gráfica, para resolver situaciones problemáticas con operaciones aditivas de fracciones decimales y números decimales. • Expone procedimientos usados para resolver problemas aditivos y multiplicativos de diversos contextos con fracciones y decimales, a partir de situaciones reales. • Explica mediante ejemplos las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, con decimales, a partir de situaciones problemáticas.

5 PAEV: Igualación 5 y 6

6 Problemas multiplicativos de combinación- multiplicación (producto cartesiano)

7 PAEV: Igualación y comparación 5 y 6

8 Problemas multiplicativos de combinación-división (producto cartesiano) y comparación (amplificación, reducción)

** PAEV: Cambio, combinación, comparación e igualación 1, 2, 3 y 4. Problemas multiplicativos de Proporcionalidad simple: repetición de una medida (multiplicación), reparto equitativo (partición).

2.3 Cartel de indicadores de Cambio y relaciones

INDICADORES DE CAMBIO Y RELACIONES		
CAPACIDADES	Tercer Grado	Cuarto Grado
<p>Matematiza situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos.</p> <p>Representa situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos.</p> <p>Comunica las condiciones de regularidad, equivalencia y cambio en diversos contextos.</p> <p>Elabora estrategias haciendo uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales para expresar patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p> <p>Argumenta el uso de los patrones, relaciones y funciones para resolver problemas.</p>	<p>Construcción del significado y uso de los patrones de repetición y aditivos en situaciones de regularidad</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe patrones aditivos y de repetición con criterios perceptuales observados en objetos concretos (losetas, frisos, frazadas, construcciones gráficas, etc.) y en situaciones de diversos contextos (numéricas, geométricas, etc.) Expresa patrones aditivos y patrones de repetición con criterios perceptuales y de cambio de posición de sus elementos, con material concreto, en forma gráfica y simbólica. Usa estrategias inductivas que implican el uso de operaciones, o de la representación, para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas con patrones de repetición perceptuales y numéricas con patrones aditivos. Describe con sus propias palabras el patrón de repetición y aditivo y los procedimientos que usó para encontrarlo. Amplia y propone secuencias con objetos, gráficos y numéricos. <p>Construcción del significado y uso de las relaciones de cambio en situaciones problemáticas cotidianas de medida y de diversos contextos</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe la relación de cambio entre dos magnitudes y expresa sus conclusiones. Usa las relaciones de equivalencia entre unidades de masa, longitud, tiempo y entre valores monetarios. Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la relación de equivalencia entre unidades de dos magnitudes. Ordena datos en gráficos (tablas, cuadros de doble entrada, diagramas, gráficos de barras, etc.) para el establecimiento de relaciones de cambio entre dos magnitudes. <p>Construcción del significado y uso de las igualdades con expresiones aditivas y multiplicativas simples en situaciones problemáticas de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa material concreto para expresar la equivalencia entre expresiones multiplicativas. Escribe y expresa la equivalencia de dos expresiones aditivas y multiplicativas como una igualdad. Elabora estrategias de representación concreta y gráfica para encontrar un término desconocido de una igualdad. 	<p>Construcción del significado y uso de los patrones de repetición, aditivos y multiplicativos en situaciones de regularidad</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe patrones aditivos, multiplicativos y patrones de repetición que combinan criterios perceptuales (color, forma, tamaño) y de posición de sus elementos. Expresa patrones aditivos, multiplicativos y patrones de repetición que combinan criterios perceptuales y de posición de sus elementos, con material concreto, en forma gráfica y simbólica. Usa estrategias inductivas que implican el uso de operaciones, o de la representación concreta, gráfica y simbólica, para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas y numéricas. Describe con sus propias palabras el patrón de repetición, aditivo y multiplicativo y los procedimientos que usó para encontrarlo. Amplia y propone secuencias con objetos, gráficos y numéricos. <p>Construcción del significado y uso de las relaciones cambio en situaciones problemáticas cotidianas de medida y de diversos contextos.</p> <ul style="list-style-type: none"> Experimenta y describe la relación de cambio entre dos magnitudes y expresa sus conclusiones. Experimenta y describe la relación de equivalencia entre unidades de medida de masa (1kg=1000g, $\frac{1}{4}$kg=250g), longitud (1m=100 cm, $\frac{1}{2}$m=50 cm), tiempo (1día=24 horas, $\frac{1}{2}$ día =12 horas, $1\frac{1}{2}$ día =36 horas), de cambio monetario (1 nuevo sol = 10 monedas de 10 céntimos= 5 monedas de 20 céntimos). Ordena datos en gráficos (tablas, cuadros de doble entrada, diagramas, gráficos de barras, etc.) para el establecimiento de relaciones de equivalencia entre unidades de una misma magnitud. Explica el proceso de resolución de situaciones problemáticas que implican el uso de la relación de equivalencia entre unidades de dos magnitudes. Usa y explica las diversas estrategias para encontrar los valores que faltan en una tabla o en cuadros que presentan relaciones de equivalencias. <p>Construcción del significado y uso de las igualdades con expresiones multiplicativas en situaciones problemáticas de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> Usa material concreto para expresar la equivalencia entre expresiones multiplicativas y de división. Escribe y expresa la equivalencia de dos expresiones aditivas y multiplicativas como una igualdad, usando íconos o dibujos. Elabora estrategias heurísticas, de cálculo (operaciones aditivas y multiplicativas) y de representación concreta y gráfica, para encontrar el valor del término desconocido de una igualdad. Explica que la igualdad de dos expresiones multiplicativas se mantiene al multiplicarlas o dividirías por una misma cantidad.

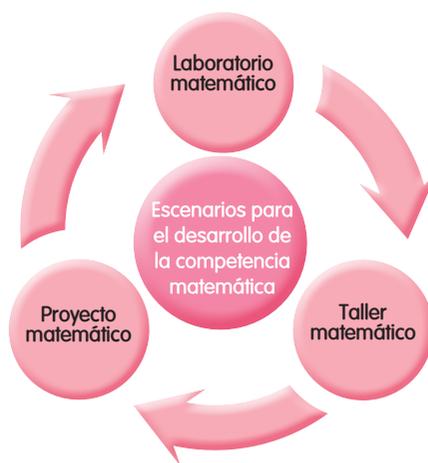
INDICADORES DE CAMBIO Y RELACIONES

Quinto Grado	Sexto Grado
<p>Construcción del significado y uso de los patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas de regularidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría) en situaciones donde se presentan regularidades. • Expresa patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría), con material concreto, en forma gráfica y simbólica. • Propone secuencias gráficas con patrones geométricos y numéricos. • Usa estrategias inductivas que implican el uso de operaciones, o de la representación (esquemas, tablas, etc.), para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas con patrones geométricos (de simetría), y numéricas con patrones aditivos. • Describe el patrón aditivo (que crece y decrece), y geométrico (de simetría) en la resolución de situaciones problemáticas. • Explica por qué y comprueba si un elemento pertenece o no a una secuencia con patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría). <p>Construcción del significado y uso de las relaciones de cambio en situaciones problemáticas cotidianas de medida y de diversos contextos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe la relación de equivalencia entre dos unidades de medida de una misma magnitud, partir de situaciones de diversos contextos. • Ordena datos en esquemas de representación (tablas, cuadros de doble entrada, gráficos, etc.) para establecer las relaciones de equivalencia entre dos unidades de medida de una misma magnitud, a partir de situaciones de diversos contextos. • Usa y explica las diversas estrategias para encontrar los valores que faltan en una tabla o en cuadros que presentan relaciones de equivalencia. • Describe cómo varían los valores de una magnitud en relación con la otra, en una relación de equivalencia. • Explica el proceso para hallar el valor de una medida, en situaciones problemáticas de equivalencia entre dos magnitudes. <p>Construcción del significado y uso de ecuaciones de primer grado con expresiones aditivas y multiplicativas en situaciones problemáticas de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe situaciones referidas a encontrar un valor desconocido en una igualdad. • Expresa el término desconocido de una igualdad mediante representaciones gráficas (dibujos, íconos, letras, etc.) • Expresa la equivalencia de expresiones aditivas y multiplicativas, usando material concreto y de forma gráfica. • Elabora estrategias de cálculo (operaciones aditivas y multiplicativas) y de representación (concreta, gráfica, pictórica) para encontrar el término desconocido en una igualdad. • Usa igualdades en las que el valor desconocido se representa con un ícono o una letra, para traducir el enunciado verbal o escrito de una situación problemática. • Propone estrategias heurísticas para encontrar un término desconocido en igualdades con expresiones aditivas y multiplicativas. • Explica que la igualdad se mantiene si se agrega o quita, multiplica o divide por una misma cantidad a ambas partes de la igualdad. 	<p>Construcción del significado y uso de los patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas de regularidad</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe patrones geométricos (traslación, simetría y giros) en situaciones donde se presentan regularidades, para el desarrollo del significado y uso de los patrones. • Expresa patrones geométricos (traslación, simetría y giros), con material concreto, en forma gráfica y simbólica, para el desarrollo del significado de los patrones. • Propone secuencias gráficas con patrones geométricos usando instrumentos de dibujo para construir mosaicos, frisos, guardillas, etc. • Usa estrategias inductivas y de representación, para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas con patrones geométricos (traslación y giros, simetrías) • Predice un elemento desconocido a partir de su posición en una secuencia de gráficos con patrón numérico. • Explica por qué y comprueba si un elemento pertenece o no a una secuencia gráfica con patrón geométrico (traslación, giros y simetría). <p>Construcción del significado y uso de la proporcionalidad directa en situaciones problemáticas cotidianas de medida y de diversos contextos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe la relación de proporcionalidad directa entre dos magnitudes en diversos contextos para el desarrollo del significado de la proporcionalidad directa. • Ordena datos en esquemas de representación (tablas, cuadros de doble entrada, gráficos, etc.) para el establecimiento de magnitudes directamente proporcionales. • Aplica relaciones de proporcionalidad directa entre dos magnitudes para dar solución a situaciones problemáticas. • Usa y explica diversas estrategias para determinar el valor desconocido en una tabla de proporcionalidad directa. • Describe cómo varían los valores de dos magnitudes directamente proporcionales. • Explica por qué una relación de cambio entre dos magnitudes, es directamente proporcional. <p>Construcción del significado y uso de ecuaciones de primer grado con expresiones aditivas y multiplicativas en situaciones problemáticas de equivalencia</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe situaciones referidas a encontrar un valor desconocido en una igualdad. • Expresa el término desconocido de una igualdad mediante representación simbólica (variables). • Elabora estrategias heurísticas, de cálculo (operaciones aditivas y multiplicativas) y de representación concreta y gráfica, para encontrar el valor de la variable. • Usa el lenguaje simbólico para traducir el enunciado verbal o escrito de una situación problemática que expresa ecuaciones de primer grado. • Explica que la igualdad se mantiene si se agrega o quita, multiplica o divide por una misma cantidad a ambas partes de una ecuación de primer grado.

III. ¿Cómo podemos facilitar estos aprendizajes?

3.1 Desarrollando escenarios de aprendizaje

El desarrollo progresivo de las competencias matemáticas pasa por el desarrollo de las capacidades. Esto supone condiciones adecuadas para que las experiencias de aprendizaje sean dinámicas, es decir, desencadenen diversas acciones y situaciones. Este es el verdadero sentido de una matemática centrada en la resolución de problemas. Por esto es importante reconocer algunos escenarios de aprendizaje, entendiéndolos como complementarios entre sí:



a) Laboratorio matemático

Es donde el estudiante a partir de actividades vivenciales, lúdicas y de experimentación llega a construir conceptos y propiedades matemáticas partiendo de una situación problemática.

b) Taller de matemática

Es donde el estudiante pone en práctica los aprendizajes que ha ido desarrollando en un periodo curricular. En el taller despliegan diversos recursos (técnicos, procedimentales y cognitivos) en la intención de resolver situaciones problemáticas haciendo uso de diversas estrategias de resolución.

c) Proyecto matemático

Hoy se demanda que la matemática se vuelva una práctica social. Por eso se necesita promover espacios donde se propicie el acercamiento a aspectos de la realidad en diversos contextos. Esto supone diseñar un conjunto de actividades para indagar y resolver una situación problemática real, con implicancias sociales, económicas, productivas y científicas.

3.2 La resolución de problemas y el desarrollo de capacidades

Un aspecto fundamental que se debe propiciar en el proceso de aprendizaje de la matemática es el desarrollo de capacidades para la resolución de problemas, que implican promover la matematización, representación, comunicación, elaboración de estrategias, utilización del lenguaje matemático y la argumentación, todas ellas necesarias para resolver situaciones problemáticas de la vida cotidiana.

¿Qué es una situación problemática?

Victoria trabaja en una escuela que está ubicada a 5 kilómetros del distrito donde ella vive. Ella frecuentemente va a la escuela a pie; pero, algunas veces, en microbús. Un día se ha quedado dormida y tiene el problema que si va caminando, llegará tarde; entonces evalúa esta situación para buscar una solución:

- “Son las 7 y 30 a. m. y debo entrar a la escuela a las 8 a. m.”
- “Si voy caminando, llegaré tarde a la escuela”.
- “Si voy en microbús, llegaré a tiempo a la escuela”.
- “Entonces iré en microbús y llegaré a tiempo a la escuela”.

Identifica una situación problemática



Si voy caminando, llegaré tarde a la escuela.



Evalúa posibles alternativas de solución



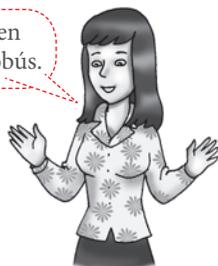
Llegaré temprano.



Selecciona una alternativa de solución



Iré en microbús.



Ejecuta la alternativa seleccionada



Voy en microbús y llegaré a tiempo a la escuela.



Así como la profesora Victoria, un estudiante se enfrenta a una situación problemática cuando no sabe, por ejemplo, cómo hacer su tarea escolar.

UNA SITUACIÓN PROBLEMÁTICA ES...

Una situación de dificultad para la cual no se conoce de antemano una solución.
Una situación nueva para cuya solución no se dispone de antemano de una estrategia.

La dificultad de una situación exige a los estudiantes pensar, explorar, investigar, matematizar, representar, perseverar, ensayar y validar estrategias de solución.

La novedad permite que se construyan conceptos, procedimientos y regularidades matemáticos.

Demanda cognitiva

Es la exigencia de conocimientos y capacidades para poder resolver una tarea, según el grado de desarrollo del niño.

Si bien el problema planteado debe ser desafiante, su resolución debe ser posible para los estudiantes en el grado de estudios correspondiente, sin mayores dificultades que las propias demandas del grado, a fin de evitarles frustraciones.



Docente cordial y dialogante

- El docente debe establecer una relación cordial con sus niños y niñas y promoverla entre ellos.
- Debe brindar confianza y libertad para preguntar, explorar y decidir por sí solos sobre las estrategias de solución de los problemas planteados.
- El docente debe dialogar con sus estudiantes hasta estar seguro de que ellos han comprendido el problema.

¿Cómo ayudar a los niños para que resuelvan problemas?

EL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

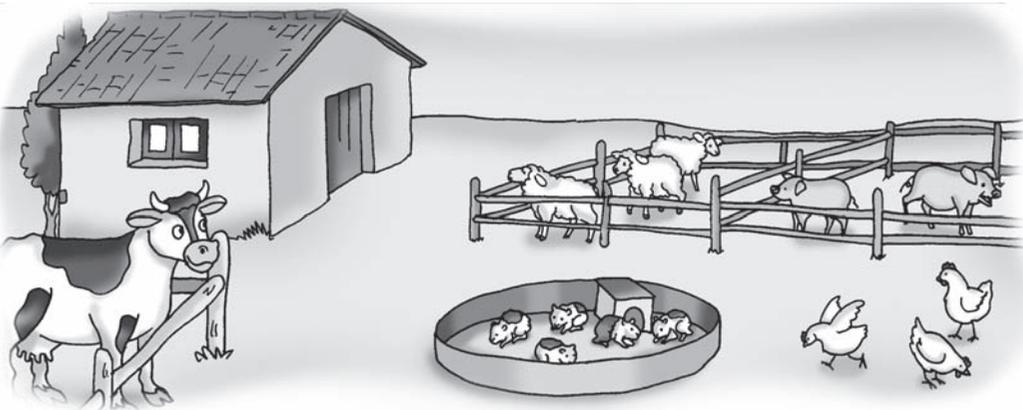
El planteamiento del problema es la etapa en que se identifican las diferentes características de la situación que se necesitan considerar para elegir las actividades matemáticas que nos pueden conducir a su solución. Esta etapa permite introducir tres aspectos importantes a tener en cuenta para seleccionar y caracterizar las tareas matemáticas:

1. El nivel de razonamiento que exigen las tareas matemáticas. Durante el proceso de aprendizaje, este nivel de exigencia tendrá que evolucionar de menos a más, lo que supondrá un desarrollo cada vez mayor de las capacidades matemáticas de los estudiantes.
2. Los cambios en el planteamiento del problema arrastran consecuencias en las tareas matemáticas implicadas. Cada nueva característica que se le atribuya o se le suprima, puede suponer exigencias de razonamiento distintas y tareas diferentes para su resolución.
3. Las tareas matemáticas que se deducen del planteamiento del problema deberían:
 - Permitir a los estudiantes pensar sobre las situaciones problemáticas, más que recordar artificios o artimañas matemáticas.
 - Reflejar ideas matemáticas importantes y no solo hechos y procedimientos.
 - Permitir a los estudiantes usar sus conocimientos previos.

CARACTERÍSTICAS RELEVANTES DE LAS SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

1. Situaciones problemáticas de contexto real

Las situaciones problemáticas a plantear en clases deben surgir de la propia experiencia del estudiante, considerar datos de la vida real planteados por el mismo alumno.



Ejemplo: En el corral hay... tipos de animales. Averigua los datos y completa la tabla.

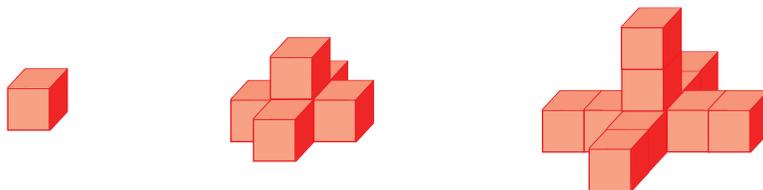
ANIMALES	NÚMERO DE ANIMALES

En total hay... animales en el corral.
Aquí hay más... que...

2. Situaciones problemáticas desafiantes

Las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes deben ser desafiantes e incitarles a movilizar toda la voluntad, capacidades y actitudes necesarias para resolverlas.

Ejemplo: Usando cubos, podemos hacer las siguientes construcciones:



En la primera construcción usamos un cubo; en la segunda construcción, 6 cubos, y en la tercera construcción, 11.

- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la quinta construcción?
- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la décima construcción?
- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la décimo quinta construcción?
- ¿Cuántos cubos necesitaremos en la centésima construcción?

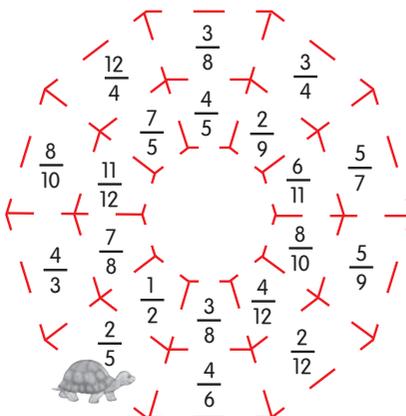
3. Situaciones problemáticas motivadoras

Las situaciones problemáticas que se plantean a los estudiantes deben ser motivadoras, es decir, deben despertar su curiosidad y su deseo de buscar soluciones por sí mismos.

Ejemplo:

Ayuda a la tortuguita a salir del laberinto. Encuentra las fracciones mencionadas y traza un camino siguiendo el orden en el que aparecen en la lista:

- Dos quintos.
- La mitad.
- Tres tajadas de las 8 que tiene la torta.
- De una docena de plátanos, cogí cuatro.
- Rompí ocho huevos de los diez que compré.
- Cinco partes de las nueve que corté.
- Compré cinco partes de un terreno dividido en 7 partes.
- Tres cuartos.
- Dos novenos.
- De mis 5 caramelos invité 4.
- Pintaron 3 de las 8 paredes de mi casa.



4. Situaciones problemáticas interesantes

Las situaciones problemáticas que se planteen a los estudiantes han de ser interesantes para ellos, a fin de comprometerlos en la búsqueda de su solución:

Ejemplo:

En el juego "El banco", un jugador cae en un casillero en el que debe pagar al dueño S/.1500, pero solamente tiene S/. 800. El banco puede prestarle dinero según el valor de sus propiedades. ¿Qué propiedades elegirá?

Propiedad 1	Propiedad 2	Propiedad 3	Propiedad 4	Propiedad 5
S/. 150	S/. 230	S/. 155	S/. 220	S/. 145

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas requiere una serie de herramientas y procedimientos, como interpretar, comprender, analizar, explicar, relacionar, entre otros. Se apela a todos ellos desde el inicio de la tarea matemática, es decir, desde la identificación de la situación problemática hasta su solución.

Es necesario ayudar a los estudiantes a identificar las fases que se requieren hasta la solución, generar un ambiente de confianza y participación en clase, y hacer una evaluación sistemática de sus esfuerzos. No perder de vista que lo principal no es llegar a la "solución correcta", sino posibilitar el desarrollo de sus propias capacidades matemáticas para resolver problemas.

Las fases que se pueden distinguir para resolver un problema son:

1. Comprender el problema.
2. Diseñar y adaptar una estrategia.
3. Ejecutar la estrategia.
4. Reflexionar sobre el proceso.

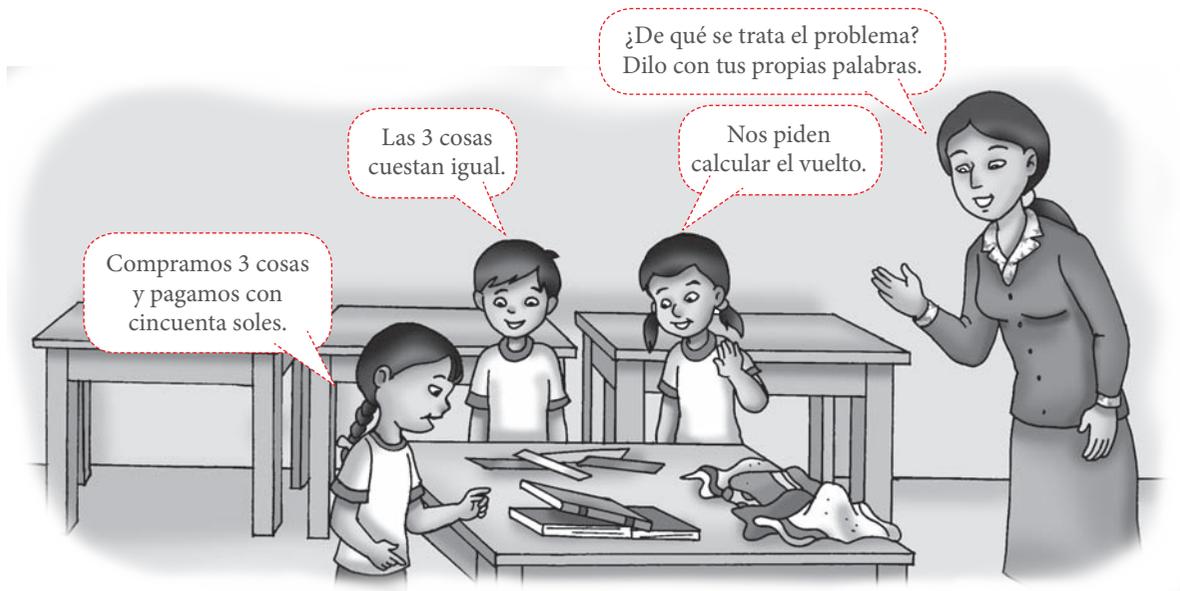
FASE 1: Comprender el problema

Esta fase está enfocada en la comprensión de la situación planteada. El estudiante debe leer atentamente el problema y ser capaz de expresarlo en sus propias palabras (así utilice un lenguaje poco convencional). Una buena estrategia es hacer que explique a otro compañero de qué trata el problema y qué se está solicitando. O que lo explique sin mencionar números.

El docente debe indicar al estudiante que lea el problema con tranquilidad, sin presiones ni apresuramientos; que juegue con la situación; que ponga ejemplos concretos de cada una de las relaciones que presenta, y que pierda el miedo inicial. También debe tener presente la necesidad de que el alumno llegue a una comprensión profunda (inferencial) de la situación y de lo inútil que para la comprensión resulta repetir el problema, copiarlo o tratar de memorizarlo.

En esta fase el docente puede realizar preguntas que ayuden al estudiante a:

- Identificar las condiciones del problema, si las tuviera.
- Reconocer qué es lo que se pide encontrar.
- Identificar qué información necesita para resolver el problema y si hay información innecesaria.
- Comprender qué relación hay entre los datos y lo que se pide encontrar.



FASE 2: Diseñar o adaptar una estrategia de solución

En esta fase el estudiante comienza a explorar qué caminos puede seguir para resolver el problema. Diseñar una estrategia de solución es pensar en qué razonamientos, cálculos, construcciones o métodos le pueden ayudar para hallar la solución del problema. Dependiendo de la estructura del problema y del estilo de aprendizaje de los estudiantes, podrán elegir la estrategia más conveniente.



- Los estudiantes decidirán libremente qué estrategia usarán para resolver el problema.
- El docente no debe decirles a los estudiantes lo que tienen que hacer para resolver el problema, sino propiciar que exploren varias posibilidades antes de que elijan su estrategia.

Esta es una de las fases más importantes en el proceso de resolución, en la que el estudiante activa sus saberes previos y los relaciona con los elementos del problema para diseñar una estrategia que lo lleve a resolver con éxito el problema. Contar con un buen conjunto de estrategias potencia los conocimientos con los que cuenta el estudiante, por ello debemos asegurarnos de que identifique por lo menos una estrategia de solución.

Entre estas tenemos:

- **Hacer la simulación.** Consiste en representar el problema de forma vivencial mediante una dramatización o con material concreto y de esa manera hallar la solución.
- **Organizar la información** mediante diagramas, gráficos, esquemas, tablas, figuras, croquis, para visualizar la situación. En estos diagramas, se deben incorporar los datos relevantes y eliminar la información innecesaria. De esta forma el estudiante podrá visualizar las relaciones entre los elementos que intervienen en un problema.
- **Buscar problemas relacionados o parecidos** que haya resuelto antes. El niño puede buscar semejanzas con otros problemas, casos, juegos, etc., que ya haya resuelto anteriormente. Se pueden realizar preguntas como: "¿A qué nos recuerda este problema?" o "¿Es como aquella otra situación?".
- **Buscar patrones.** Consiste en encontrar regularidades en los datos del problema y usarlas en la solución de problemas.
- **Ensayo y error.** Consiste en seleccionar algunos valores y probar si alguno puede ser la solución del problema. Si se comprueba que un valor cumple con todas las condiciones del problema, se habrá hallado la solución; de otra forma, se continúa con el proceso.
- **Usar analogías.** Implica comparar o relacionar los datos o elementos de un problema, generando razonamientos para encontrar la solución por semejanzas.
- **Empezar por el final.** Esta estrategia se puede aplicar en la resolución de problemas en los que conocemos el resultado final del cual se partirá para hallar el valor inicial.
- **Plantear directamente una operación.** Esta estrategia se puede aplicar en la resolución de problemas cuya estructura aritmética sea clara o de fácil comprensión para el estudiante.

Los niños no solo aprenden a usar estas estrategias, sino que tienen que aprender a adaptar, combinar o crear nuevas estrategias de solución.

A continuación, presentamos algunos ejemplos en los que se evidencia el uso de estrategias.

Ejemplo 1: Miguel tiene cinco bolsas con tres manzanas cada una. Elena tiene tres bolsas con cinco manzanas cada una. ¿Cuántas manzanas tiene cada niño?

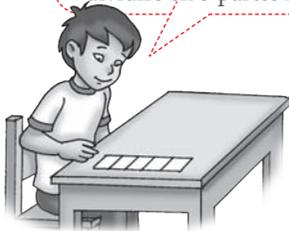


Los estudiantes resuelven el problema mediante la estrategia de simulación, usando material concreto no estructurado para representar los datos del problema.

Ejemplo 2: Dos hermanos, Koki y Sandra, compran un regalo que cuesta S/.30. Koki puso los $\frac{3}{5}$ de lo que costó. ¿Cuánto dinero puso Koki?

Observamos los gráficos que elabora un niño de la clase para resolver el problema:

Dibujaré una barra para representar el precio y luego la dividiré en 5 partes iguales.



La barra representa el costo total: S/.30.



Cada parte vale S/. 6.

Tres partes valen S/. 18.

El estudiante resuelve el problema mediante la estrategia de representación gráfica de los datos del problema.

FASE 3: Ejecutar la estrategia

Dentro de un clima de tranquilidad, los estudiantes aplicarán las estrategias o las operaciones aritméticas que decidieron utilizar.

En esta fase el docente debe asegurar que el estudiante:

- Lleve a cabo las mejores ideas que se le han ocurrido en la fase anterior.
- Dé su respuesta en una oración completa y no descontextualizada de la situación.
- Use las unidades correctas (metros, nuevos soles, manzanas, etc.).
- Revise y reflexione si su estrategia es adecuada y si tiene lógica.
- Actúe con flexibilidad para cambiar de estrategia cuando sea necesario y sin rendirse fácilmente.

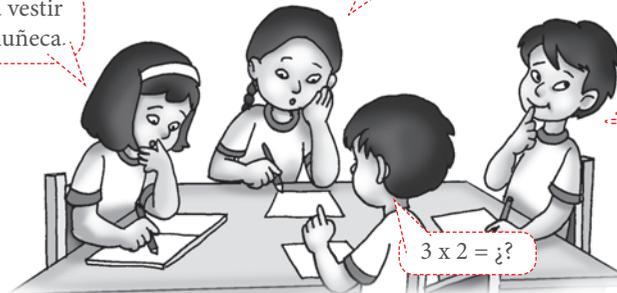
Ejemplo: Se les presenta a los estudiantes el siguiente problema:

La muñeca de María tiene dos blusas y tres faldas. ¿De cuántas maneras podrá vestir a su muñeca?

Voy a vestir a la muñeca.

Utilizaré una tabla.

Lo haré mentalmente.



- En esta fase los estudiantes ponen en práctica la estrategia que eligieron.
- El docente estará pendiente del proceso de resolución del problema que siguen los estudiantes y orientará, sobre todo, a quienes lo necesiten.
- Es posible que, al aplicar la estrategia, se dé cuenta de que no es la más adecuada, por lo que tendrá que regresar a la fase anterior y diseñar o adaptar una nueva.

FASE 4: Reflexionar sobre lo realizado

Esta etapa es muy importante, pues permite a los estudiantes reflexionar sobre el trabajo realizado y acerca de todo lo que han venido pensando.

El docente debe propiciar que el estudiante:

- Analice el camino o la estrategia que ha seguido.
- Explique cómo ha llegado a la respuesta.
- Intente resolver el problema de otros modos y reflexione sobre qué estrategias le resultaron más sencillas.
- Formule nuevas preguntas a partir de la situación planteada.
- Pida a otros niños que le expliquen cómo lo resolvieron.
- Cambie la información de la pregunta o que la modifique completamente para ver si la forma de resolver el problema cambia.



Esta fase es propicia para desarrollar las capacidades de comunicar y justificar sus procedimientos y respuestas.

3.3. Articulando la progresión del conocimiento numérico en los ciclos IV y V

Desarrollar la competencia matemática en los estudiantes es desarrollar, progresiva y articuladamente, un conjunto de capacidades y conocimientos matemáticos por medio de situaciones problemáticas en contextos muy diversos. El cuadro siguiente muestra la articulación de los conocimientos desde el final del III ciclo de Educación Primaria hasta el comienzo del VI ciclo, correspondiente al inicio de la Educación Secundaria.

	CICLOS					
	III	IV		V		VI
	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	1.º
CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO Y USO DE LOS NÚMEROS Y OPERACIONES						
Significado de los números naturales						
Representación, comparación y orden de los números naturales						
Situaciones aditivas de agregar, quitar, juntar, separar, igualar y comparar						
Situaciones multiplicativas de proporcionalidad simple, de combinación y comparación						
La fracción como medida, operador, reparto y razón						
Expresiones decimales y porcentaje como parte todo y razón						
La potencia como un producto de factores iguales						
CONSTRUCCIÓN DEL SIGNIFICADO Y USO DE LOS PATRONES, RELACIONES DE CAMBIO Y EQUIVALENCIA						
Patrones de repetición						
Patrones aditivos						
Patrones multiplicativos						
Patrones geométricos (simetría, traslación y giros)						
Relaciones de equivalencia entre unidades de una misma magnitud						
Proporcionalidad directa						
Ecuaciones sencillas de primer grado						

RANGO NUMÉRICO PARA LOS NÚMEROS NATURALES

Los estudiantes ingresan al IV ciclo de la EBR habiendo desarrollado capacidades sobre el uso de los números naturales hasta con dos cifras para contar, medir, comparar, ordenar y resolver problemas aditivos. En el IV ciclo, se pone énfasis en las operaciones de multiplicación y división, de tal manera que al terminar el 6.º grado los estudiantes logren resolver problemas, realizar cálculos mentales y aplicar propiedades con las cuatro operaciones básicas. En el V ciclo, amplían el conocimiento de los números naturales con números grandes y se inician en el estudio de las fracciones y los decimales, todos ellos en sus diversas formas de representación.

Rangos numéricos	1.º	Hasta 20
	2.º	Hasta 100
	3.º	Hasta tres cifras
	4.º	Hasta cuatro cifras
	5.º	Hasta seis cifras
	6.º	De más de seis cifras

Para que el niño comprenda las nociones de adición, sustracción, multiplicación y división, es necesario que se enfrente a diferentes situaciones problemáticas con estas operaciones.

NÚMEROS NATURALES Y OPERACIONES

En la actualidad, el número es un conocimiento importante para la vida de todo ciudadano y está presente en muchas de nuestras actividades diarias. Su utilización es inevitable, tanto en la vida cotidiana como en la resolución de problemas en diferentes contextos. Por eso, los estudiantes adquieren la noción de número desde la educación inicial y su estudio se amplía a través del nivel primario y secundario.

Los problemas a los que se enfrentan los estudiantes deben propiciar el desarrollo de habilidades de resolución, lo que supone considerar en su formulación: el contexto, las formas de presentación, las preguntas y los datos. Un factor que influye en su complejidad y en el desarrollo de habilidades para realizar operaciones en estos ciclos es el tipo de estructura aritmética que presentan, así como su estructura semántica. Presentamos a continuación una clasificación:

Tipos de problemas aritméticos de enunciado verbal (PAEV)

Los PAEV son las situaciones que se plantean generalmente a los estudiantes en Matemática. Siendo la resolución de problemas la primera actividad con la que se encuentran los niños en su vida escolar, debe ponerse todo el cuidado que merece el primer paso en un campo de actividad como este.

Proponemos la siguiente diversidad de problemas, pues el niño debe enfrentarse a muchas situaciones de contexto. Entre los problemas aritméticos de enunciado verbal, se pueden identificar dos clases:

1. Problemas aditivos (en los que se requiere sumar y restar).
2. Problemas multiplicativos (en los que se requiere multiplicar y dividir).

Problemas aditivos de enunciado verbal

Situaciones de combinación

- Combinación 1:** Se conocen las dos partes y se pregunta por el todo.
Combinación 2: Se conocen el todo y una de las partes. Se pregunta por la otra parte.

Situaciones de cambio

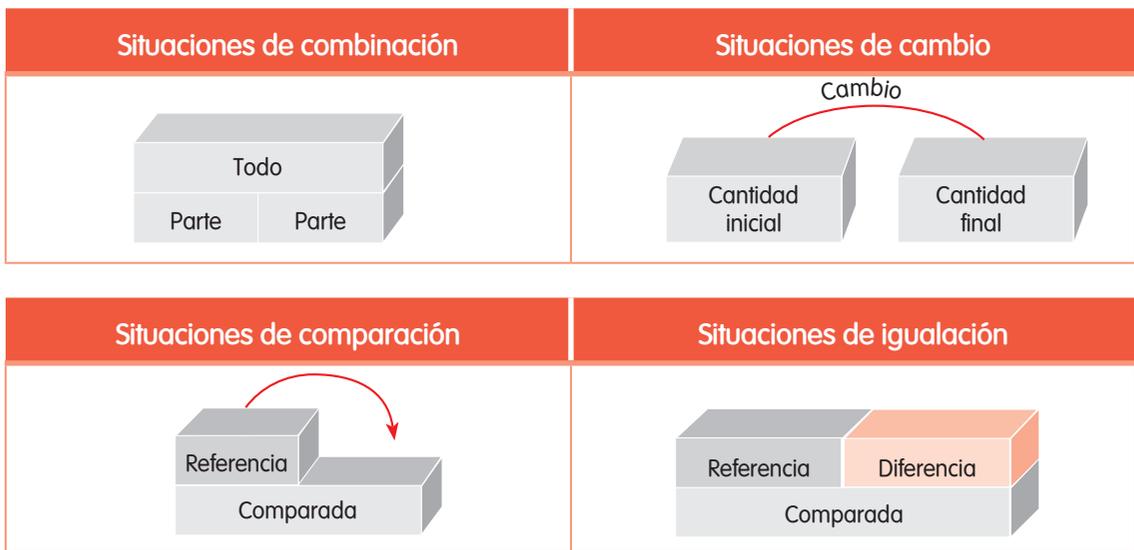
- Cambio 1:** Se conoce la cantidad inicial y luego se le aumenta. Se pregunta por la cantidad final.
- Cambio 2:** Se conoce la cantidad inicial y luego se le hace disminuir. Se pregunta por la cantidad final.
- Cambio 3:** Se conoce la cantidad inicial y la final (mayor). Se pregunta por el aumento.
- Cambio 4:** Se conoce la cantidad inicial y la final (menor). Se pregunta por la disminución.
- Cambio 5:** Se conoce la cantidad final y su aumento. Se pregunta por la cantidad inicial.
- Cambio 6:** Se conoce la cantidad final y su disminución. Se pregunta por la cantidad inicial.

Situaciones de comparación

- Comparación 1:** Se conoce la cantidad referente y comparada. Se pregunta por la diferencia en más.
- Comparación 2:** Se conoce la cantidad referente y comparada. Se pregunta por la diferencia en menos.
- Comparación 3:** Se conoce la cantidad referente y la diferencia en más. Se pregunta por la cantidad comparada.
- Comparación 4:** Se conoce la cantidad referente y la diferencia en menos. Se pregunta por la cantidad comparada.
- Comparación 5:** Se conoce la cantidad referente y la diferencia en más con la cantidad comparada. Se pregunta por la cantidad comparada.
- Comparación 6:** Se conoce la cantidad referente y la diferencia en menos con la cantidad comparada. Se pregunta por la cantidad comparada.

Situaciones de igualación

- Igualación 1:** Se conocen las dos cantidades. Se pregunta por el aumento de la cantidad menor para igualarla a la mayor.
- Igualación 2:** Se conocen las dos cantidades. Se pregunta por la disminución de la cantidad mayor para igualarla a la menor.
- Igualación 3:** Se conoce la 1.^a cantidad y lo que hay que añadir a la 2.^a cantidad para igualarla con la 1.^a. Se pregunta por la 2.^a cantidad.
- Igualación 4:** Se conoce la cantidad del 1.^o y lo que hay que quitar a la 2.^a para igualar la 1.^a cantidad. Se pregunta por la cantidad del 2.^o.
- Igualación 5:** Se conoce la cantidad del 1.^o y lo que hay que añadirle para igualarla con la 2.^a cantidad. Se pregunta por la cantidad del 2.^o.
- Igualación 6:** Se conoce la cantidad del 1.^o y lo que hay que quitarle para igualarla con la del 2.^o. Se pregunta por la cantidad del 2.^o.



A continuación presentamos ejemplos de situaciones de cambio, comparación e igualación.

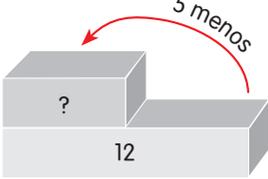
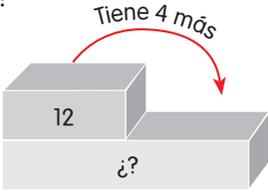
SITUACIONES DE CAMBIO 5 y 6

Se trata de problemas en los que se parte de una cantidad, a la que se añade o se le quita otra de la misma naturaleza.

<p>Cambio 5 Pedro tenía algunos caramelos Nati le regaló 12, ahora tiene 20. ¿Cuántos caramelos tenía Pedro?</p> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div> <p style="background-color: #f0f0f0; padding: 5px; margin-top: 10px;">Se conoce la cantidad final y el aumento. Se pregunta por la cantidad inicial.</p>	<p>Cambio 6 Rosa tenía algunos lápices, le dió a Carlos 6, ahora tiene 9. ¿Cuántos lápices tenía Rosa?</p> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div> <p style="background-color: #f0f0f0; padding: 5px; margin-top: 10px;">Se conoce la cantidad final y la disminución. Se pregunta por la cantidad inicial.</p>
--	--

Adecúa los datos numéricos según el campo numérico en el que estés trabajando, es decir, números naturales, fracciones o decimales.

SITUACIONES DE COMPARACIÓN 3 y 4

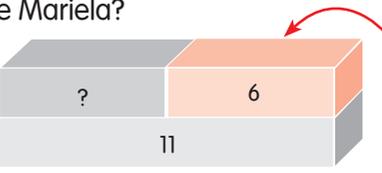
<p>Roger tiene 12 nuevos soles. Óscar tiene 5 nuevos soles menos que Roger. ¿Cuánto dinero tiene Óscar?</p> 	<p>Pedro tiene 12 aviones de papel. Samuel tiene 4 más que Pedro. ¿Cuántos aviones tiene Samuel?</p> 
<p>Se conoce la cantidad del 1.º. La diferencia en menos con el 2.º. Se pregunta por la cantidad del 2.º. Comparación 4.</p>	<p>Se conoce la cantidad del 1.º. La diferencia en más con el 2.º. Se pregunta por la cantidad del 2.º. Comparación 3.</p>

Situaciones de comparación 5 y 6

- | | |
|----|--|
| 5. | Juan ha leído 12 libros. Juan ha leído 4 libros más que Iván. ¿Cuántos libros ha leído Iván? |
| 6. | Juan tiene 10 años. Juan tiene 3 años menos que Iván. ¿Cuántos años tiene Iván? |

SITUACIONES DE IGUALACIÓN

Problemas que contienen dos cantidades diferentes, sobre una de las cuales se actúa aumentándola o disminuyéndola hasta hacerla igual a la otra. De estas dos cantidades, una es la cantidad a igualar y la otra es la cantidad referente.

<p>Igualación 3 Ana tiene 11 fichas. Si Mariela gana 6 más, tendría tantas como Ana. ¿Cuántas tiene Mariela?</p> 	<p>Igualación 4 Yarina tiene 9 fichas. Si Félix pierde 4 fichas, tendría tantas como Yarina. ¿Cuántas fichas tiene Félix?</p> 
<p>Se conoce la cantidad del 1.º y lo que hay que añadir al 2.º para igualarla con la del 1.º. Se pregunta por la cantidad del 2.º.</p>	<p>Se conoce la cantidad del 1.º y lo que hay que quitar a la del 2.º para igualarla con la del 1.º. Se pregunta por la cantidad del 2.º.</p>

Situaciones de igualación 5 y 6

- | | |
|----|--|
| 5. | Eduardo tiene 28 taps. Si Eduardo gana 17, tendrá tantos como Raúl. ¿Cuántos tiene Raúl? |
| 6. | Raquel tiene 25 globos. Si Raquel revienta 9, tendrá tantos como Sonia. ¿Cuántos globos tiene Sonia? |

Problemas multiplicativos

Situaciones de proporcionalidad simple o razón

- **Repetición de una medida (multiplicación).** Se conoce la cantidad y el número de veces que se repite. Se pregunta por la cantidad resultante.
- **De reparto equitativo (división).** Se conoce la cantidad y el número de partes iguales en las que se distribuye. Se pregunta por la cantidad que resulta en cada parte.
- **Agrupación (división).** Se conoce la cantidad y cuánto hay en cada parte. Se pregunta por el número de partes que resulta.

Situaciones de combinación

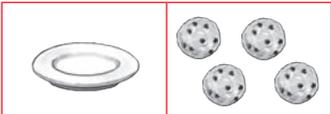
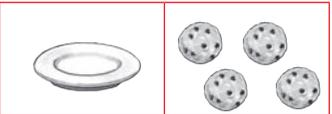
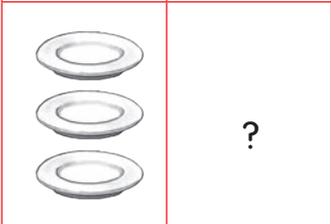
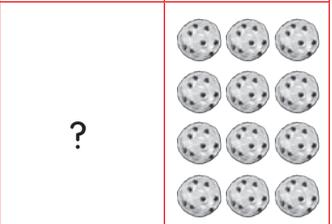
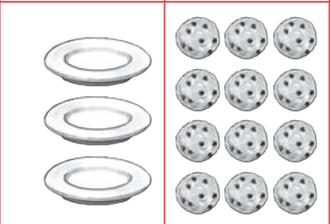
- **Combinación-multiplicación.** Se conocen dos cantidades de objetos. Se pregunta por el número de combinaciones posibles.
- **Combinación-división.** Se conoce una cantidad y el número de combinaciones. Se pregunta por la otra cantidad que se combina.

Situaciones de comparación

- **Amplificación de la magnitud.** Se conoce una cantidad y las veces que otra la tiene. Se pregunta por la otra cantidad.
- **Reducción de la magnitud.** Se conoce una cantidad y las veces que otra cantidad está contenida en ella. Se pregunta por la otra cantidad.
- **Hallar el cuantificador.** Se conocen dos cantidades. Se pregunta por el número de veces que una contiene o está contenida en la otra.

SITUACIONES DE PROPORCIONALIDAD SIMPLE O RAZÓN

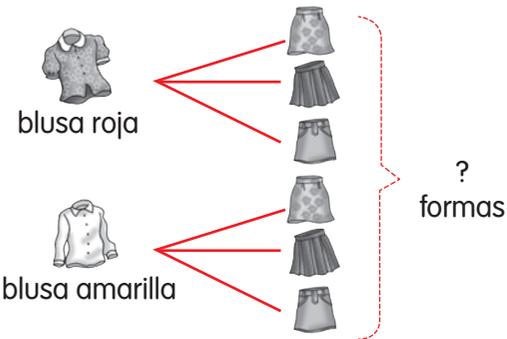
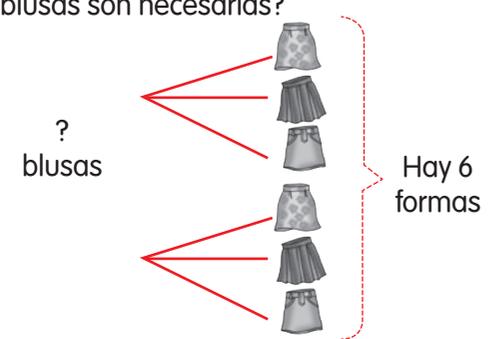
En este tipo de situaciones se establece una relación de proporcionalidad directa, es decir, que al aumentar o disminuir ambas medidas, el resultado aumenta o disminuye en la misma proporción.

Proporcionalidad o razón		
Repetición de una medida	De reparto equitativo	De agrupación
		
		
<p>En cada plato se ponen 4 galletas. ¿Cuántas galletas se necesitan para 3 platos?</p>	<p>En cada plato se colocan solo 4 galletas. ¿Cuántos platos se necesitan para 12 galletas?</p>	<p>Si hay 12 galletas para poner en 3 platos y en cada plato se pone la misma cantidad, ¿cuántas galletas se ponen en cada plato?</p>

Las cantidades pueden ser continuas (de longitud, peso, capacidad...) o discontinuas o discretas (como manzanas, caramelos, dinero, etc.).

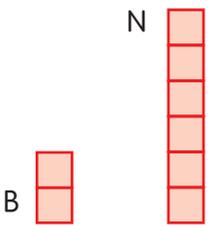
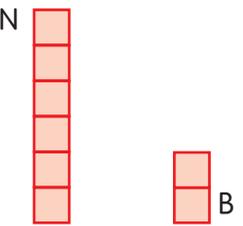
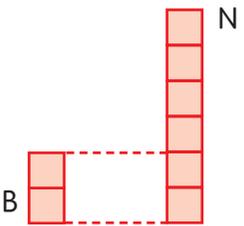
SITUACIONES DE COMBINACIÓN

Esta categoría implica la combinación de dos cantidades determinadas, para formar una tercera que no es igual ni al multiplicando ni al multiplicador. Se establece la combinación de los elementos de los dos factores, uno a uno, con independencia de su orden de colocación.

Combinación multiplicación	Combinación división
<p>¿De cuántas formas distintas se pueden combinar 2 blusas y 3 faldas?</p> 	<p>Se pueden combinar de 6 formas distintas faldas y blusas. Si hay 3 faldas, ¿cuántas blusas son necesarias?</p> 
<p>Dadas dos cantidades de distinta naturaleza (multiplicando y multiplicador), se pregunta por el número de combinaciones posibles (producto).</p>	<p>Dada una cantidad (dividendo) y el número de combinaciones (divisor), se pregunta por la otra cantidad que se combina (cociente).</p>

SITUACIONES DE COMPARACIÓN

Son situaciones en las que se comparan cantidades utilizando los términos “veces más”, “veces menos”, “doble”, “triple”, “mitad”, “tercio”, etc.

Amplificación de la magnitud	Reducción de la magnitud	Hallar el cuantificador
Bruno tiene 2 nuevos soles y Norma, 3 veces más. ¿Cuánto dinero tiene Norma?	Norma tiene 6 nuevos soles, que es 3 veces más que Bruno. ¿Cuánto dinero tiene Bruno?	Bruno tiene 2 nuevos soles y Norma, 6. ¿Cuántas veces más dinero tiene Norma que Bruno?
Bruno tiene 2 nuevos soles, que es 3 veces menos que Norma. ¿Cuánto dinero tiene Norma?	Norma tiene 6 nuevos soles y Bruno, 3 veces menos que Norma. ¿Cuánto dinero tiene Bruno?	Bruno tiene 2 nuevos soles y Norma, 6. ¿Cuántas veces menos dinero tiene Bruno que Norma?
		
Se pregunta por la cantidad que es tantas veces mayor que la otra.	Se pregunta por la cantidad que es tantas veces menor que la otra.	Se pregunta por el número de veces que una cantidad contiene a la otra.

A continuación, presentamos una lista de problemas multiplicativos:

Situaciones de proporcionalidad simple o razón	
1	Una escuela va a comprar 500 cuadernos. Cada cuaderno cuesta 3 nuevos soles. ¿Cuánto costarán todos los cuadernos?
2	Van a repartir 450 lápices entre los 150 niños de la escuela. Todos los niños reciben el mismo número de lápices. ¿Cuántos le dan a cada uno?
3	Se van a guardar 48 panes en bolsas. En cada bolsa caben 6 panes. ¿Cuántas bolsas se necesitan?
Situaciones de combinación	
4	Tengo 8 consonantes y 3 vocales ¿Cuántas sílabas distintas que empiecen por consonante puedo formar?
5	Combinando mis pantalones y camisas me puedo vestir de 12 formas diferentes. Tengo 4 pantalones. ¿Cuántas camisas tengo?
6	En un recipiente de huevos hay 5 filas y 6 columnas. ¿Cuántos huevos caben en el recipiente?
7	En un aula hay 24 alumnos, organizados en 4 filas de carpetas personales. ¿Cuántas carpetas hay en cada fila?

Situaciones de comparación	
Amplificación	
8	Juana tiene 5 nuevos soles. Tania tiene el cuádruple que Juana. ¿Cuántos nuevos soles tiene Tania?
9	Eugenia tiene 12 nuevos soles. Tiene la tercera parte de lo que tiene Sonia. ¿Cuánto dinero tiene Sonia?
Reducción	
10	José tiene 12 canicas. Tiene el triple que Víctor. ¿Cuántas canicas tiene Víctor?
11	Un libro cuesta 72 nuevos soles. Un cuaderno cuesta 8 veces menos ¿Cuánto cuesta el cuaderno?
Hallar el cuantificador	
12	En el patio de una escuela caben 60 niños. En el aula de primer grado caben 12 niños. ¿Cuántas veces más niños caben en el patio que en el aula de primer grado?
13	El pasaje en avión cuesta 600 nuevos soles. El pasaje en omnibús cuesta 60 nuevos soles. ¿Cuántas veces menos cuesta el pasaje terrestre que el pasaje aéreo?

CONSTRUCCIÓN DE LA NOCIÓN DE FRACCIÓN

El inicio de las fracciones en el nivel primario constituye una nueva forma de representar los números. Introducirá a los estudiantes en el mundo de las comparaciones relativas, las que se concretarán en las situaciones de proporcionalidad al final de la Educación Primaria y al inicio de la Educación Secundaria.

Iniciar a los estudiantes en el estudio de las fracciones en la primaria es introducirlos en una nueva forma de representar los números, resultado de dividir un todo en partes. Esta división nos lleva a la necesidad de representar las particiones, representación a la que llamamos “expresiones fraccionarias”. Aprender a hacerlo es un proceso extendido que va hasta la secundaria, debido a las múltiples interpretaciones que exige, como parte-todo, cociente, operador, razón.

En la primaria, los estudiantes desarrollan la noción de fracción, la que más adelante llegan a formalizar y ampliar en el campo de los números racionales. Lo característico en este nivel es que los estudiantes:

- Poseen nociones informales de repartos equitativos, de medidas y de proporciones.
- Desarrollan una variedad de situaciones con expresiones fraccionarias.
- Desarrollan habilidades en torno a fracciones propias, impropias y equivalentes.
- Desarrollan habilidades de representación gráfica de fracciones.

Los decimales se han convertido en protagonistas de todos los procedimientos de cálculo en contextos cotidianos, científicos y técnicos. Gran parte de estas prácticas han llevado a una mayor disponibilidad y uso de calculadoras para realizar las operaciones. Su importancia radica en que permiten expresar informaciones numéricas, cuya comunicación no es posible solo mediante los números naturales.

La medición es un aspecto en el que se reconoce la funcionalidad de los números decimales. Su estudio implica una ampliación a los números naturales, puesto que permite resolver problemas cuya solución no sería posible con ellos. El aprendizaje en torno a estos tipos de números es un proceso que va desde el nivel primario al secundario.

Son características en este nivel:

- Las expresiones decimales están asociadas a fracciones de denominadores 10 y 100.
- Se plantean situaciones problemáticas que dan sentido a las operaciones, en particular, a la multiplicación y la división.
- Se trabaja con equivalencias de dinero y monedas.
- Se realizan medidas de longitudes.
- Se desarrollan equivalencias entre décimos, centésimos y milésimos.

3.4. Reconociendo herramientas y condiciones didácticas en torno a las capacidades matemáticas

A. Capacidad: Matematiza

Matematizar implica desarrollar un proceso de transformación que consiste en trasladar situaciones reconocidas en el mundo real a enunciados matemáticos, o viceversa. Durante la experiencia de hacer esto, debemos promover la construcción y puesta en práctica de los conocimientos. A continuación, presentamos las situaciones y condiciones que favorecen la matematización.

Situaciones	Condiciones
<ul style="list-style-type: none"> • Actividades vivenciales del entorno. • Actividades dinámicas, lúdicas, de experimentación. Por ejemplo: el juego de la tiendita, el banco matemático, etc. • Actividades con apoyo de material gráfico: boletas de venta, recibos, recortes periodísticos, láminas, afiches, etc. 	<ul style="list-style-type: none"> • La indagación y experimentación. • La simulación y puesta en práctica.

B. Capacidad: Comunica

La comunicación es un proceso transversal en el desarrollo de la competencia matemática. Implica al individuo comprender una situación problemática y formar un modelo mental de la situación. Este modelo puede ser resumido y presentado en el proceso de solución. Para la construcción de los conocimientos matemáticos, es recomendable que los estudiantes verbalicen constantemente lo que van comprendiendo y expliquen sus procedimientos al hallar la solución de problemas.

Fases de la resolución de problemas	Preguntas
<p>Comprensión del problema</p> <ul style="list-style-type: none"> Las interrogantes están orientadas para que los estudiantes puedan movilizar sus saberes previos y establecer relaciones entre los datos del problema y que verbalicen la situación problemática. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿De qué trata el problema? ¿Cómo lo diríamos con nuestras propias palabras? ¿Has visto otra situación parecida? ¿Cuáles son los datos? ¿Qué es lo que te piden? ¿Cuáles son las palabras que no conoces en el problema? ¿A qué crees que se refiere cada una de las palabras? ¿Qué te pide que encuentres?
<p>Diseño y adaptación de una estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> Las interrogantes están orientadas a que cada estudiante explore, proponga planteamientos y diversas estrategias en la solución de problemas. Es aquí donde se elige el camino para enfrentar la situación. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿Qué deberíamos hacer primero...? ¿Debemos considerar todos estos datos? ¿Cómo lo haríamos para llegar a la respuesta? ¿Has resuelto algún problema parecido? ¿Puedes decir el problema de otra forma? Imagina un problema más sencillo. ¿Cómo lo desarrollarías?
<p>Ejecución de la estrategia</p> <ul style="list-style-type: none"> Las interrogantes están orientadas a que los estudiantes desarrollen sus estrategias, comprueben sus resultados y actúen con flexibilidad al resolver problemas. Es decir si las cosas se complican demasiado, que intenten otro camino. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿Consideras que los procedimientos seguidos te ayudarán a encontrar la respuesta? ¿Habrá otros caminos para hallar la respuesta? ¿Cuáles? ¿Cuál es la diferencia entre el procedimiento seguido por... y el tuyo? ¿Estás seguro de tu respuesta? ¿Cómo lo compruebas?
<p>Reflexión sobre el proceso de resolución</p> <ul style="list-style-type: none"> Las interrogantes buscan que los estudiantes den una mirada retrospectiva de los procesos vivenciados y de los resultados obtenidos, expresando sus emociones así como explicando y argumentando sus aciertos y desaciertos a partir de las actividades desarrolladas. 	<ul style="list-style-type: none"> ¿En qué se parece este problema a otros trabajados anteriormente? ¿Cómo hiciste para hallar la respuesta? ¿Puedes revisar cada procedimiento? ¿Por qué ese camino te llevó a la solución? ¿Qué te dio la pista para elegir la estrategia? ¿Te fue fácil o difícil resolver el problema? ¿Por qué? ¿Crees que el material que utilizaste te ayudó? ¿Por qué?

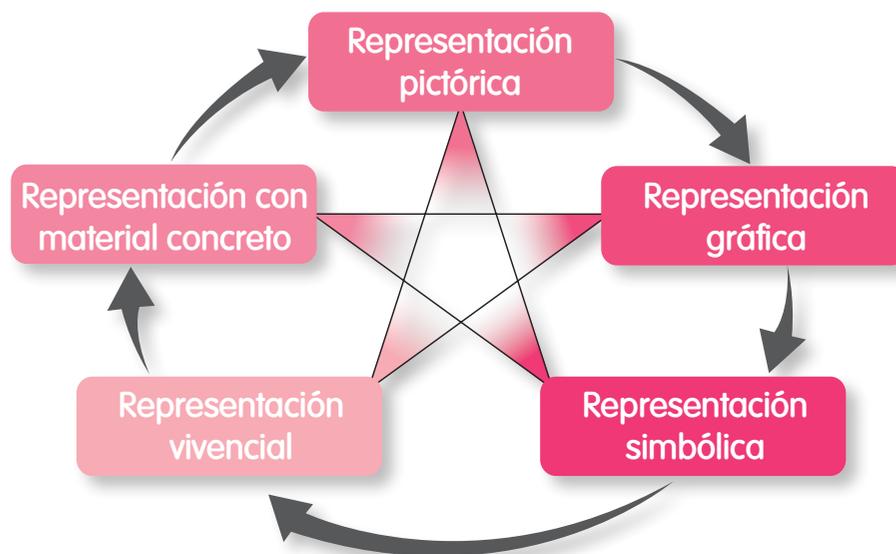
Así como estamos proponiendo interrogantes estratégicas que faciliten la comunicación del sentido de cada fase, es importante también motivar al estudiante con afirmaciones positivas respecto a los esfuerzos que van desplegando:

Criterios	Frases para motivar el trabajo del niño y de la niña
Valorando los esfuerzos de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> • Has mejorado mucho, porque siempre tratas de pensar profundamente. • Te has concentrado mucho, ¡estupendo! • ¡Magnífico! Podrás resolver muchos otros problemas.
Apreciaciones verbales que estimulan el interés y la motivación del estudiante.	<ul style="list-style-type: none"> • Has venido trabajando con mucho esfuerzo. • Parece que ahora estás más en confianza con este conocimiento. • Tu pregunta es muy buena, les interesa a todos.
Apreciaciones verbales que valoran la habilidad del estudiante.	<ul style="list-style-type: none"> • Vaya, eres muy bueno haciendo estos procedimientos. • Tu explicación es muy clara y realmente valiosa para entender el problema.
Apreciaciones verbales que dan energía y esperanza de aprender.	<ul style="list-style-type: none"> • Parecía que no podías entender el problema de hoy. • Muy bien, trabajaré contigo mañana hasta que estés satisfecho con tu comprensión. • Habías cometido muchos errores por descuido, pues estabas apurado; ahora tienes muy pocos.
Apreciaciones verbales que valoran la contribución de los estudiantes.	<ul style="list-style-type: none"> • A causa de tu interrogante, hemos podido aclarar ciertas dudas de todos. • Porque explicaste muy cuidadosamente tu idea, muchos de tus compañeros entendieron el problema.

Isoda, O. (2009)

C. Capacidad: Representa

La representación es un proceso y un producto que implica seleccionar, interpretar, traducir y usar una variedad de esquemas para capturar una situación, interactuar con un problema o presentar el trabajo.



Tipos de representación

- Representaciones vivenciales (acciones motrices):
 - Juego de roles
 - Dramatización
- Representaciones apoyadas en material concreto:
 - Estructurados: material Base diez, ábaco, regletas de colores, balanza, etc.
 - No estructurados: semillas, piedritas, palitos, tapas, chapas, etc.
- Representaciones de forma pictórica:
 - Dibujos e íconos.
- Representaciones gráfica:
 - Tablas, cuadros, gráficos de barras, etc.



Para la construcción de los conocimientos matemáticos, es recomendable que los estudiantes realicen diversas representaciones, partiendo de aquellas vivenciales hasta llegar a las gráficas y simbólicas.

D. Capacidad: Elabora diversas estrategias para resolver problemas

Esta capacidad consiste en la selección, diseño o adaptación de estrategias heurísticas que, usadas con flexibilidad, llevan al estudiante a resolver los problemas que se le plantean.

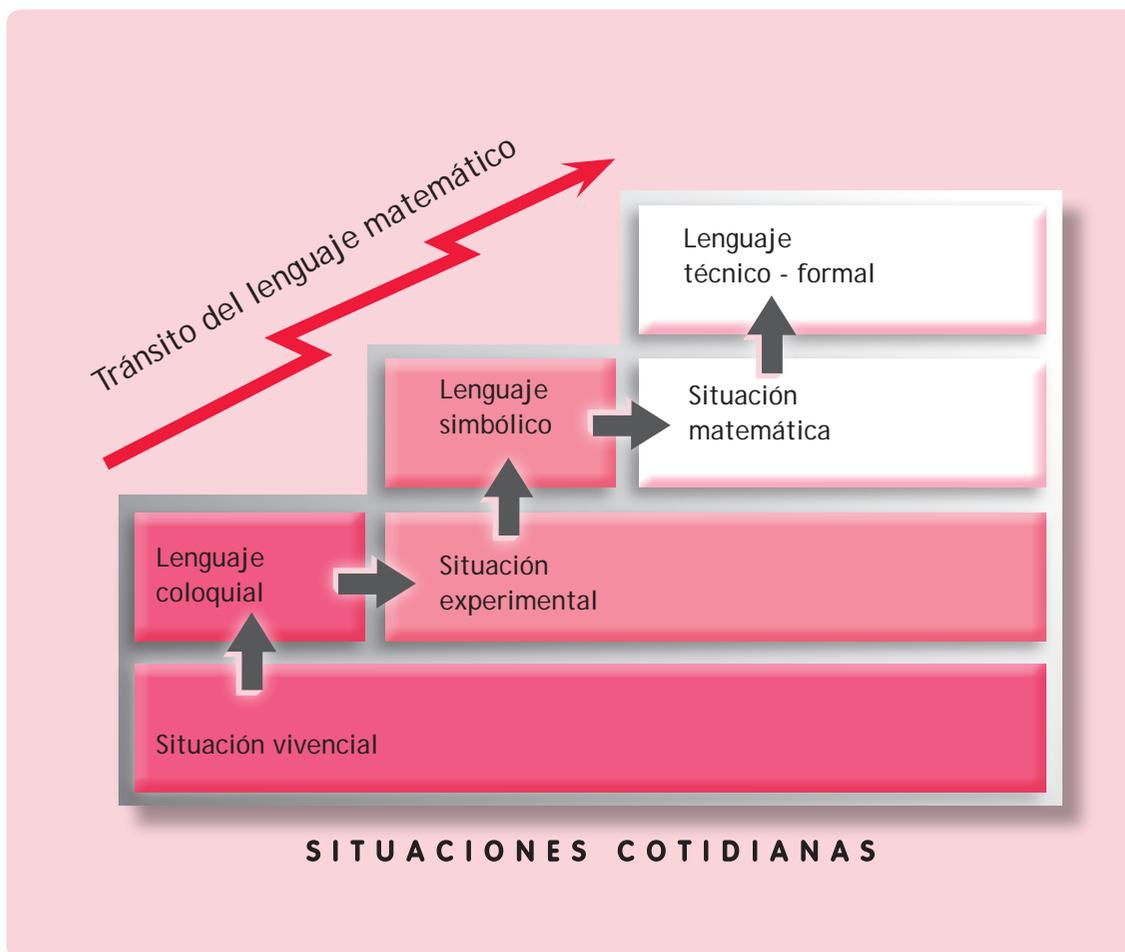
Cuando desarrollamos la resolución de problemas (ver pág. 29), mencionamos algunas estrategias, como ensayo y error, empezar por el final, plantear una operación, hacer la simulación, entre otras.

Algunas condiciones para propiciar el desarrollo de esta capacidad, son las siguientes:

- Dejar que el estudiante sea quien proponga su propio camino de solución.
- Acompañar el proceso con preguntas que permitan la identificación del error, sin que este cause burla, sino convirtiendo más bien a la reflexión en un acto permanente que le oriente a tomar decisiones oportunas.
- Promover el uso de tablas y esquemas.
- Favorecer el cálculo escrito y mental.
- Desde los primeros grados se deben propiciar actividades que favorezcan el desarrollo del pensamiento reversible.
- Orientar el proceso por medio de interrogantes que hagan visibles las relaciones que existen entre los elementos del problema y entre cada uno de los procedimientos. Ejemplo: *¿Qué te pide hallar?; ¿Cuáles son las condiciones?; ¿Los datos son suficientes?; ¿por qué?*
- Generar situaciones que puedan ser resueltas por analogía.

E. Capacidad: Utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales

El uso de las expresiones y los símbolos matemáticos ayuda a la comprensión de las ideas matemáticas. Pero estas expresiones no son fáciles de generar debido a la complejidad de los procesos de simbolización. Los estudiantes, a partir de experiencias vivenciales o inductivas de aprendizaje, pasan por el uso de lenguajes más coloquiales o simbólicos hasta llegar, posteriormente, a lenguajes más técnicos y formales que responden a una convención y acuerdo en el grupo de trabajo.



F. Capacidad: Argumenta

Argumentar y razonar implica reflexionar sobre cómo conectar diferentes partes de la información para llegar a una solución, además de analizar la información para seguir o para crear un argumento de varios pasos, así como establecer vínculos o respetar restricciones entre distintas variables. Supone, asimismo, cotejar las fuentes de información relacionadas, o hacer generalizaciones y combinar múltiples elementos de información.

Estrategias	Características
De exposición	Una manera eficaz de estructurar los conocimientos para una exposición o discusión son los organizadores visuales:
De discusión	<ul style="list-style-type: none"> • Esquemas gráficos. • Diagramas.
De indagación	<p>El plantear interrogantes, seguidas por respuestas tentativas, implica el establecimiento de conjeturas para su posterior validez (justificación), a partir de procedimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimentales. • Formulación de contraejemplos.
Que promueven prácticas inductivas	<p>Propiciar una serie de situaciones que lleven al establecimiento de relaciones para la generalización o particularización. Estas pueden ser:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Modelos que posibilitan la visualización de lo que no podemos observar directamente. • Simulaciones como formas de ejemplificar.
De integración	Gran parte de los conocimientos matemáticos están organizados de forma integral, en los cuales se combinan hechos, procedimientos, formas de representación, conceptos y relaciones entre ellos. Una actividad propia de este desarrollo son los mapas mentales.

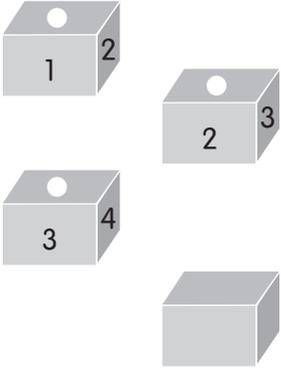
3.5. Promoviendo el desarrollo de tareas matemáticas articuladas

Un factor muy importante para el aprendizaje de las matemáticas son las situaciones en que los estudiantes se enfrentan a problemas. Por eso, es necesario plantearles escenarios desafiantes y articulados, en los que puedan ir desarrollando las competencias matemáticas. En ese sentido, en cada escenario de aprendizaje se deben plantear tareas matemáticas.

Una tarea matemática:

- Es una propuesta de acción que los profesores plantean a sus estudiantes para el aprendizaje, una actividad que los motive a movilizar todas sus capacidades, posibilitando así el desarrollo de la competencia matemática.
- Está constituida por las actividades que se hacen en la clase, no son las “tareas para la casa” ni “para el cuaderno”.

A continuación, plantearemos tipos de tareas matemáticas para el mejor desarrollo de las capacidades y, por ende, de la competencia matemática.

Nivel de demanda	Tareas	Ejemplos
Tareas de baja demanda de razonamiento (grupo de reproducción)	<ul style="list-style-type: none"> Referidas a la memorización, evocación de información (datos, hechos, terminología), repetición de ejecuciones. Actividades rutinarias, en las que el estudiante no debe hacer ninguna adaptación del contenido involucrado. Procedimientos sin contexto y sin conexiones, tal como fueron "enseñados". Son aprendizajes que no implican la posibilidad de ser adaptados o transferidos. 	<ul style="list-style-type: none"> Jorge tiene 8 años. ¿Cuál es su edad multiplicada por 5? Una señora tiene 40 años y su hijo, un quinto de la edad. ¿Cuántos años tiene su hijo?
Tareas de media demanda de razonamiento (grupo de conexiones)	<ul style="list-style-type: none"> Referidas a situaciones en las que el estudiante debe hacer ligeras adaptaciones o establecer algunas relaciones del contenido aprendido con otros aprendizajes. Por lo general, estas situaciones se presentan en un contexto algo distinto al contexto en el que se aprendió. Aplicar definiciones, clasificar, identificar elementos o características, en problemas rutinarios que demandan establecer ciertas relaciones entre el contenido involucrado. 	<ul style="list-style-type: none"> Si en todos los casos se trata del mismo cubo, ¿cuál es la siguiente posición? 
Tareas de alta demanda de razonamiento (grupo de reflexión)	<ul style="list-style-type: none"> Referidas a situaciones novedosas o complejas en las que se debe producir una transformación o nuevas relaciones de lo aprendido. Por lo general, se presentan en un contexto a partir del cual el estudiante debe seleccionar la información relevante y trabajar estableciendo nuevas relaciones entre los conceptos o sus representaciones. Resolver problemas novedosos y complejos, evaluar, proponer alternativas, producir un nuevo objeto, sintetizar, definir, justificar. 	<ul style="list-style-type: none"> Un ganadero compró tres toros que pesan 360 kg, 476 kg y 425 kg. Para transportarlos dispone de dos camiones, uno con capacidad de 1000 kg y otro con 1500 kg. ¿En qué camión los transportará?

IV. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a número y relaciones?

Hemos reconocido los escenarios, la progresión de los conocimientos, las condiciones didácticas y la promoción de las tareas matemáticas. A continuación, mostraremos cómo en el desarrollo de las capacidades matemáticas se hace visible estas actividades. Asimismo, presentaremos orientaciones sobre herramientas y condiciones asociadas a aspectos didácticos que permitan un mejor acercamiento y puesta en práctica de los aprendizajes en los estudiantes.

4.1. Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a los números naturales

Los estudiantes de primaria afianzan el conocimiento y la construcción de los números naturales por medio de materiales concretos, que les van mostrando la necesidad de su uso. Para eso, es necesaria una mayor comprensión de este campo numérico, partiendo de situaciones vivenciales hasta llegar a la formalización a través del uso de expresiones simbólicas y operaciones, situaciones que deben ir estimulando la competencia matemática de los estudiantes en los diversos contextos de la vida cotidiana.

En la progresión didáctica de la enseñanza de la numeración, consideramos esencial partir de situaciones didácticas derivadas de su entorno real y cotidiano para que los niños encuentren en forma significativa la necesidad de las escrituras numéricas, más adelante, cuando deban construir progresivamente el sistema decimal, debemos tener en cuenta que, para su dominio, los alumnos necesitan también llevar a cabo múltiples actividades con materiales didácticos que constituyen modelos de nuestro sistema de numeración y que facilitan la interiorización de sus propiedades en los primeros ciclos.

Para ello sugerimos el uso de materiales concretos estructurados y no estructurados. Entre los materiales concretos estructurados se encuentran el material de Base diez, las regletas de colores, el ábaco. Entre los materiales no estructurados, van desde los objetos que podemos encontrar a nuestro alrededor como semillas, tapitas, piedras, etc. y los juegos que podemos encontrar en el mercado, como juego de naipes, ludos, etc.

A continuación, presentaremos proyectos, laboratorios y talleres matemáticos.

1. PROYECTO MATEMÁTICO

Jugamos a comprar y vender en el mercadito escolar

Situación problemática:

Este proyecto puede tener una duración de un mes. Los alumnos se organizarán para implementar un mercadito en el aula. En la 1.ª semana, buscarán información y tomarán decisiones sobre qué productos vender, estimarán cantidades y elaborarán inventarios. En la 2.ª semana, habilitarán los puestos con los productos, etiquetando, colocando precios, elaborando sus billetes y monedas. En la 3.ª semana, realizarán operaciones de compra y venta aplicando estrategias de cálculo escrito.

Matematizar partiendo de una situación vivencial de indagación y de experimentación de la vida cotidiana permitirá poner en práctica una variedad de conocimientos matemáticos.

Indicadores:

Tercer grado

Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas referidas a contar, medir y ordenar.

- Experimenta y describe situaciones cotidianas que implican contar, medir y ordenar las nociones de números naturales de hasta tres cifras.
- Expresa cantidades de hasta tres cifras, en forma concreta, gráfica (recta numérica, el tablero de valor posicional, etc.), y simbólica.
- Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta de tres cifras en decenas y unidades para resolver situaciones problemáticas.

Construcción del significado y uso de la operaciones con números naturales en situaciones problemáticas de agregar, quitar, igualar y comparar, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales.

- Experimenta y describe las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades, repetir una cantidad para aumentarla, repartir una cantidad en partes iguales.
- Elabora y aplica diversas estrategias para resolver situaciones problemáticas que implican el uso de material concreto, gráfico (dibujos, cuadros, esquemas, gráficos, etc.)

Contexto:

Comercial

Áreas afines:

- Comunicación
- Ciencia y Ambiente

Cuarto grado

Construcción del significado y uso de las operaciones con números naturales en situaciones problemáticas de agregar, quitar, igualar, comparar, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales.

- Experimenta y describe las operaciones con números naturales en situaciones cotidianas que implican las acciones de agregar, quitar, igualar o comparar dos cantidades, repetir una cantidad para aumentarla o repartirla en partes iguales, quitar sucesivamente.
- Usa diversas estrategias de cálculo escrito y mental para resolver problemas aditivos, multiplicativos y de combinación de las cuatro operaciones con números naturales hasta cuatro cifras.

Quinto grado

Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social y científico.

- Explora y describe en situaciones cotidianas para medir y ordenar nociones de números naturales hasta seis cifras.
- Expresa cantidades de hasta seis cifras, en forma gráfica, simbólica.
- Aplica diversas estrategias para estimar números de hasta cinco cifras.

Sexto grado

Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social, y científico.

- Explora y describe en situaciones de diversos contextos, las nociones de números naturales de más de seis cifras para medir y ordenar.
- Expresa cantidades de más de seis cifras, en forma gráfica y simbólica.

Construcción del significado y uso de expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales en situaciones problemáticas de medida, compra y venta.

- Experimenta y describe la relación entre fracción decimal, número decimal y porcentaje (razón: parte - todo).

Conocimientos:

- Números naturales, fracciones, decimales y operaciones.

Grado:

De tercero a sexto.

Propósitos:

- Resolver problemas vinculados con la compra y venta de productos diversos.
- Encontrar sentido a la matemática, al enfrentar y resolver situaciones sencillas vinculadas a su experiencia de vida.
- Profundizar los significados de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división con números naturales.
- Descubrir, en situaciones prácticas, el valor económico y social de los productos que se elaboran o consumen en las familias y comunidades, al utilizar el sistema monetario nacional.

Conocimientos previos:

- Números naturales.
- Estrategias de cálculo de las operaciones con números naturales.

Tiempo:

Tres semanas.

Actividades:

- Visitan un mercado y recogen información sobre su organización, los vendedores, los compradores, el personal de seguridad, la limpieza, etc.
- Organizan los grupos en la tienda, según lo que van a vender y los roles de cada uno de los miembros del equipo: vendedores, compradores, seguridad, limpieza, etc.
- Organizan el espacio del aula, donde irán los grupos, los productos, etc.
- Elaboran billetes y monedas de juguete para cada uno de los participantes, según la función que desempeñen.
- Elaboran las boletas de venta y las fichas para comprar.
- Elaboran las reglas de juego, el tiempo de duración, el tipo de tareas a realizar.
- Formulan diversos tipos de tareas para que apliquen diferentes estrategias de cálculo escrito y mental.
- Reflexionan sobre sus procesos de solución.
- Revisan y evalúan la actividad.

Productos parciales/ totales de los estudiantes

- Organización de los equipos.
- Catálogo de productos.
- Cuaderno de ingresos y gastos.
- Fólder de problemas formulados y resueltos por los estudiantes.



Grupo clase

Actividad 1: Primera semana
Visitan el mercado del barrio y recogen datos.

- El docente solicita el apoyo del equipo de profesores para acompañar a los estudiantes en su visita al mercado, donde tomarán nota de la siguiente información, con el objetivo de ver cómo funciona y los trabajadores que laboran en él.

Nombre del puesto de trabajo	Descripción

Usar un cuadro para organizar la información capturada de la realidad implica el proceso de representación y el uso de una estrategia heurística para resolver un problema.

- También solicita el apoyo de los padres para que junto con sus hijos visiten el mercado, donde los niños tomarán nota de lo siguiente:
 - a) ¿Cómo funciona el mercado?
 - b) ¿Qué productos reconoces que se venden?
 - c) ¿Qué necesitas saber para comprar un producto?
- En el aula, pide a los estudiantes que elaboren una tabla para que sistematicen la información recogida, describan lo que vieron y anoten los precios de algunos productos. Después de ello, comparten la información con su grupo y elaboran un cuadro consolidado.

Puesto de frutas	
Frutas	Precio de 1 kg
Naranjas	S/.2
Mandarinas	S/.3
Papayas	S/.4

Puesto de verduras	
Verduras	Precio de 1 kg
Papas	S/.2
Cebollas	S/.3
Zanahoria	S/.3



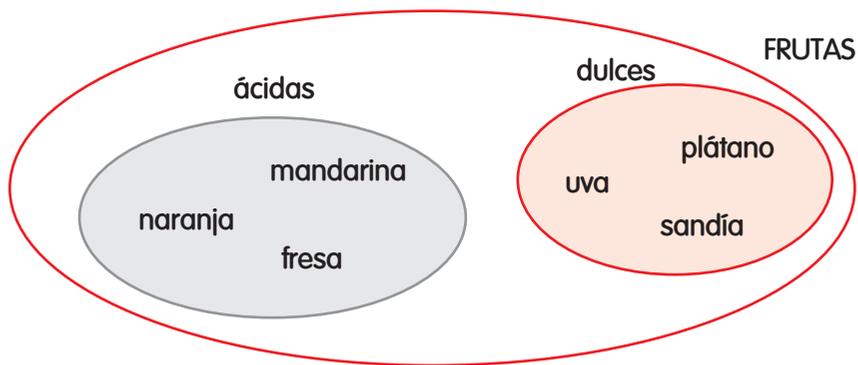
En grupo

Actividad 2: Clasifican

- El docente pide que clasifiquen el listado de sus productos según características comunes (color, sabor, textura, etc.), que establezcan semejanzas y diferencias usando su propio lenguaje y que representen esa clasificación mediante diagramas de Venn, formando grupos y subgrupos.

Por ejemplo:

- Hay frutas que son dulces, cítricas, tienen pepas, etc.



Asimismo, pueden clasificar los abarrotos según sean lácteos, carbohidratos, etc. Luego, les piden que completen el cuadro de semejanzas y diferencias, tomando en cuenta la clasificación anterior.

	Semejanza	Diferencia
Grupo 1 (dulces)	Se parecen en su sabor, pues son dulces.	Se diferencian en su tamaño y en que algunas tienen pepas y otras no.
Grupo 2 (ácidas)		



En grupo

Actividad 3: Segunda semana Planifican y organizan el juego

- El profesor solicita a los estudiantes que hagan un listado mínimo de los productos que pueden vender con sus respectivos precios, clasificados por categorías, usando números naturales.
- También que elaboren una lista de qué se necesita para armar una tienda.
- Elaboran cartillas con dibujos de los diversos productos que van a vender con sus respectivos precios.
- Se distribuyen roles: dos vendedores, dos ayudantes, un cajero y compradores.

¿Qué necesito para armar mi tienda?	
Materiales/Productos	Cantidad

- Luego, organiza con los estudiantes el espacio físico en el cual habilitarán los puestos con los materiales de juego. Ellos pueden traer cajas recicladas limpias, fotos de encartes, y elaborar prendas de vestir con papel periódico.
- Seguidamente, pide a los estudiantes que armen repisas con cajas para que puedan ofrecer sus productos, que hagan carteles con lista de precios o que etiqueten cada producto.
- También pueden elaborar ofertas.

Naranja
kg
S/.2

OFERTA

Conservas

Por la compra de 3 productos, llévate 2.

Cantidad x costo

Actividad 4: Tercera semana Elaboran billetes y monedas

- El docente solicita a los estudiantes que elaboren sus billetes y monedas. Les explica que es un material de juguete y que puede ser compartido por todos. Al finalizar el proceso de la elaboración, será distribuido en forma equitativa entre ellos.
- Les hace recordar que para comprar empleamos billetes y monedas, y les explica la importancia de planificar cuánto dinero van a necesitar. Entonces, les pide que organicen en un cuadro cuántos billetes y monedas van a elaborar, así como cuánto dinero tendrán.

Tipos de billetes	Cantidad de billetes	Monto obtenido
10		
20		
50		
Monedas	Cantidad de monedas	Monto obtenido
1		
2		
5		
Monto total		



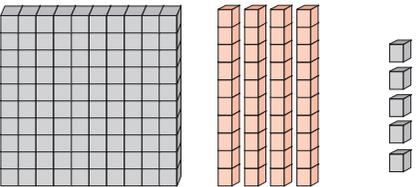
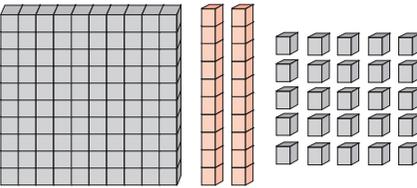
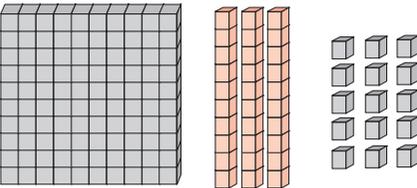
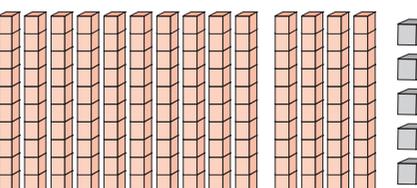
En pareja

Actividad 5: Representan de diferentes formas

- El profesor solicita a los niños que cuenten el dinero entregado, representen el total usando el material Base Diez, el ábaco, el tablero de valor posicional, en centenas, decenas y unidades, así como mediante sumas.

Por ejemplo, si a cada niño le correspondiera 145 nuevos soles, esta cantidad se podría representar de diferentes maneras, usando el material Base diez, y luego expresar esta representación, en forma simbólica, mediante sumandos.

Propiciar diferentes representaciones concretas, gráficas y simbólicas permitirá la construcción significativa del número y la comprensión del sistema de numeración decimal.

Material Base 10	Según su valor posicional	Sumandos
	1 centena 4 decenas 5 unidades	$100 + 40 + 5$
	1 centena 2 decenas 25 unidades	$100 + 20 + 25$
	1 centena 3 decenas 15 unidades	$100 + 30 + 15$
	14 decenas 5 unidades	$140 + 5$


 Propiciar diferentes estrategias para resolver un problema; por ejemplo: elaborar una lista, elaborar un cuadro, hacer tanteos.

- De los billetes elaborados, cada comprador selecciona:
 2 billetes de S/.50 1 moneda de S/.5 2 monedas de S/.1
- El cajero se queda con el resto del dinero elaborado.
- Cada niño recibe una ficha para la lista de compras.

LISTA DE COMPRAS

Artículo de compra	Cantidad	Precio	Total
Naranjas	2 kg	3	6
Leche	1 tarro	3	3
Total			

Finalmente, responden:

- ¿Quién gastó más?
- ¿Quién gastó menos?
- ¿Compraron productos del mismo precio?
- ¿Qué producto les costó más? ¿Qué producto les costó menos? ¿Qué producto es el más barato? ¿Cuánto gastaron? ¿Cuánto dinero les queda?



En grupo

Actividad 6: Realizan un sociodrama

- El docente les pide a los niños que hagan una simulación de una transacción de compra-venta y luego que expliquen cómo la realizaron, escribiendo operaciones matemáticas o mediante gráficos.
- Los niños realizan sus compras según la lista.



En pareja

Actividad 7: Resuelven situaciones

El profesor les plantea a los estudiantes una situación:

- Con 50 nuevos soles, ¿cuántas cosas podrían comprar?
Les pide que llenen otra lista de compras. Luego, que calculen el total:
¿Podrían calcularlo mentalmente? Expliquen cómo lo hicieron.
- En otra situación, les solicita que anoten en sus cuadernos el plan de gastos que van a realizar y las operaciones necesarias:
- Si tuvieran que organizar una fiesta en el aula, ¿qué productos comprarían?, ¿qué ofrecerían para invitar?, ¿qué se podría preparar? Tengan en cuenta el número de personas.



Grupo clase

Actividad 8: Reflexionan y evalúan la actividad

- Finalmente, los estudiantes reflexionan y responden las siguientes preguntas:
 - ¿Qué les pareció la actividad?
 - ¿En qué se parece nuestro mercadito al que visitamos?
 - ¿Tuviste dificultad para comprar con el billete de cincuenta? ¿Te dieron el vuelto correcto?
 - ¿Haces compras (mandados) en casa?
 - ¿Cómo harías para comprar en grandes cantidades?



La capacidad de argumentar se propicia realizando muchas interrogantes para que los estudiantes indaguen, exploren, experimenten, formulen ejemplos y contraejemplos.

La resolución implica tener tiempo para pensar y explorar, cometer errores, descubrirlos y volver a empezar.



Grupo clase

Actividad 1: Primera semana
Visitan el mercado del barrio y recogen información

- El docente solicita apoyo a los padres para que junto con sus hijos visiten el mercado, donde los niños tomarán nota de lo siguiente:
 - a) ¿Cómo funciona el mercado?
 - b) ¿Qué productos se venden? ¿Qué instrumentos utilizan? ¿Cómo es la infraestructura?
 - c) ¿Cómo se venden los productos al por mayor: por unidad, por kilogramo, etc.?
 Además, averiguarán los precios de los productos que deseen vender.
- A continuación, pide a los estudiantes que elaboren una tabla para que sistematicen la información recogida, describan lo que vieron y anoten los precios de algunos productos. Luego, comparten la información con su grupo y elaboran un cuadro consolidado.

Visita al mercado: ¿Qué encontramos?		
Puesto	Descripción	Precio
Frutas		
Abarrotes		
Juguetes		

En este cuadro los niños usan expresiones matemáticas para comunicar información relacionada con los precios y magnitudes de una situación vivencial, desarrollando la capacidad de representación.



En grupo

Actividad 2: Se informan sobre el producto que van a vender

- El profesor solicita a los estudiantes que entrevisten a los vendedores de frutas:
 - a) ¿Cuál es la temporada de cada fruta? ¿Cuánto tiempo dura la temporada?
 - b) ¿Cuál es el costo por kilo de la fruta? ¿Al día cuantos kilos de fruta vende?
 - c) ¿Compra todos los días la fruta para vender? ¿Cuánto gasta en transporte?



En grupo

Actividad 3: Planifican y organizan el juego

- Los niños asumen el papel de proveedores y vendedores.
- El docente les pide que hagan un listado mínimo de los productos que pueden vender y que elaboren un catálogo de productos con sus respectivos precios, clasificados por categorías, para la venta de una fruta de temporada.
- También que elaboren una lista de qué se necesita para armar un mercadito.

¿Qué necesito para armar mi mercadito?		
Materiales/Productos	Cantidad en un día de venta	Cantidad en una temporada

- Luego, organiza junto con los estudiantes el espacio físico en el cual habilitarán los puestos con los materiales de juego. Ellos pueden traer cajas recicladas limpias, fotos de encartes, y elaborar prendas de vestir con papel periódico.
- A continuación, les pide que elaboren un recibo para hacer un pedido de frutas al proveedor.

Recibo:.....			
Fecha:.....			
Producto	kg	Costo unitario	Costo total

Actividad 4: Elaboran billetes y monedas

- Como para comprar se necesitan billetes y monedas, es importante planificar cuánto dinero quieren tener. Entonces, el profesor les pide que organicen en un cuadro cuántos billetes y monedas van a elaborar y cuánto dinero tendrán para esta actividad.

Tipos de billetes	Cantidad de billetes	Monto obtenido
10		
20		
50		
Monedas	Cantidad de monedas	Monto obtenido
1		
2		
5		
Monto total		



Grupo clase

Actividad 5: Representan de diferentes formas

- El docente solicita a los niños que cuenten el dinero entregado y representen el total usando el material Base diez, el ábaco y el tablero de valor posicional, en unidad de millar, centenas, decenas y unidades, y mediante descomposiciones aditivas.



En grupo

Actividad 6: Realizan un sociodrama

- El profesor les pide que hagan una simulación de cómo harían una transacción de compra-venta y luego que expliquen cómo la resolvieron, escribiendo operaciones matemáticas o mediante gráficos.



En pareja

Actividad 7: Resuelven situaciones

- Plantea a los estudiantes una situación:
Si tuvieras que ir a un campamento, ¿qué productos comprarías? Recuerda que a un campamento se lleva una mochila, una bolsa de dormir, ropa necesaria, alimentos y artículos de higiene personal.
- En esta otra situación, les pide que, en sus cuadernos, anoten el plan de gastos que van a realizar y las operaciones necesarias:
Si tuvieran que recaudar dinero para apoyar solidariamente a una familia, ¿qué actividad pro fondos podrían organizar?, ¿qué materiales necesitarían comprar?, ¿a cuánto venderían cada producto? Consideren que 100 personas lo comprarán.



Matematizar implica traducir un problema de contexto real al mundo matemático; en este sentido, simular la venta y compra en un mercado ofrece posibilidades de identificar matemáticas relevantes en un contexto real. Plantear interrogantes y formas de solución es “hacer matemática”.



Grupo clase

Actividad 8: Reflexionan y evalúan la actividad

Finalmente, los estudiantes reflexionan y responden:

- ¿Qué les pareció la actividad?
- ¿Por qué crees que se venden productos por unidad y por kilogramos?
- ¿Por qué crees que el mercado está organizado en “puestos”?
- ¿En qué se parece nuestro mercadito al que visitamos?
- ¿Crees que es importante dar recibo cuando se vende? ¿Por qué?



Grupo clase

Actividad 1: Primera semana
Visitan el mercado del barrio y recogen datos

- El docente solicita apoyo a los padres para que junto con sus hijos visiten el mercado, donde los niños tomarán nota de lo siguiente:
 - a) ¿Cómo funciona el mercado?
 - b) ¿Cuántos puestos tiene el mercado?
 - c) ¿En cuántos puestos venden papa?
 - d) ¿Cuántas clases de papas reconoces?
 - e) Si compraras papas pequeñas, ¿cuántas habría aproximadamente en un kilogramo?
 - f) En el caso de papas medianas, ¿cuántas habría aproximadamente en un kilogramo?
 - g) ¿Y cuántas papas grandes habría en un kilogramo?

Además, preguntarán en cada puesto:
 ¿Cuántos kilogramos de papa venden al día, aproximadamente?

Recoger información del entorno, para luego tomar buenas decisiones, es muy importante. En esta actividad, los estudiantes investigan sobre la venta de papa en un puesto de mercado y podrían concluir si el negocio es rentable o no para el propietario.

Tipo de papa	Cantidad aproximada de papas en un kilo	Kilogramos vendidos en un día	Kilogramos vendidos en 30 días	Cantidad de papas vendidas en 30 días

Denominación de la papa	Precio de un kilogramo	Kilogramos vendidos en un día	Dinero recaudado en 30 días
Yungay			
Amarilla			
Huayro			

- A continuación, pide a los estudiantes que elaboren una tabla para que sistematicen la información recogida, describan lo que vieron y anoten los precios de algunos productos. Luego comparten la información con su grupo y elaboran un cuadro consolidado.



En grupo

Actividad 2: Segunda semana Planifican y organizan el juego

- Los niños asumen el papel de proveedores y vendedores.
- El profesor les pide que hagan un listado mínimo de los productos que pueden vender y que elaboren un catálogo de productos con sus respectivos precios, clasificados por categorías, para la venta de dos tipos de papa.
- También que elaboren una lista de lo que se necesita para armar el mercadito.

¿Qué necesito para armar mi tienda?		
Materiales/Productos	Cantidad en un día de venta	Cantidad en una temporada

- A continuación, organiza con los estudiantes el espacio físico en el cual habilitarán los puestos con los materiales de juego. Ellos pueden traer cajas recicladas y limpias, fotos de encartes, y elaborar prendas de vestir con papel periódico.
- Luego, les solicita que elaboren un recibo para hacer un pedido de diferentes tipos de papas al proveedor, en un intervalo de tiempo de 30 días.

Recibo:.....			
Fecha:.....			
Producto	kg	Costo unitario	Costo total

Actividad 3: Tercera semana Elaboran billetes y monedas

- Como para comprar se necesitan billetes y monedas, es importante planificar cuánto dinero quieren tener. Entonces, el docente les pide que escriban en un cuadro la cantidad de billetes y monedas que van a elaborar y que calculen el total.

Tipos de billetes	Cantidad de billetes	Monto obtenido
10		
20		
50		
100		
200		
Monedas	Cantidad de monedas	Monto obtenido
10 céntimos		
20 céntimos		
50 céntimos		
1		
2		
5		
Monto total		



Grupo clase

Actividad 4: Representan de diferentes formas

- El profesor solicita a los niños que cuenten el dinero entregado y representen el total usando el ábaco, según su valor posicional, realizando descomposiciones aditivas y multiplicativas.

Por ejemplo, si el dinero entregado hubiera sido 145,85 nuevos soles:

Tablero de valor posicional	Su lectura	En sumandos	En billetes y monedas												
	1 centena	$100 + 40 + 5 + 0,8 + 0,05$													
	4 decenas	$100 + 30 + 15 + \frac{8}{10} + \frac{5}{100}$													
	5 unidades	$100 + 30 + 15 + 0,80 + 0,05$													
	8 décimos y	$100 + 30 + 15 + 0,70 + 0,15$													
	5 centésimos														
<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th>C</th> <th>D</th> <th>U</th> <th>,</th> <th>d</th> <th>c</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4</td> <td>5</td> <td></td> <td>8</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>	C	D	U	,	d	c	1	4	5		8	5			
C	D	U	,	d	c										
1	4	5		8	5										



En grupo

Actividad 5: Realizan un sociodrama

- El docente les pide que hagan una simulación de cómo harían una transacción de compra-venta y que expliquen cómo la resolvieron, escribiendo operaciones matemáticas o mediante gráficos.



En pareja

Actividad 6: Resuelven otras situaciones

- Plantea a los estudiantes las siguientes situaciones, en las que les pide que anoten, en sus cuadernos, el plan de gastos que van a realizar y las operaciones necesarias.
- Si tuvieran que organizar una fiesta en el aula, ¿qué productos comprarían?, ¿qué ofrecerían para invitar?, ¿qué se podría preparar?, ¿cuánto dinero se necesitaría?, ¿cómo se distribuiría el gasto entre los compañeros del aula?
- Si tuvieran que organizar una actividad, con el fin de recaudar dinero para un paseo o para apoyar solidariamente a algún compañero, ¿qué actividad pro fondos podrían organizar?, ¿qué materiales necesitarían comprar?, ¿a cuánto venderían cada producto?, ¿cuánto capital o dinero inicial necesitarían?, ¿cuál sería la ganancia?, ¿dónde podrían comprar las cosas para que sea más barato?, ¿quiénes serían los clientes? Elaboren una lista de sus potenciales compradores. Consideren que serán 100 personas.
- Si tuvieran que habilitar una tienda que venda todo al “por mayor”, ¿qué necesitarían?, ¿cuánto dinero sería necesario para la inversión?, ¿qué productos venderían? Calculen el costo de los productos por docenas, cientos, paquetes, etc.



Grupo clase

Actividad 7: Reflexionan y evalúan la actividad

- El docente plantea las siguientes preguntas:
 - ¿Qué actividad realizaron?
 - ¿Fue fácil obtener la cantidad de papas vendidas en un mes?
 - ¿Qué relación existe entre la cantidad de papas vendidas en el día y las que se venden en un mes?
 - ¿Por qué es importante los recibos en una situación de compra y venta?

Tres preguntas para mejorar mi práctica docente:

1. ¿Qué ideas personales sobre lo que saben los estudiantes, el aprendizaje y la enseñanza de números y operaciones he cambiado, como fruto de esta experiencia?
2. ¿Cómo puedo mejorar esta situación planteada?
3. ¿Qué otro problema podría plantear a mis estudiantes para consolidar el aprendizaje?

2. LABORATORIO MATEMÁTICO

¿Cuántas personas hay?

Situación problemática:

Hojeando el diario, a Marta le pareció interesante ver un anuncio donde aparecía un gran grupo de personas. Ella se preguntó: ¿Puedo hacer una estimación de cuántas personas hay sin contar? ¿Podría saber cuántas personas habrá en total?



Esta actividad de indagación, apoyada en materiales gráficos, se realiza con la finalidad de que los niños exploren la utilidad de los números para codificar, nombrar, comparar, medir, etc., en diversas situaciones.

A partir de esta situación, se desarrollan actividades para que escriban, lean y representen los números con sentido.

En muchas ocasiones, los estudiantes emplean los números naturales para decir la fecha, una dirección, un número telefónico, etc. En esta actividad, los estudiantes buscarán números en medios escritos, como periódicos, revistas y encartes publicitarios, lo que permitirá reflexionar sobre la utilidad e importancia de los números en nuestra vida.

Indicadores:

- Explora y describe en situaciones de diversos contextos, las nociones de números naturales a partir de la información encontrada en medios escritos.
- Expresa decimales en forma gráfica y simbólica, a partir de la información encontrada en medios escritos.
- Expresa cantidades, en forma concreta, gráfica (la recta numérica, el tablero posicional, etc.) y simbólica.
- Usa expresiones simbólicas para expresar medidas de longitud (kilómetros, metros) en la resolución de situaciones problemáticas.

Contexto:

Situación de indagación y de experimentación.

Grado:

Tercer grado

Conocimientos:

- Números naturales: representación.
- Estrategias de conteo.
- Números ordinales.

Tiempo:

2 sesiones

Sirve para:

- Buscar números en la prensa escrita y explicar su función en cada uno de los contextos.
- Realizar conexiones entre la matemática y las situaciones cotidianas.

Qué necesitas:

- Diarios, revistas, encartes, tijeras, gomas, cuaderno de trabajo.
- Texto del grado.

Conocimientos previos:

- Números ordinales.
- Estrategias para contar.



En pareja

Actividad 1: Exploran e indagan

- El docente reparte periódicos y el resto del material (un periódico por cada dos niños).
- Les dice que son investigadores matemáticos y que tienen la siguiente misión:

Misión: Buscar imágenes grandes donde se visualicen grupos numerosos de personas en noticias, avisos, artículos, revistas, etc., y recortarlas.



Promover espacios de diálogo, para hacer y responder preguntas, desarrolla la capacidad de comunicar.



Grupo clase

Actividad 2: Comprenden el problema

- El docente presenta la situación problemática y les explica que cada pareja usará uno de los recortes que encontró.
- El docente pregunta para orientar la comprensión de la situación problemática.
 - a) ¿De qué se trata? Dilo con tus propias palabras.
 - b) ¿Qué información numérica te dan en la noticia?
 - c) ¿Qué es lo que te pide el problema?



Grupo clase

Actividad 3: Diseñan y adaptan una estrategia

- A continuación, formula preguntas para propiciar el intercambio de ideas y estrategias:
 - a) Antes de usar tu lápiz, piensa en la forma como podrías resolver el problema.
 - b) ¿Has visto alguna vez un problema parecido?
 - c) ¿Qué estrategia podrías usar para estimar o decir a simple vista si hay más o menos de 100 personas?
 - d) ¿Te puede ayudar la forma como están dispuestas las personas?
 - e) ¿Qué estrategia usarías para contar sin equivocarte?



Individual

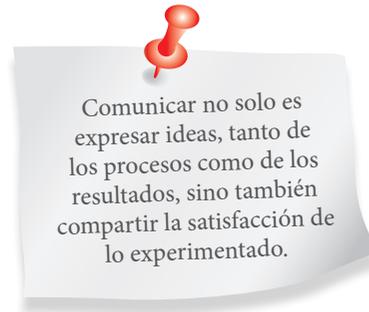
Actividad 4: Ejecutan la estrategia

- El docente monitorea el trabajo en el aula promoviendo la aplicación de sus propias estrategias. Luego, propicia que sean expuestas en la pizarra y, a partir de ellas, genera un espacio de discusión sobre las estrategias más eficaces. Si no se observa una estrategia eficaz entre los estudiantes, será oportuno sugerirles las siguientes estrategias:
- Cuenta a cada persona, coloca en la tabla un palote por cada una. Cierra cada 5.



Conteo	Cantidad
### ###	10
Total	

- Agrupa cada 10 personas, encerrándolas con una línea. Cuenta cuántos grupos de diez has hallado. Luego, calcula la cantidad total de personas.



Grupo clase

Actividad 5: Reflexionan

Para que reflexionen y evalúen la actividad, el docente puede plantearles lo siguiente:

- Tu estimación se acercó al resultado luego de contar. ¿Cuánto te faltó?
- ¿Cuál fue la estrategia de conteo más eficaz? Explica tus procedimientos.
- ¿Es fácil o difícil hacer estimaciones?
- ¿Te ayudó la disposición de las personas para hacer el conteo?
- ¿Esta cantidad de personas entraría en el patio de tu escuela?



En pareja

Actividad 6: Realizan actividades de extensión

- Representa la cantidad obtenida usando el material Base diez, el ábaco y el tablero de valor posicional, usando centenas, decenas y unidades, y mediante sumandos.

Por ejemplo:

Si la cantidad contada fue de 164 personas, podemos representarla de diferentes maneras:

Material Base 10	Ábaco	Tablero de valor posicional	En centenas, decenas y unidades	Sumandos						
		<table border="1"> <tr> <td>C</td> <td>D</td> <td>U</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> </table>	C	D	U	1	6	4	1C 6D 4U 1C 5D 14 U 6D 4U 1C 15 D 14 U	100+60+4 100+50+14 150+14 160+4
C	D	U								
1	6	4								

Luego, presenta otras situaciones en las que se tenga la necesidad real de contar cantidades grandes. Por ejemplo:

- Los vasos, los platos y las cucharitas descartables que se tienen que comprar para la fiesta de fin de año.
- Las invitaciones que se deben enviar, con motivo de una función de cine pro fondos para la chocolatada navideña.

3. LABORATORIO MATEMÁTICO

Investigamos números en las noticias

Situación problemática:

A Pedro y su familia les gusta hacer deporte. Ellos vieron un afiche publicitando una caminata familiar. Pedro quedó intrigado con dos números que no comprendía, 8.5 k y 10:00 a.m. ¿Cuál es el significado de 8.5 k?

Ayuda a Pedro a entender qué es lo que quiere decir la información.

En muchas ocasiones, los estudiantes emplean los números naturales para decir la fecha, una dirección, un número telefónico, etc. En esta actividad, los estudiantes buscarán números en textos escritos de periódicos, revistas, encartes publicitarios, que servirá de medio para reflexionar sobre su utilidad y la importancia de los números en nuestra vida.



Indicadores:

Construcción del significado y uso de expresiones fraccionarias, decimales y porcentuales en situaciones problemáticas de medida, compra venta.

- Experimenta y describe la relación entre fracción decimal, número decimal y porcentaje (razón: parte - todo).
- Expresa fracciones, fracción decimal, decimales y porcentajes, en forma concreta, gráfica y simbólica.
- Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números decimales en unidades, décimo y centésimo para resolver situaciones problemáticas.

Construcción del significado y uso de las relaciones de cambio en situaciones problemáticas cotidianas de medida y de diversos contextos

- Experimenta y describe la relación de cambio entre dos magnitudes y expresa sus conclusiones.
- Usa las relaciones de equivalencia entre unidades de masa, longitud, tiempo y entre valores monetarios.

Contexto:

Situación de indagación y de experimentación.

Grado:

Sexto grado

Conocimientos: <ul style="list-style-type: none"> Números naturales. El número para medir. Números decimales. 	Tiempo: 2 sesiones
Sirve para: <ul style="list-style-type: none"> Buscar números en la prensa escrita y decir sobre su función en cada uno de los contextos. Realizar conexiones entre la matemática y las situaciones cotidianas. 	
Qué necesitas: <ul style="list-style-type: none"> Diarios, revistas, encartes, tijera, gomas, cuaderno de trabajo. Texto del grado. 	
Conocimientos previos: <ul style="list-style-type: none"> Números ordinales. Medidas de tiempo y longitud. 	



En pareja

Actividad 1: Explora e indaga

- El docente pregunta a los estudiantes:
¿Para qué sirven? ¿En dónde se usan?
- Reparte los periódicos y el resto del material (un periódico por cada niños).
- Les dice que son investigadores matemáticos que tienen una misión:
Misión: Buscar números en las noticias, títulos, avisos, artículos, etc., y encerrarlos con un plumón de color.
- Solicita a los niños que recorten lo encontrado y que luego indiquen debajo para qué sirven los números que encerraron.



En pareja

Actividad 2: ¿Para qué se usan los números? Registra la información

- El profesor presenta la situación problemática y el afiche.
- Realiza preguntas para interpretar la información que hay en el afiche:
 - ¿De qué se trata?
 - ¿Quién lo promueve?
 - ¿Qué dato es importante para asistir puntualmente?
 - Los datos son precisos, ¿qué símbolos matemáticos conoces?, ¿qué significan?
 - ¿Cuál es el objetivo del afiche?

En este caso se encontró:

- 2012: señala el año en el que se realiza la caminata.
- 5.^ª es un número ordinal que indica que es la quinta vez que se realiza el evento y al parecer es cada año, lo que les puede llevar a inferir: ¿en qué año ocurrió la primera caminata?, ¿cuántos años tenían ustedes?
- 8.5 k: señala la distancia que se recorrerá en la caminata. En las noticias siempre van a aparecer errores como este, la abreviatura correcta de kilómetros es km. La distancia que habría que caminar es 8 kilómetros y medio.
- 10:00 a.m. señala que la hora de inicio de la caminata es a las diez de la mañana.

- Registra en la siguiente tabla la información encontrada, por ejemplo:

Número encontrado	Tipo de número / El número indica una ...	Descripción. ¿Para qué se utiliza en este contexto?
5. ^ª	Ordinal	Indica que es la quinta vez que se realiza un evento de este tipo.
8.5 k	Medida de longitud	Debe decir 8,5 km. Indica la distancia que se camina.

Actividad 3: Representen los números decimales encontrados usando diversas representaciones

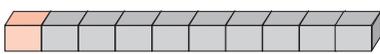
- a. Representación en el tablero de valor posicional.

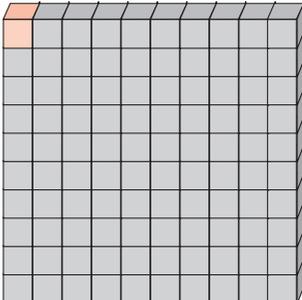
D	U	,	d
	8	,	5

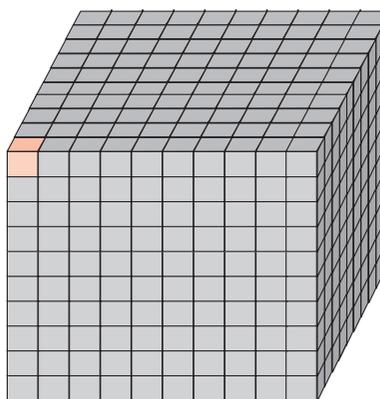
Se lee:
8 unidades 5 décimos

- b. Representación con material Base diez.

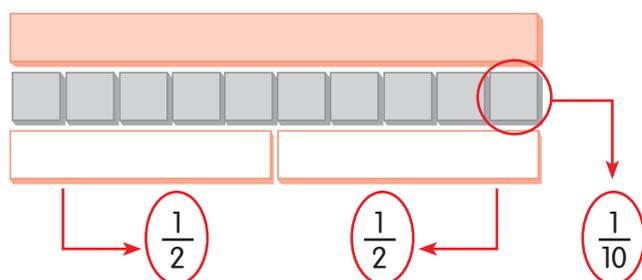
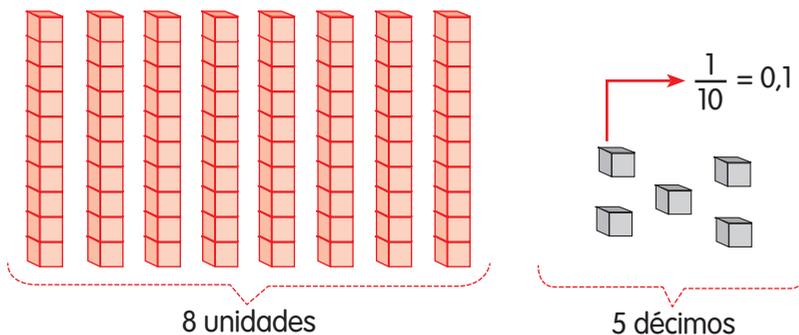
- Para el caso de los números decimales, las piezas del material Base diez tienen otros valores relativos:
 - Si los niños usan hasta los décimos, basta utilizar la barra como unidad y el cubito como décimo.
 - Si trabajan hasta centésimos, usarán la placa como unidad, la barra como décimo y el cubito como centésimo.
 - Si trabajan hasta milésimos, usarán el cubo como unidad, la placa como décimo, la barra como centésimo y el cubito como milésimo.

$$\frac{1}{10} = 0,1 \rightarrow$$


$$\frac{1}{100} = 0,01 \rightarrow$$


$$\frac{1}{1000} = 0,001 \rightarrow$$


Con el material Base 10, la representación de 8 unidades 5 décimos quedaría así:

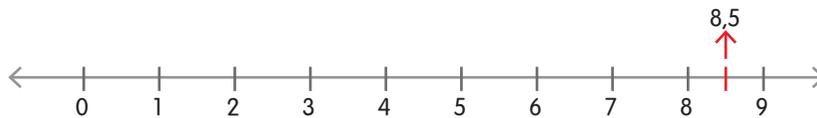


c. De otro lado, si usamos las regletas para fracciones equivalentes, observa que $\frac{5}{10}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$.

De los gráficos anteriores se desprende la representación simbólica de 8,5. Usando fracciones decimales y descomposiciones aditivas se podría representar de esta manera:

En fracción decimal	En expresión decimal
$8,5 = 8 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$	$8,5 = 8 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1$
$8,5 = 8 + \frac{5}{10}$	$= 8 + 0,5$
$8,5 = 8 + \frac{1}{2}$	$= 8,5$

d. Usando la recta numérica.



- Observa que en el afiche se está escribiendo con punto, habría que aclarar que es una notación que se usa también para escribir una expresión decimal. También en las calculadoras se hace uso del punto.
- ¿Cuál es el significado de 8,5 km? La distancia a recorrer se representada así: $8 \text{ km} + \frac{1}{2}$, se lee 8 kilómetros y medio.
- Solicita a los estudiantes que formulen sus propios números decimales y realicen sus variadas representaciones.



En grupo

Actividad 4: Convierte kilómetros a metros

- Completa las siguientes tablas, descubriendo el patrón. Explica cómo hallaste los espacios en blanco.

Distancia (km)	Distancia (m)	Distancia (km)	Distancia (m)	Distancia (km)	Distancia (m)
1	1000	1	1000	$1 \frac{1}{2}$	1500
2	2000	$\frac{1}{2}$		$2 \frac{1}{2}$	
5		$\frac{1}{4}$		$6 \frac{1}{2}$	
8		$\frac{1}{8}$		$8 \frac{1}{2}$	



Grupo clase

Actividad 5: Generalizamos

- ¿Cómo se pueden representar los números decimales? Explica con un ejemplo.
- ¿Puedes realizar conversiones de medidas de longitud y tiempo con deducciones lógicas, empleando cálculos simples? Explica tu procedimiento con ejemplos.

4. TALLER

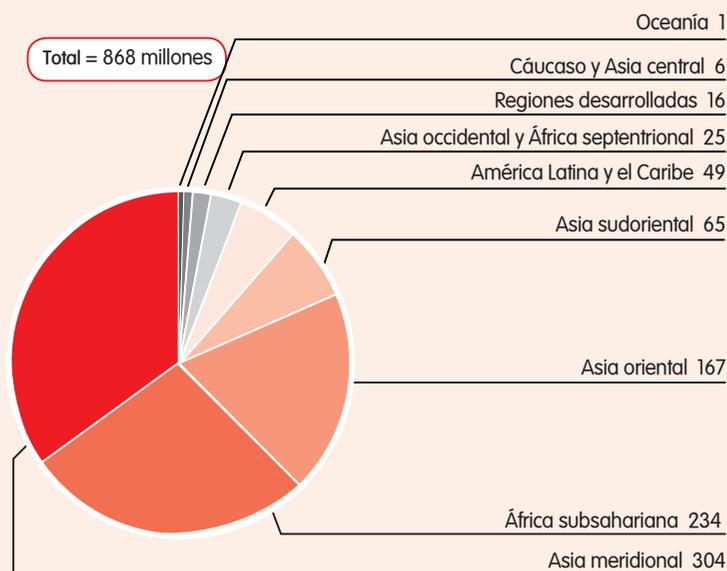
Hambre en el Perú y en el mundo

Situación problemática:

Hoy en día hay 870 millones de personas desnutridas en el mundo. Esto significa que al menos una de cada seis personas no tiene alimentos suficientes para estar saludable y llevar una vida activa. El hambre y la desnutrición son consideradas, a nivel mundial, el principal riesgo a la salud, más que el SIDA, la malaria y la tuberculosis juntas. Entre las principales causas del hambre están los desastres naturales, los conflictos, la pobreza, la falta de infraestructura agrícola y la sobreexplotación del medioambiente. Recientemente, el número de personas con hambre ha aumentado debido a las crisis financieras y económicas.

Observa el gráfico circular:

Distribución de la subnutrición en los países en desarrollo, por región, 2010-12 (millones)



Fuente: FAO

Según el gráfico circular, realiza lo siguiente:

- Ordena los datos en una tabla de menor a mayor.
- ¿Cuál es la cantidad total de personas que sufren hambre en el mundo? ¿Cómo comprobarías tu respuesta? ¿Puedes redondear los resultados parciales y el total?
- ¿Cuál es el continente de mayor y menor cantidad de personas en el mundo que tienen problemas de desnutrición?

Según el estudio del "Mapa de Vulnerabilidad a la Desnutrición Crónica Infantil desde la perspectiva de la pobreza, 2010", realizado por el Programa Mundial de Alimentos de las Naciones Unidas (PMA) y el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD), se revela que existen 383 distritos del Perú que presentan un muy alto nivel de vulnerabilidad a la desnutrición crónica infantil. En estos distritos viven más de 300 000 niños menores de 5 años, que tienen una probabilidad del 87 % de caer en desnutrición.

Por otro lado, se registran 474 distritos, donde viven más de 298 000 niños menores de 5 años, que presentan una vulnerabilidad alta de tener desnutrición crónica. Esto significa que más de 600 000 niños tienen una alta o muy alta vulnerabilidad a la desnutrición crónica y que de los 1834 distritos del Perú, en cerca de la mitad de ellos (46,7 %) los niños tienen un alto o muy alto riesgo de tener desnutrición crónica.

Las regiones donde más del 50 % de sus centros poblados tienen una vulnerabilidad alta y muy alta a la desnutrición crónica infantil son: Huánuco (73 %), Cajamarca (69 %), Piura (62 %), Ayacucho (61 %), Huancavelica (60 %), La Libertad (59 %), Cusco (59 %), San Martín (56 %), Apurímac (52 %) y Amazonas (50 %). Estos centros poblados están dispersos especialmente en la sierra y selva del país.

<http://www.inversionenlainfancia.net/index.php?/blog/noticia/292>

Según esta información sobre el Perú, realiza lo siguiente:

- Elabora una tabla para presentar las regiones con mayor vulnerabilidad a la desnutrición crónica y ordena los datos de menor a mayor porcentaje.
- Aproximadamente cuántos niños en el Perú son vulnerables a sufrir de desnutrición crónica.
- El Perú se encuentra en América Latina. Según el gráfico circular, ¿cuántos millones de personas sufren el problema de desnutrición en América Latina y el Caribe? Compara esta información con la del Perú.

<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> Expresa porcentajes en forma gráfica (tablas y cuadros) y simbólica, a partir de información presentada en medios escritos. Establece relaciones de comparación entre porcentajes, para resolver situaciones problemáticas. Establece relaciones de comparación entre cantidades con números naturales de más de seis cifras, para resolver situaciones problemáticas. Aplica diversas estrategias para estimar números de hasta seis cifras Usa estrategias de representación gráfica, para resolver situaciones problemáticas que implican el cálculo de porcentajes. 	<p>Contexto: Situación social. Espacio de indagación y puesta en práctica.</p>
	<p>Grado: Sexto grado</p>
<p>Conocimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Números naturales muy grandes. Diagramas de barras, lineales. 	<p>Áreas afines: - Personal Social - Ciencia, Tecnología y Ambiente</p>
<p>Sirve para:</p> <ul style="list-style-type: none"> Realizar conexiones entre la matemática y situaciones de contexto real. Interpretar y organizar información numérica mediante gráficos y cuadros. 	<p>Tiempo: 2 sesiones</p>
<p>Qué necesitas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Libro del grado. Internet para ampliar la información. 	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Sistema de numeración decimal. Gráficos de barras y circulares. 	



Grupo clase

Actividad 1: Comprendo el problema

- ¿De qué trata el texto?
- ¿Qué significa desnutrición?
- ¿Cuáles son las causas del hambre en el mundo?
- ¿Conoces los continentes del mundo y las regiones del Perú? Ubícalas en un mapamundi o planisferio.
- ¿Cómo saber si estás desnutrido? ¿A quién pedirías ayuda?
- ¿Cómo puedes mejorar tu alimentación para evitar la desnutrición?
- ¿Qué te piden en el problema? Dilo con tus propias palabras.



En pareja

Actividad 2: Diseño y adapto una estrategia

- ¿Has visto alguna vez un problema parecido?
- ¿Qué recursos puedes usar para resolver el problema?



En pareja

Actividad 3: Aplico la estrategia

- Recorre el salón y selecciona dos o más estrategias que usaron los niños para resolver el problema, incluso las no rutinarias o las que tengan error, para que a partir de esta estrategia aprendan del error. Que los niños vean que se puede aprender a partir del error y que equivocarse no es malo, sino que es parte de la construcción del conocimiento.
- Que los niños completen esta tabla con la información del gráfico circular de la FAO y la información en porcentajes del Perú.

TABLA 1

Continente	Millones de personas	Redondeo a la decena más cercana
	Total:	Total:

- Observa una estrategia para calcular porcentajes, estableciendo relaciones multiplicativas entre los números.

	Porcentaje (%)	Número	
	100	800	
$\div 2$	50	400	$\div 2$
$\div 2$	25	200	$\div 2$
	10	80	
$\times 7$	70	560	$\times 7$

Diagram illustrating a strategy for calculating percentages by establishing multiplicative relationships between numbers. The table shows percentages and corresponding numbers, with arrows indicating the operations used to derive the values.

TABLA 2:

- Completa esta tabla con los datos de las regiones ordenados de menor a mayor porcentaje. Calcula la cantidad de niños según el porcentaje dado.

Regiones del Perú con niños menores de 5 años vulnerables a la desnutrición	Porcentaje redondeado a la decena más próxima	Cantidad de niños
	Total: 100 %	600 000

- A partir de la información en porcentajes, elabora un gráfico de barras.
- ¿Cómo comparas dos cantidades?
- ¿Cuál sería la respuesta al problema planteado?



En pareja

Actividad 4: Reflexiono y evalúo la actividad

- ¿Qué te pareció la actividad?
- ¿Cómo te diste cuenta de que nuestro país también tiene problemas de desnutrición?
- ¿Por qué crees que el Perú está en un nivel alto de vulnerabilidad en relación con la desnutrición crónica infantil?
- ¿Qué alimentos recomendarías para evitar la desnutrición infantil en tu región?
- ¿Te pareció fácil o difícil desarrollar la actividad? ¿Por qué?

5. TALLER

Jugamos a los acertijos numéricos

Situación problemática:

- a) ¿Qué necesitas? Tarjetas numeradas del 0 al 9 para cada jugador.
- b) ¿Cómo se organiza? Se escriben, en una cuarta parte de un papel, estos acertijos numéricos:

¿Qué número soy?

Mis cifras son 2, 3, 5, 6 y 8.

Soy par.

Si me lees de izquierda a derecha,
las cifras están ordenadas de forma
descendente.

¿Qué número soy?

Mis cifras son 7, 8, 0 y 4.

Soy impar.

Mi cifra de las decenas es
mayor que las otras.

Tengo cuatro cifras.

¿Qué número soy?

Tengo cuatro cifras.

Mi cifra de las decenas y la de mis unidades coinciden con las
del número 685.

Mi cifra de las centenas coincide con la del número 753.

Soy menor que 2000.

¿Qué número soy?

Tengo cinco cifras diferentes.

Soy par.

No tengo cifra impar.

Si me lees de derecha a izquierda,
mis cifras están ordenadas en forma
ascendente.

¿Qué número soy?

Tengo cinco cifras iguales.

Soy impar y mayor que 88 888.

- Se forman parejas.
- c) ¿Cómo se juega?
- Se lee un acertijo y cada pareja usa las tarjetas numeradas para representar las cantidades del acertijo y encontrar el número indicado.
 - Quien logre descubrir el acertijo dice ALTO.
 - Quien lo resuelva obtiene un punto. La pareja que obtenga mayor puntaje es la ganadora de los acertijos.

<p>Indicadores: Construcción del significado y uso de los números naturales en situaciones problemáticas de medir y ordenar en contextos económico, social y científico</p> <ul style="list-style-type: none"> • Explora y describe las nociones de números naturales hasta seis cifras en situaciones cotidianas para medir y ordenar. • Expresa cantidades de hasta seis cifras, en forma gráfica y simbólica. • Aplica diversas estrategias para estimar números de hasta cinco cifras. • Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta seis cifras en unidad de millar, centenas, decenas y unidades, para resolver situaciones problemáticas. 	<p>Contexto: Situación lúdica. Espacio de puesta en práctica.</p> <p>Grado: Quinto grado.</p>
<p>Conocimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistema de numeración según su valor posicional. 	
<p>Sirve para:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Resolver problemas numéricos referidos al valor posicional, en forma entretenida. 	<p>Tiempo: 1 sesión.</p>
<p>Qué necesitas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Libro del grado, distribuido por el Ministerio de Educación. • Tarjetas numéricas del 0 al 9. • Lápiz, hoja de apuntes. 	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistema de numeración decimal. 	



Grupo clase

Actividad 1: Comprenden el problema

- Antes de que los niños resuelvan los problemas, el docente propicia un espacio de diálogo entre los propios estudiantes para asegurar la comprensión de cada problema.
 - a) Puedes decir el problema con tus propias palabras.
 - b) ¿Qué te piden?
 - c) ¿Qué significa la palabra “cifra”? ¿Y la palabra “descendente”? Explica con un ejemplo.
 - d) Haz una simulación de la situación con números de tres cifras.



En pareja

Actividad 2: Piensan en un plan

- Formula a los estudiantes las siguientes preguntas:
 - a) ¿Has visto alguna vez un problema parecido?
 - b) ¿Qué recursos puedes usar para resolver el problema? Comparte tus estrategias con tu compañero.



En pareja

Actividad 3: Aplican la estrategia

- El profesor permite que los niños descubran que este tipo de problemas tiene varias respuestas. Selecciona dos o más respuestas y abre el espacio para que los niños expliquen cómo lo hicieron.
 - a) ¿Qué estrategia usaron los niños para descubrir la respuesta?
 - b) ¿Cuántas respuestas hallaron para un solo problema?
 - c) Los niños escriben en una tabla sus respuestas.
 - d) Podrían usar el tablero de valor posicional, como en el ejemplo.

PROBLEMA 1				
DM	UM	C	D	U

PROBLEMA 2				
DM	UM	C	D	U



En pareja

Actividad 4: Reflexionan

- El docente propicia que los niños comprueben sus respuestas, mediante la relectura del problema, verificando que cumplan cada una de las condiciones. Para ello, les podemos preguntar:
 - ¿Cómo estás seguro de tu respuesta? Si alguno de los niños no puede responder, el profesor lo alienta o propone a otro compañero para que lo ayude a explicar.
- Finalmente, propone a los niños que creen otros acertijos.

4.2 Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a las fracciones

1. PROYECTO

Celebramos los cumpleaños del mes

<p>Conocimientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Fracción. • Operaciones con fracciones homogéneas. • Comparación de fracciones. • Fracciones equivalentes. 	<p>Grado: Cuarto grado</p>
<p>Contexto:</p> <p>En el aula de cuarto grado, como parte de la celebración de los cumpleaños de cada mes, se propone el desarrollo de varias actividades para construir la noción de fracción y operaciones de adición y sustracción con fracciones homogéneas.</p>	
<p>Propósitos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Organizar la celebración de los cumpleaños del mes. • Simular la división de una torta en partes iguales, para construir la noción de fracción y operaciones de adición y sustracción. 	
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noción de mitad. • Noción de doble. • Problemas aditivos de agregar, quitar, comparar. 	<p>Tiempo: 4 sesiones de 45 minutos</p>
<p>Actividades:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Eligen el día y la hora de la celebración. • Elaboran la relación de invitados y la lista de las cosas que necesitan para compartir y ambientar el aula. • Elaboran un presupuesto. • Se organizan en grupos para las tareas de limpieza, decoración, atención, etc. • Se desarrollan las siguientes sesiones: construcción de la noción de fracción, comparación de fracciones, adición y sustracción de fracciones. • Evalúan el antes, durante y después de la celebración de cumpleaños. 	<p>Productos parciales o totales del estudiante: Relación de invitados. Lista de materiales. Presupuesto. Lista de grupos de trabajo.</p>

A continuación, presentamos una actividad que se articula con este proyecto, en la que se construye la noción de fracciones usuales como parte todo, con cantidades continuas con denominadores 2, 4 y 8.

La fracción: "Partimos la torta"

Laboratorio

<p>Situación problemática:</p> <p>Planteamos a los estudiantes la siguiente situación:</p> <p>En una fiesta infantil, hay 4 mesas con niños y se necesita partir una torta rectangular en partes iguales para cada mesa. ¿Qué parte le toca a cada mesa? ¿Cómo se escribe esa parte en números?</p>	
<p>Indicadores:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimenta y describe en situaciones cotidianas la noción de fracción: parte de un todo • Expresa fracciones usuales (con denominador 2, 4, 8, 5, 10, 3 y 6), y fracciones equivalentes, en forma concreta (regletas), gráfica y simbólica. 	
<p>Conocimiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noción de fracción. Parte - todo. 	<p>Contexto:</p> <p>En el aula.</p>
<p>Conocimientos previos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noción de mitad. 	<p>Grado:</p> <p>Cuarto Grado</p>
<p>Propósito:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Que los niños aprendan a dividir una torta rectangular en partes iguales. • Que descubran la noción de fracción en objetos concretos. 	<p>Tiempo:</p> <p>1 sesión.</p>
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Hojas de papel A4 • Círculo, rectángulo, triángulo y cuadrado, elaborados con papel. • Tijeras 	

En grupo clase, la profesora Raquel presenta la situación y propone las tareas de la siguiente manera:

1. Formula preguntas para la comprensión del problema

- ¿De qué se trata? Dilo con tus propias palabras.
- ¿Qué se tiene que hacer?
- ¿Qué tienes que buscar?

2. Realiza preguntas para que los estudiantes respondan en forma oral y elaboren el plan de resolución del problema

- ¿Alguna vez has estado en esta situación?
- ¿Alguna vez has partido cosas para compartir? ¿En cuántas partes? ¿Cómo lo has hecho? ¿Las partes que obtuviste fueron iguales?

- ¿Alguna vez partiste en partes iguales un pan, un chocolate o cualquier otra cosa? ¿Puedes hacer lo mismo con la torta?, ¿cómo?

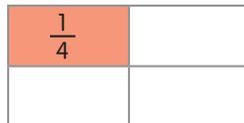
3. Plantea la siguiente tarea para resolver el problema

- ¿Qué material podemos usar para representar la torta?
 - La maestra permite que los niños den diferentes opciones.
 - Presenta papeles con forma de círculo, rectángulo, triángulo y cuadrado. ¿Cuál de estos papeles puede representar la torta?
- Una vez elegida la forma correcta (rectángulo), entrega a los estudiantes una hoja A4 y pregunta:
 - ¿Cómo podemos usar la hoja para resolver el problema?
- Da consignas para guiar la ejecución:
 - Doblar primero en 2 partes iguales y luego en 4.
 - Cortar por los dobleces.
- Formula las siguientes preguntas para resolver el problema:
 - ¿Han logrado cuatro partes iguales?
 - ¿Qué parte le toca a cada grupo?
 - Para ayudar a responder esta pregunta, guía la construcción de la noción de fracción:

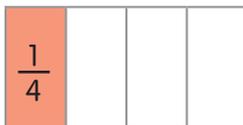
A cada grupo le corresponde:

1 de las 4 partes de la torta.

Que se representa gráficamente así:



O así:



A cada parte se le llama un cuarto y se escribe así: $\frac{1}{4}$

Entonces decimos que a cada grupo le corresponde: un cuarto de torta.

4. Representación gráfica

La docente les pide a los estudiantes que dibujen, paso a paso, lo que realizaron mediante los dobleces. Luego, puede formalizar la representación, la lectura y la escritura de esta manera:

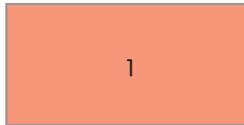
En el ítem 3, la docente fomenta que los estudiantes propongan diversas estrategias para resolver el problema.

Se orienta a los estudiantes para que puedan llegar a resolver el problema mediante estrategias que implican el uso de la representación con material concreto.

La docente observa los trabajos de los estudiantes e invita a dos voluntarios para que expliquen cómo lo hicieron, propiciando que ensayen argumentos que comunicarán a toda la clase.

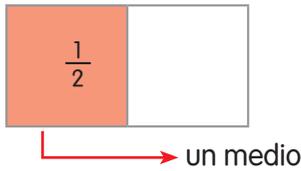
1.º paso

Partimos del rectángulo, le llamaremos la unidad



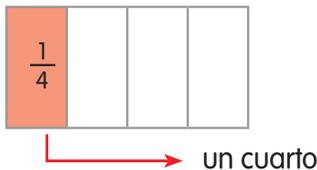
2.º paso

Dividimos la unidad en 2 partes iguales. A cada parte le llamamos un medio.



3.º paso

Dividimos la unidad en 4 partes iguales. A cada parte le llamamos un cuarto.



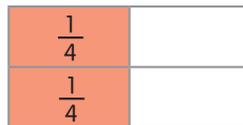
Usa expresiones gráficas y simbólicas para expresar la solución del problema.

Pregunta: ¿Qué parte le toca a cada mesa?

5. Plantea la siguiente pregunta

¿Qué fracción representa las dos partes de la torta?

2 de las 4 partes de la torta



Las partes pintadas representan dos cuartos y se escribe así: $\frac{2}{4}$

6. Solicita a los estudiantes que completen la siguiente tabla

Representación gráfica	Número de partes pintadas	Total de partes iguales	Representación simbólica	Nombre de la fracción
	1	4	$\frac{1}{4}$	Un cuarto

En el ítem 6, se desarrolla la capacidad de representación mediante tablas y gráficos que, en este caso, ayudan a consolidar el significado de fracción.

7. Actividades de extensión

Indica que dividan una hoja en 8 partes iguales. Les pide que expliquen a sus compañeros y que luego representen gráfica y simbólicamente.

2. LABORATORIO

Dividimos el terreno

Situación de aprendizaje:

Al salón de cuarto grado, le ha tocado cultivar la cuarta parte del terreno del huerto. La maestra ha visitado el terreno y ha encontrado que es de forma rectangular y está dividido en 8 partes iguales. ¿Cuál es la parte que les toca?

Indicadores:

- Experimenta y describe en situaciones cotidianas las nociones: parte de un todo y parte de un conjunto.
- Expresa fracciones usuales (con denominador 2, 4, 8, 5, 10, 3 y 6), y fracciones equivalentes, en forma concreta (regletas), gráfica y simbólica.

Grado:

Cuarto grado.

Duración:

1 sesión de 90 minutos.

Materiales:

- Regletas de colores.
- Tiras de cartulina para representar a las regletas.

Propósito:

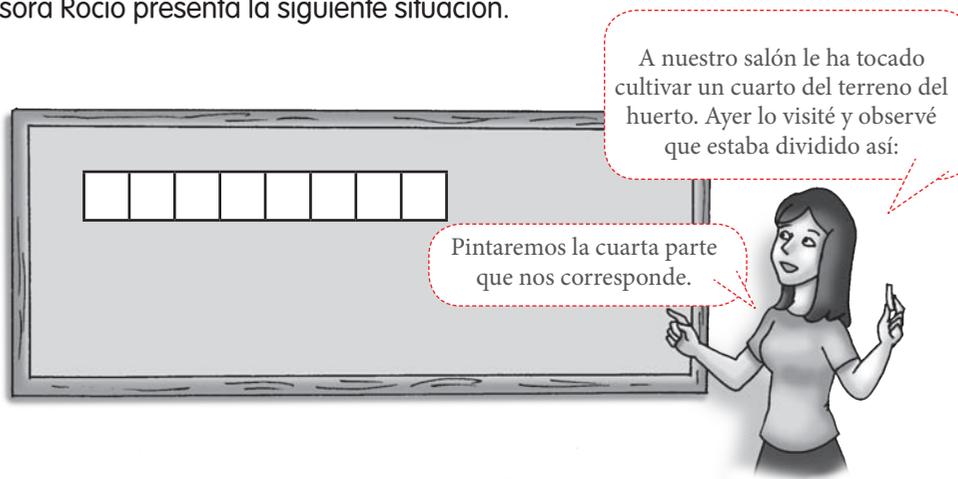
- Que los niños comprendan el significado de fracciones equivalentes, mediante la manipulación del material concreto.

¿Qué necesito conocer?

- Noción de fracción como parte de un todo: $\frac{3}{4}$ como 3 de las 4 partes en las que se divide la unidad.

Situación problemática:

- La profesora Rocío presenta la siguiente situación.



1. La docente realiza preguntas a los niños para fomentar la comprensión:

- ¿De qué se trata la situación?
- ¿Qué tenemos que hacer?
- ¿Qué forma tiene? ¿Alguna vez han visto un terreno de esa forma?
- ¿En cuántas partes está dividido el terreno?
- ¿Qué fracción nos toca cultivar?

En el ítem 1, las preguntas conducen a la exploración de las nociones implícitas en la situación. De esta manera se desarrolla un primer acercamiento a la capacidad de matematización.

2. A continuación, la docente organiza a los estudiantes en grupos de 4 y les entrega las regletas de colores, indicándoles que exploren una forma de representar el terreno. Los ayuda con preguntas:

- ¿En cuántas partes está dividido nuestro terreno?
- ¿Qué regleta puede representar a nuestro terreno?
- ¿Podemos representar nuestro terreno juntando varias regletas? ¿Cómo?

Los niños manipulan el material y encuentran diferentes formas de representar con las regletas.

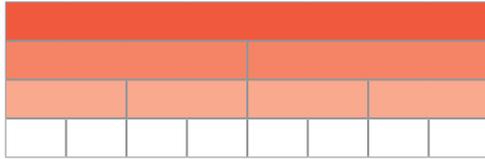


La profesora Rocío se pasea por los grupos observando y guiando el desempeño de sus estudiantes y procurando que encuentren todas las formas posibles. A continuación, pide a algunos voluntarios que describan cómo lo hicieron y expliquen por qué son correctas esas representaciones. Puede ayudar con preguntas que los lleven a poner atención en las partes:

- ¿Cuántas regletas usaste para representar el terreno?
- ¿Las regletas que escogiste forman juntas 8 partes como nuestro terreno?

En el ítem 2, se desarrolla la capacidad de representación, permitiendo que los estudiantes manipulen el material concreto de forma guiada y representen la situación de diversas formas.

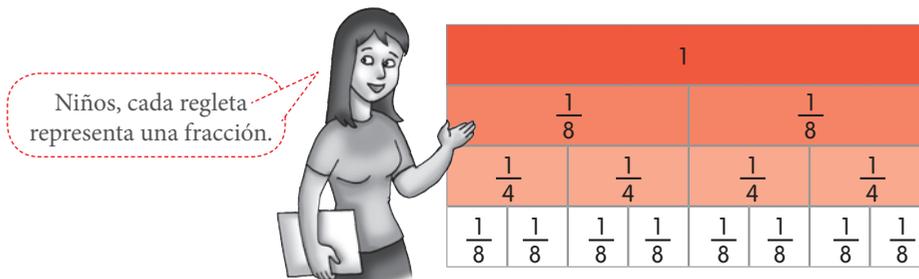
La maestra pega en la pizarra regletas hechas de cartulina, para representar los materiales que los niños están usando. Las ordena de la siguiente manera y les pide que también ellos las arreglen así:



Capacidad de representación:
Se guía al estudiante con preguntas que lo conducen a una representación concreta, en la que se pueda evidenciar la equivalencia de fracciones.

3. Ahora, la maestra guía a los niños con preguntas, para expresar la fracción de terreno que representa cada regleta, y va escribiendo la fracción que corresponde en las regletas de cartulina:

- ¿Cuántas regletas blancas hay en nuestro terreno? Entonces, ¿qué fracción representa cada regleta blanca?
- ¿Cuántas regletas rojas hay en nuestro terreno? ¿Qué fracción representa cada regleta roja?
- ¿Qué fracción representa cada regleta rosada?



4. A continuación, Rocío les pide representar el terreno completo usando estas fracciones:



- Con las regletas blancas: $\frac{8}{8}$
- Con las regletas rojas: $\frac{4}{4}$
- Con las regletas rosadas: $\frac{2}{2}$

La representación concreta abre camino a la simbólica. De esa forma se va consolidando el aprendizaje de las nociones.

5. En ese momento, la profesora Rocío les dice que una misma área de terreno se puede representar con fracciones diferentes. Y este grupo de fracciones se llaman equivalentes. Entonces, escribe en la pizarra así:

Fracciones equivalentes

$$1 = \frac{8}{8} = \frac{4}{4} = \frac{2}{2}$$

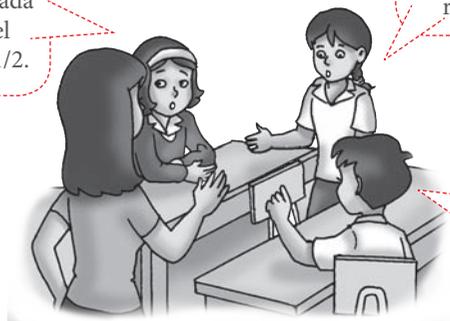
Estas fracciones se llaman equivalentes porque representan la misma parte.



6. A continuación, les indica que busquen fracciones equivalentes para representar la mitad del terreno. Para ello, deben buscar qué regletas ocupan dicha mitad. Luego, indicará que busquen qué regletas ocupan un cuarto del terreno.

Maestra, una regleta rosada representa la mitad del terreno. La fracción es $\frac{1}{2}$.

Maestra, también dos regletas rojas: $\frac{2}{4}$.



Maestra, yo encontré cuatro blancas: $\frac{4}{8}$.

Después les indica que completen las equivalencias:

$$\frac{1}{2} = \text{---} = \text{---}$$

$$\frac{1}{4} = \text{---} = \text{---}$$

Finalmente, la maestra Rocío les recuerda que aún deben pintar un cuarto del terreno que les corresponde cultivar. Para eso, les entrega una tira de papel cuadriculado:

- Solicita que usen la hoja de papel y lo dividan en 8 partes iguales y pinten lo que corresponde a $\frac{1}{4}$.
- Pasa por los grupos y elige a un voluntario de cada grupo para que explique a toda la clase qué pintaron y por qué lo pintaron así.

7. La maestra formula preguntas que guíen la reflexión del procedimiento realizado:

- Niños, ¿cuál fue nuestro problema inicial?
- ¿Qué hicimos primero?
- ¿De cuántas maneras representamos nuestro terreno?
- ¿Encontramos varias fracciones que representaban lo mismo? ¿Cómo se llaman estas fracciones? ¿Cómo las encontramos?
- ¿Cómo haríamos si nuestro terreno estuviera dividido en 6 partes iguales? ¿Y si fuera en diez partes iguales?

La capacidad de argumentación está ligada a la de comunicación. En el ítem 7, se desarrollan ambas capacidades, pidiendo a los estudiantes que expliquen sus razonamientos y procedimientos.

4.3 ¿Cómo se manifiestan las capacidades matemáticas por medio de estos escenarios de aprendizaje?

En esta sección, presentamos más herramientas para facilitar el desarrollo de las capacidades a través de las actividades enmarcadas en los escenarios de aprendizaje (laboratorios, proyectos y talleres).

Matematiza a partir de situaciones en diversos contextos

Esta actividad de indagación, apoyada en materiales gráficos, tiene la finalidad de que los niños exploren la utilidad de los números para codificar, nombrar, comparar, medir, etc., en diversas situaciones. En este caso, a partir de esta situación, se desarrollan actividades para que escriban, lean y representen los números con sentido.

Para desarrollar la capacidad de matematización, el docente dispone de situaciones de diversos contextos, en las cuales se debe identificar la matemática que traen implícitas, como primer paso hacia la matematización, que se completa al traducir el problema específico al lenguaje matemático.

A continuación, presentamos algunas actividades:

Números en la prensa escrita

¿Qué se necesita?

Diarios, revistas, encartes, tijera, gomas.

En grupo clase, el docente les pide a los estudiantes que realicen las siguientes actividades:

1. Busca números en los títulos y noticias de diferentes tipos (deportes, publicidad, sociales, económicas, culturales, clima, pasatiempos). Recorta los textos que contienen números y pégalos en hojas A4.
2. Comenta lo encontrado en cada grupo y luego explica para qué se usan los números en esos casos.

- En el laboratorio “Dividimos el terreno” (página 83), se presenta una actividad de experimentación como un espacio para construir y consolidar la noción de fracciones equivalentes. Allí el niño explora usando el material concreto; en este caso, las regletas de colores para representar y construir una familia de fracciones equivalentes.

- En la siguiente situación cotidiana, los niños se enfrentan a la necesidad de recurrir a sus conocimientos de decimales para encontrar la solución a esta situación problemática.

El profesor de Educación Física ha apuntado en tarjetas las distancias que marcaron los niños que practican salto largo. Ahora ellos deben compararlas y escribirlas de mayor a menor. ¿Quién ganó?

Javier 1,25 m	Pedro 127 cm	Andrés 130 cm
Santiago 1,08 m	Marcos 1 m 13 cm	

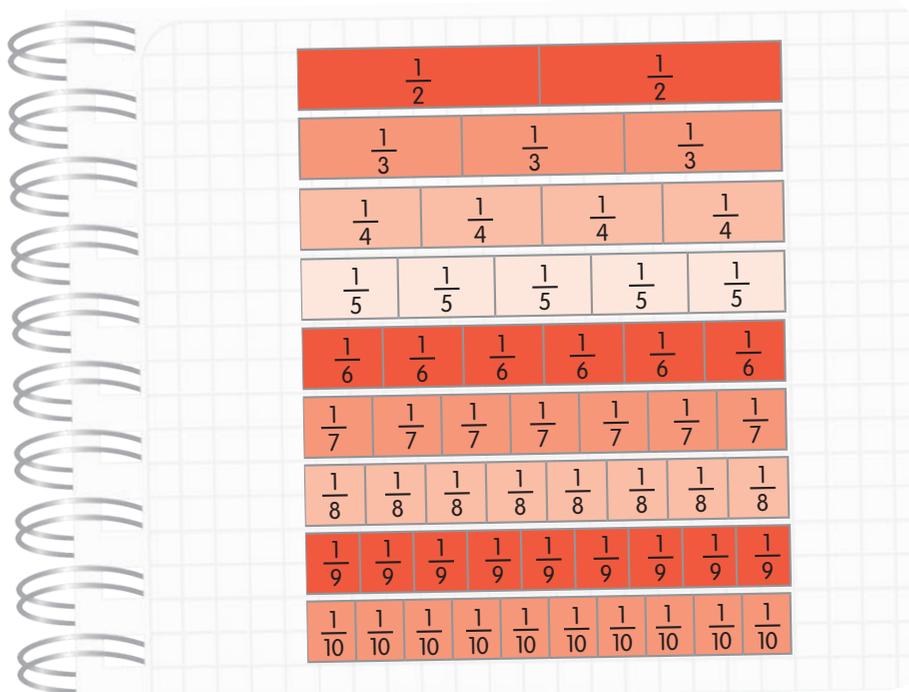
El docente realiza las siguientes preguntas:

- ¿De qué se trata? Dilo con tus propias palabras.
- ¿Cómo usas matemática en esta situación?
- ¿Qué tienes que hacer para saber quién hizo el salto más largo?

Representa de forma concreta, gráfica y simbólica

Representación concreta

- En el laboratorio “Dividimos el terreno” (página 83), se usan las regletas de colores para representar la unidad dividida en partes iguales. El docente guía al estudiante con preguntas que lo conducen a una representación concreta, en la se pueda evidenciar la equivalencia de fracciones.
- Otra forma muy útil para representar en forma concreta es elaborar tiras de fracciones equivalentes, como estas que representan una unidad dividida en partes iguales:



- En la siguiente actividad, se utilizan las tiras de fracciones equivalentes para comparar fracciones heterogéneas. El docente indica que representen la unidad con fracciones de denominador 2, 4 y 8, para luego pedirles que comparen a partir de la observación del material concreto.

Julián quiere saber qué fracción de pastel es la más grande:

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{2}{4}, \frac{1}{2}, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{2}{2}$$

- Con tus tiras de fracciones representa la unidad dividida en 2, 4 y 8 partes iguales.
- Observa tu representación y encuentra, por lo menos, 4 pares de fracciones equivalentes.
- Compara las siguientes fracciones, a partir de lo que observas en tu representación.

1							
$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	
$\frac{1}{8}$							

$\frac{1}{4} < \frac{1}{8}$

$\frac{2}{4} < \frac{7}{8}$

$\frac{1}{2} > \frac{1}{8}$

$\frac{2}{2} = \frac{4}{4}$

- Las monedas constituyen un material concreto muy útil para representar decimales.

Un nuevo sol equivale a 100 monedas de 1 céntimo.

Una moneda de 1 céntimo es una parte de 100 monedas.

S/.1 = 100 céntimos

S/0,01 = 1 céntimo

- En la siguiente actividad, el profesor realiza algunas preguntas y da consignas para guiar a los estudiantes en la representación de los decimales con monedas.

Gerardo va al banco a retirar lo último que tiene en sus ahorros. Y la cajera le entrega este dinero. ¿Cuánto tenía Gerardo?



1. Corta el dinero recortable de tu libro y representa concretamente el dinero del problema.
2. Reúne los céntimos y canjea los soles necesarios.
3. ¿Cuántos céntimos hay en un nuevo sol?
4. Expresa con un número decimal y di con palabras cuánto dinero le entregaron a Gerardo.

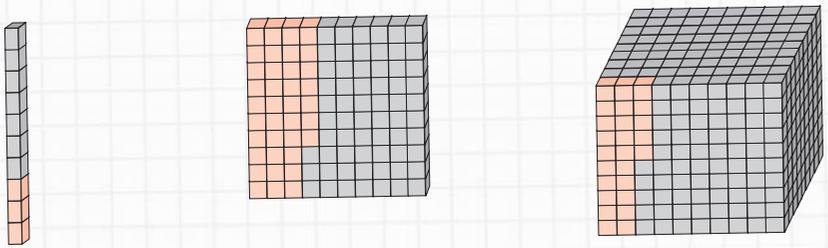
Representación gráfica

- En la siguiente actividad los estudiantes expresan gráficamente las fracciones decimales que se presentan en una situación de contexto real.

En una celebración de Fiestas Patrias, en nuestro colegio, sucedieron los siguientes hechos:

- El 4.º grado presentó 3 de las 10 danzas.
- El 5.º grado preparó 37 de los 100 panes con pollo.
- El 6.º grado vendió 25 de los 1000 tickets de la rifa.

Representa las situaciones pintando en los gráficos la fracción que corresponde y escribe la fracción decimal con una expresión decimal.



$\frac{3}{10} = 0,3$ $\frac{37}{100} = 0,37$ $\frac{25}{1000} = 0,025$

V. ¿Cómo desarrollamos escenarios de aprendizaje respecto a cambio y relaciones?

5.1 Ejemplos de situaciones de aprendizaje respecto a patrones

1. LABORATORIO

Pisos cuadrados

Situación lúdica de aprendizaje:

El profesor José les propone a los niños el juego de los "Pisos cuadrados". Para ello, les indica que simulen colocar losetas en un piso. Las reglas son las siguientes:

- Se comienza colocando una loseta cuadrada.
- Luego, a partir de ella, se completa otro cuadrado más grande cuyo lado mide dos losetas.
- Nuevamente, a partir del anterior, se completa otro cuadrado cuyo lado mide tres losetas.
- Así, sucesivamente.
- Gana el juego aquel que encuentre el patrón de la secuencia numérica que se forma con el número de losetas de cada cuadrado.

Indicadores:

Construcción del significado y uso de los patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas de regularidad

- Experimenta y describe en situaciones problemáticas de patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría).
- Expresa patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría), con material concreto, en forma gráfica y simbólica.
- Usa estrategias inductivas que implican el uso de operaciones, o de la representación (esquemas, tablas, etc.), para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas con patrones geométricos (de simetría), y numéricas con patrones aditivos.
- Describe el patrón aditivo (que crece y decrece), y geométrico (de simetría) en la resolución de situaciones problemáticas.

Grado:
Quinto grado

Duración:
1 sesión de 90 minutos

Materiales:

- Las unidades del material Base 10, tiras de papelógrafo cuadriculado.

Propósitos:

- Que el niño conozca y comprenda los patrones que crecen, en secuencias numéricas.
- Que el niño diferencie una secuencia creciente de un patrón que crece.

¿Qué necesito conocer?

- Números naturales, operaciones aditivas, secuencias numéricas.



En pareja

El docente guía la ejecución del juego mediante las siguientes actividades:

1. Organiza a los estudiantes en grupos de dos, proporciona el material Base diez y propicia su exploración durante unos minutos. Luego, da algunas consignas:

- ¿Qué figuras geométricas pueden formar con los cubitos?
- Intenten formar alguna figura interesante.

2. Indica a los niños que lean el enunciado del juego y las reglas.

Luego de unos minutos, realiza preguntas para ayudar a su comprensión:

- ¿De qué se trata el juego? Dilo con tus propias palabras.
- ¿Cuáles son las reglas? ¿Qué tienes que hacer?
¿Cómo se colocan las losetas?
- ¿Qué tienes que hacer para ganar el juego?

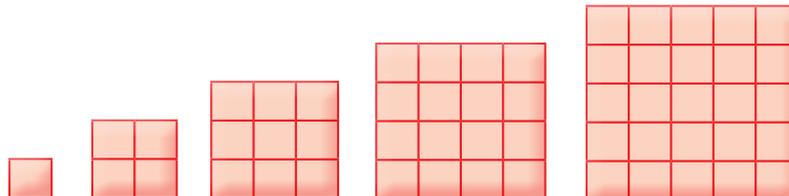


En el ítem 2, el docente realiza preguntas que ayudan al estudiante a tener una primera idea de cómo resolver o qué procedimiento puede intentar aplicar.

3. Plantea preguntas que les ayuden a planear una estrategia para ganar el juego:

- ¿Este juego lo has visto antes? ¿Conoces algún juego similar al planteado?
- ¿Puedes usar el material Base diez en el juego?
- ¿Cómo sabrás cuál es la secuencia que se forma?
- ¿Cómo vas a resolver la pregunta que te hace ganador?

4. Plantea representar concretamente las losetas con el material Base diez. Indica que 5 pisos pueden ser suficientes.



Individual

5. Cuando ya tienen sus construcciones, el docente da algunas consignas para que formulen la secuencia numérica:

- En una hoja cuadrículada, dibuja tus pisos cuadrados y escribe debajo el número de cuadraditos que lo forman.
- ¿Cómo es tu secuencia? Descríbela.
- ¿Cómo aumentan los números? ¿Los números aumentan siempre en la misma cantidad?
- ¿Puedes encontrar el patrón?



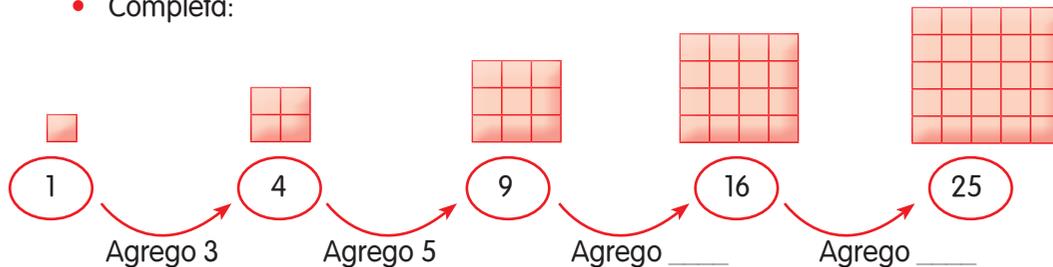
En ítem 5, el docente da algunas consignas para que traduzcan la secuencia gráfica en una secuencia numérica. De esta manera se desarrolla la capacidad utiliza expresiones simbólicas, técnicas y formales, al traducir una construcción de objetos concretos en una secuencia numérica.



Grupo clase

6. Guía la interpretación de patrones que crecen: (5 minutos)

- ¿Cómo se forma el segundo número a partir del primero?
- ¿Cómo se forma el tercer número a partir del segundo?
- Completa:



Observamos que:

- La secuencia es creciente porque los números aumentan.
- La secuencia numérica de la representación gráfica es 1, 4, 9, 16, 25,... cuyo patrón es a su vez una secuencia creciente: +3, +5, +7, ...
- El patrón de esta secuencia numérica se llama patrón aditivo creciente. No se mantiene fijo, sino crece.



En pareja

7. Indica a los estudiantes que completen la tabla y plantea preguntas:

- Completa la tabla con la secuencia numérica que formaste.

Número de posición que ocupa la figura	1	2	3	4	5	...
Número de cuadrados en total	1	4	9	16	25	...

- ¿Qué relación puedes encontrar entre los números de la primera fila y los de la segunda?
- Intenta hacer operaciones, de manera que cuando apliques la adición o la multiplicación en un número de la primera fila, obtengas otro de la segunda. Inténtalo de diferentes formas.



En el ítem 7, el docente plantea el uso de una tabla como estrategia para ayudar al estudiante a descubrir un patrón diferente al ya obtenido.

8. Invita a los estudiantes a crear sus propias secuencias con patrones que crecen. Luego indícales que intercambien con sus compañeros sus creaciones para encontrar los patrones.

Tres preguntas para mejorar mi práctica docente:

1. ¿Qué ideas personales sobre los estudiantes, el aprendizaje y la enseñanza de los patrones he cambiado, como fruto de esta experiencia?
2. ¿Cómo puedo mejorar esta situación planteada?
3. ¿Qué otro problema podría plantear a mis estudiantes para consolidar el aprendizaje?

2. TALLER)

La secuencia de Fibonacci

Situación de aprendizaje:

- Flor revisa un libro de biografía de matemáticos famosos y encuentra lo siguiente:

Fibonacci

Leonardo de Pisa, más conocido como Fibonacci, fue un gran matemático europeo de la Edad Media. Se aficionó a las matemáticas cuando siendo niño su padre le hizo seguir un curso de aritmética hindú. Sus trabajos eran muy importantes para la matemática, pero no fueron reconocidos en su tiempo. Una curiosa secuencia que se inicia así: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... aparecía en sus escritos y llamó la atención de otro matemático que la denominó Sucesión de Fibonacci.

Ahora se sabe que esta secuencia está presente en la naturaleza; por ejemplo, en las ramas de los árboles, en la disposición de las hojas en el tallo, en la flor de la alcachofa, etc.

¡Encuentra el patrón de formación y el número que sigue!



Leonardo de Pisa
Finales del siglo XII

Flor no puede dejar pasar la oportunidad de resolver este reto. Hazlo tú también.

Indicadores:

Construcción del significado y uso de los patrones numéricos y geométricos en situaciones problemáticas de regularidad

- Experimenta y describe en situaciones problemáticas de patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría).
- Expresa patrones numéricos que crecen y decrecen (aditivos) y patrones geométricos (de simetría), con material concreto, en forma gráfica y simbólica.
- Usa estrategias inductivas que implican el uso de operaciones, o de la representación (esquemas, tablas, etc.), para hallar los elementos desconocidos o que no pertenecen a secuencias gráficas con patrones geométricos (de simetría), y numéricas con patrones aditivos.
- Propone secuencias gráficas con patrones geométricos y numéricos.
- Describe el patrón aditivo (que crece y decrece), y geométrico (de simetría) en la resolución de situaciones problemáticas.

Propósitos:

- Que el niño conozca y comprenda los patrones que crecen, en secuencias numéricas.

¿Qué necesito conocer?

- Números naturales, operaciones aditivas, secuencias numéricas.

Grado:

- Quinto.



En pareja

El docente realiza las siguientes actividades:

1. Para la comprensión del problema, indica a los niños que lean el enunciado. Luego de unos minutos, realiza preguntas que ayuden a la comprensión:
 - ¿De qué se trata? Dilo con tus propias palabras.
 - ¿En qué consiste el reto?
 - ¿Qué forman ese conjunto de números que aparecen en el texto?
 - Explica, ¿qué es el patrón de una secuencia?

2. Ayuda a diseñar una estrategia para resolver el reto:

- Escribe la secuencia en tu cuaderno.
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...
- ¿Has visto una secuencia parecida?
- ¿Qué has hecho antes para encontrar el patrón de otras secuencias? Puedes intentar hacer lo mismo con esta secuencia.
- ¿Qué vas a hacer para resolver el reto? Comparte con tus compañeros.



Individual

3. Guía con preguntas la resolución del problema:

- ¿Qué relación puedes ver entre el tercer término y los dos primeros? Explica.
- Si sumas el cuarto y el quinto término, ¿qué número obtienes? ¿Este número es parte de la secuencia?, ¿qué lugar ocupa?
- ¿Estás listo para describir el patrón?
- Si crees que ya lo sabes, comprueba que el patrón se cumpla con todos los términos.
- Si no, te doy una pista más: "Suma dos términos consecutivos y observa el siguiente".



En el ítem 1, el docente realiza preguntas para extraer de él los objetos matemáticos que servirán para trabajar la noción de patrones que crecen. De esta manera se desarrolla la capacidad de matematiza.



En el ítem 2, el docente orienta a los estudiantes con preguntas y consignas que lo ayudan en esa primera aproximación hacia la elección o adaptación de una estrategia.



En el ítem 3, el docente guía la aplicación de una estrategia para resolver el reto. Además, propicia la capacidad de comunicación pidiéndoles que expliquen la relación que encuentran.



Grupo clase

4. Orienta la reflexión del proceso:

- ¿Las estrategias que usaste al inicio te sirvieron?
- ¿La estrategia que usamos para resolver es nueva para ti? ¿Se te hubiera ocurrido?
- ¿Qué tipo de patrón es? ¿El patrón crece o decrece? Explica.
- ¿Qué número ocupa la posición 12? ¿Y la 14? ¿Por qué?
- ¿Puedes crear una secuencia con un patrón similar? ¿Con qué números comenzarías?, ¿por qué?



En el ítem 4, el docente propicia la capacidad de argumentación con preguntas desencadenantes como: “Explica” y “¿Por qué?”.



Recuerda que la secuencia de Fibonacci se inicia necesariamente con los números consecutivos 0 y 1. El patrón de esa secuencia se forma sumando dos números consecutivos para formar el siguiente.



En pareja

5. Plantea actividades de extensión y aplicación:

- Encuentra los primeros 15 términos de la secuencia de Fibonacci.
- ¿Cómo harías para comprobar que la siguiente secuencia es parte de la secuencia de Fibonacci?
... 1597, 2584, 4181, 6765 ...
- ¿Qué número va antes de 1597 en esa secuencia de Fibonacci? Explica cómo lo encontraste.
- Recuerda que la secuencia de Fibonacci se forma con un patrón especial. ¿Estas secuencias (que no son de Fibonacci) se forman con ese patrón? Explica por qué.
 - * 987 UM, 1597 UM, 2584 UM, 4181 UM . . .
 - * 21 Mi, 34Mi, 55Mi, 89 Mi . . .



En los ítems 3, 4 y 5, el docente plantea preguntas que llevan al estudiante a relacionar, usar operaciones y ensayar un argumento para explicar la situación que observa.

5.2 ¿Cómo se manifiestan las capacidades referidas a patrones por medio de estos escenarios de aprendizaje?

En esta sección, presentamos ejemplos de cómo se desarrollan las capacidades a lo largo de una actividad práctica de laboratorio, de taller o de un proyecto. A partir de las actividades presentadas en la sección anterior, se van señalando y comentando los momentos en que el docente propicia, guía y orienta el desarrollo de las capacidades.

Mediante el contenido matemático de los patrones, es posible desarrollar las seis capacidades planteadas en el enfoque; pero estamos priorizando aquellas más relevantes:

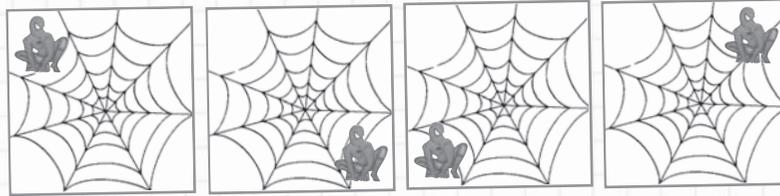
Matematiza a partir de situaciones en diversos contextos; Elabora estrategia para resolver problemas; Argumenta el uso de los patrones en la resolución de problemas.

Matematiza a partir de situaciones en diversos contextos

El docente dispone de variadas situaciones, en diversos contextos, para propiciar la matematización de los patrones, las secuencias gráficas y las secuencias numéricas. Por ejemplo en contextos familiares, contextos culturales, situaciones lúdicas, entre otros.

- En el ítem 5 del laboratorio “Pisos cuadrados” (página 92), el docente da algunas consignas para que a partir de la exploración usando el material de Base diez represente la situación que los pueda llevar a resolver el problema.
- En el ítem 1 del taller “La secuencia de Fibonacci” (página 95), el docente indica a los niños que lean el texto. Luego de unos minutos, realiza preguntas para extraer de él los objetos matemáticos que servirán para trabajar la noción de patrones que crecen. De esta manera está matematizando, pues extrae, de una situación real, la matemática que trae implícita.
- En la situación, que presentamos a continuación el docente deja que los niños manipulen las tarjetas y las observen. Luego propicia el matemática realizando preguntas que inviten a la exploración de las situaciones y a la identificación de las nociones matemáticas implícitas en ellas.

Con ayuda de su papá, José va a decorar la pared de su cuarto con 16 cartulinas de papel decoradas por él mismo. José ha creado 4 modelos:



- ¿Cómo podría combinarlas una al lado de la otra para que haya una relación lógica entre ellas?

El docente realiza las siguientes preguntas:

- Observa las tarjetas y describe lo que ves en ellas.
 - ¿Qué figuras hay? ¿Son todas iguales? ¿Hay alguna figura que cambia de lugar? ¿Cómo cambia?
 - Crea una decoración con las 16 tarjetas, con el patrón que elijas.
-
- En la siguiente situación, con las preguntas que plantea, el docente guía la matematización buscando que los estudiantes reconozcan las regularidades que se presentan en situaciones reales. A partir de ellas, invita a los alumnos a formular una secuencia gráfica que les ayude a resolver el problema.

Situación problemática:

Milagros y su grupo, con motivo de la fiesta por el día del niño, van a preparar banderines para decorar el salón. Ella ha traído un modelo para elaborar los banderines en equipo.

Ayuda a los niños a completar los banderines.



El docente realiza preguntas para fomentar la descripción de los banderines, su forma, su diseño, con el fin de conducir al niño a la identificación de patrones gráficos:

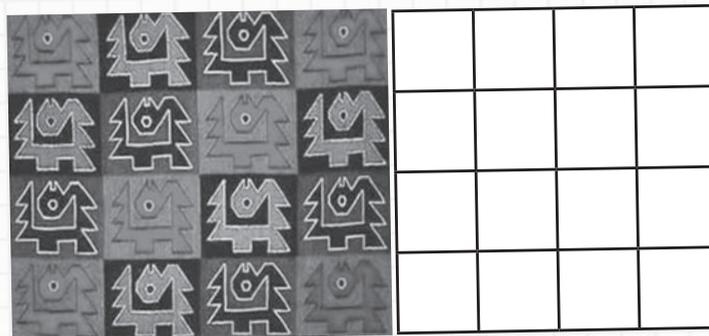
- ¿De qué se trata? ¿Qué observas en la figura? Explica con tus propias palabras.
- ¿En qué se parecen y en qué se diferencian los banderines?
- Describe, ¿cómo están ordenados? ¿Qué pasa con las figuras dibujadas en los banderines?
- ¿Encuentras algo que se repite? Descríbelo.

- En la siguiente actividad, el docente guía la exploración visual del manto para llevar a los estudiantes a descubrir las regularidades que existen en su diseño. La matematización consiste en identificar la secuencia que siguieron para su confección y el patrón de esa secuencia. En otras palabras, matematizar es expresar, en términos matemáticos, lo que se observa en la realidad.



Situación problemática:

Este es un manto de la cultura Paracas. Una artesana de la comunidad va a reproducir una copia con lana, pero mucho más larga. ¿Cómo continúa este manto?



- Observa el manto y presta atención a su diseño.

El docente realiza las siguientes preguntas:

- ¿Sabes quiénes fueron los paracas?
- ¿Crees que para tejerlo siguieron un orden?
- ¿Las figuras que ves tienen algo en común? ¿En qué se diferencian?
- ¿Hay algo que se repite? ¿Hay algo que cambia de lugar o posición? ¿Cómo cambia?
- ¿Puedes encontrar el patrón que siguieron para tejerlo?

Elabora estrategias para resolver problemas

Existen diversas estrategias para resolver problemas que requieren encontrar patrones numéricos y gráficos, para ampliar y crear nuevas secuencias.

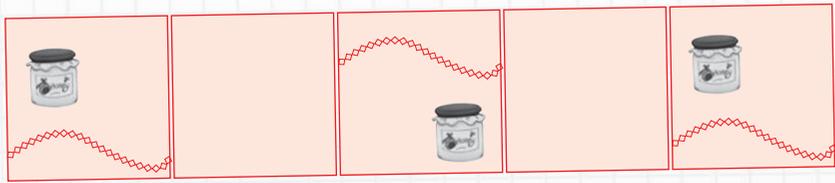
1. Exploración

Una primera estrategia para aproximarse a la elaboración de un plan es la de explorar. Esta estrategia le permite al estudiante usar recursos propios o dados, que ya ha puesto en práctica antes.

- En el laboratorio “Pisos cuadrados”, en el ítem 2 (página 92), el docente realiza preguntas que ayudan al estudiante a tener una primera idea de cómo resolver o qué procedimiento puede intentar aplicar.
- De igual manera, en el taller “La secuencia de Fibonacci”, en el ítem 2 (página 95), el docente guía a los estudiantes con preguntas y consignas que lo ayudan en esa primera aproximación hacia la resolución.
- En la siguiente situación problemática, en la que el estudiante debe encontrar el patrón de formación de la secuencia numérica que se forma en las losetas, el docente guía la exploración con preguntas:

Situación problemática:

El señor Morales está colocando las losetas de la cocina de su casa. Cuando ya ha puesto las que se muestran abajo, le pide ayuda a Pedrito, su hijo, para que le alcance las losetas que irá colocando. Ayuda a Pedrito a descubrir en qué orden debe alcanzar las losetas.



Ayuda a planear una estrategia para resolver la situación problemática:

- ¿Algo cambia en esta secuencia? ¿Qué cambia?, ¿las losetas?, ¿las figuras?
- ¿Cómo cambian las figuras?, ¿se mueven?, ¿giran?, ¿se desplazan?, ¿desaparecen?

2. Ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil para resolver problemas que implican encontrar patrones. Cuando se trata de secuencias numéricas, los estudiantes intentan encontrar una relación entre un término y el siguiente de diversas formas: suman, restan, multiplican, etc. En el caso de secuencias gráficas, ellos comparan posiciones y ensayan movimientos con las figuras, hasta encontrar el patrón con el que fueron formadas.

- En el laboratorio “Pisos cuadrados”, en el ítem 5 (página 92), el docente da pistas para impulsar a los estudiantes a tantear una relación de aumento entre término y término.
- En el taller “La secuencia de Fibonacci”, en el ítem 3 (página 95), el docente guía la aplicación de una estrategia para resolver el reto.

3. Usar tablas

Usar tablas o cuadros es una estrategia que permite al estudiante relacionar con mayor facilidad los números de una secuencia numérica. También permite relacionar cada término con el número de posición que ocupa en la secuencia, en la lógica de encontrar el patrón de esa secuencia.

- En el laboratorio “Pisos cuadrados”, en el ítem 7 (página 93), el docente plantea el uso de una tabla como estrategia para ayudar al estudiante a descubrir un patrón diferente al ya obtenido.

Argumenta el uso de los patrones en la resolución de problemas

La capacidad de argumentación está presente a lo largo de todo el proceso de resolución de problemas.

1. Indagación

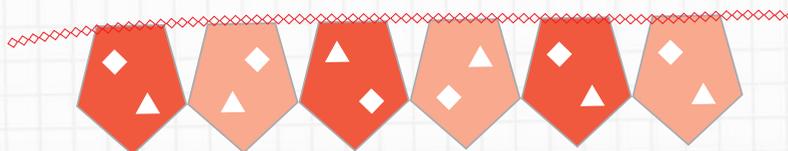
El docente orienta e interactúa con el estudiante en este proceso de preguntas y respuestas tentativas que lo van guiando para que establezca las razones o justificaciones de la situación a la que se enfrenta.

La capacidad de comunicación está muy ligada a la capacidad de argumentación en los primeros años de la educación básica. Por medio de ella, los estudiantes comunican sus argumentos, tal como se observa en el taller mencionado a continuación. Esta relación se pone en evidencia al usar las preguntas e indicaciones desencadenantes, como: *¿Por qué?; Explica; ¿Cómo harías?*, etc.

- En la situación problemática del taller “La secuencia de Fibonacci”, en los ítems 3, 4 y 5 (página 96), el docente plantea preguntas a los estudiantes que los llevan a relacionar, usar operaciones y ensayar un argumento para explicar la situación que observa.
- En la siguiente situación, el docente, dentro del desarrollo de una actividad, realiza preguntas que orientan a los estudiantes a verificar, comprobar, descubrir y solucionar el problema que se les presenta.

Situación problemática:

En el grupo de Milagros, Juancito armó de esta manera su parte de la cadena de banderines y los chicos del grupo observaron que había algo que no estaba bien. ¿Qué será?



- ¿Los banderines siguen una secuencia?, ¿por qué? Explica.
- ¿Cómo es el patrón de formación? ¿Es un patrón que se repite?
- ¿Todos los banderines siguen el patrón de formación?
- ¿Qué crees que observa el grupo de Milagros que es incorrecto en la secuencia?, ¿por qué?
- ¿Cómo arreglarías lo incorrecto?

2. Inducción

- En la siguiente actividad, se presenta una tabla donde se ha registrado una secuencia numérica. El docente guía a los estudiantes a seguir los pasos para encontrar una generalización del patrón que les permita calcular el término desconocido de, por ejemplo, la posición 25, sin necesidad de calcular los primeros 24 términos. Esta forma de generalización se llama inducción.

1. Observa esta secuencia de números, registrada en la tabla. Completa las expresiones y encuentra el término de posición 25.

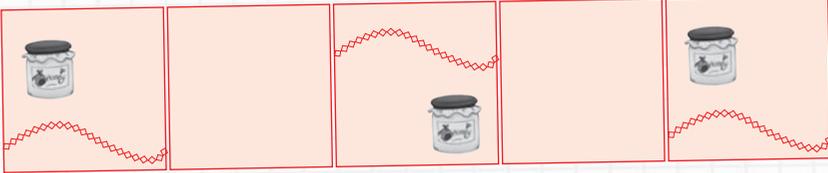
Número de la posición que ocupa	1	2	3	4	5	6	7	...
Términos de la secuencia	2	5	10	17	26	37	50	...

- $1 \times 1 + 1 = 2$ Este es el término de posición 1.
- $2 \times 2 + 1 = 5$ Este es el término de posición 2.
- $3 \times 3 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ Este es el término de posición $\underline{\hspace{2cm}}$
- $7 \times 7 + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ Este es el término de posición $\underline{\hspace{2cm}}$
- ¿Cómo se calcula el término de posición 25? Explica.
- ¡Hazlo tú solo!
 $\underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ Este es el término de posición 25.

- En la siguiente actividad, en la que el estudiante debe encontrar el término de posición 16 de la secuencia gráfica presente en las losetas, el docente conduce al niño mediante preguntas que lo llevan a inducir, rápidamente, que las losetas de posición par son las que no tienen diseño.

Situación problemática:

El señor Morales está colocando las losetas de la cocina de su casa. Cuando ya ha puesto las que se muestran abajo, le pide ayuda a Pedrito, su hijo, para que le alcance las losetas que irá colocando. Ayuda a Pedrito a descubrir en qué orden debe alcanzar las losetas.



Observa la secuencia gráfica y responde:

- ¿Qué loseta sigue en la secuencia?
- ¿Cómo son las losetas de posición 2, 4 y 6?
- ¿En qué posiciones están las losetas vacías?
- ¿La loseta de posición 16 está en una posición par?
- ¿Qué puedes concluir?

5.3 Ejemplos de situaciones de aprendizaje con respecto a igualdades

1. LABORATORIO

La bolsa de azúcar

Situación de aprendizaje:

El panadero compra en el mercado 3 bolsas de 5 kg de azúcar cada una y luego las mezcla con una bolsa grande que tenía en la panadería. Al medir la masa del total de azúcar, encuentra que hay 22 kg. ¿Cuántos kilogramos había en la bolsa que tenía en la panadería?

Indicadores:

Construcción del significado y uso de ecuaciones de primer grado con expresiones aditivas y multiplicativas en situaciones problemáticas de equivalencia

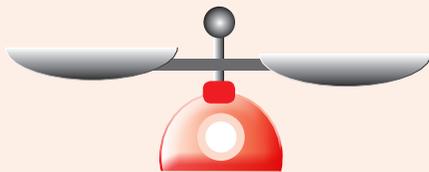
- Experimenta y describe situaciones referidas a encontrar un valor desconocido en una igualdad.
- Expresa el término desconocido de una igualdad mediante representaciones gráficas (dibujos, íconos, letras, etc.)
- Expresa la equivalencia de expresiones aditivas y multiplicativas, usando material concreto y de forma gráfica.
- Elabora estrategias de cálculo (operaciones aditivas y multiplicativas) y de representación (concreta, gráfica, pictórica) para encontrar el término desconocido en una igualdad.
- Usa igualdades en las que el valor desconocido se representa con un ícono, para traducir el enunciado verbal o escrito de una situación problemática
- Propone estrategias heurísticas para encontrar un término desconocido en igualdades con expresiones aditivas y multiplicativas.
- Explica que la igualdad se mantiene si se agrega o quita, multiplica o divide por una misma cantidad a ambas partes de la igualdad.

Grado:
Quinto grado

Duración:
1 sesión de 90 minutos

Materiales:

- Balanzas dibujadas en medio pliego de cartulina para colocar sobre la mesa.



- Dos juegos de cartillas de distinto color, elaboradas previamente.



Propósito:

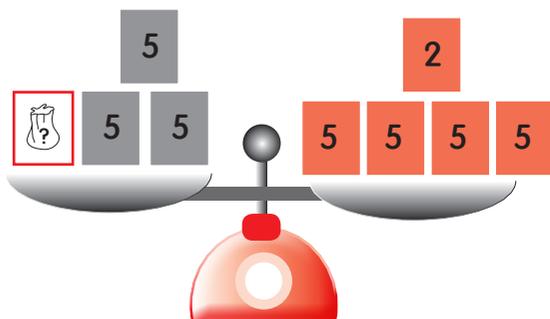
- Que los estudiantes comprendan y usen, de forma concreta y luego simbólica, el principio de la adición para las ecuaciones: Si agregamos o quitamos una cantidad en ambos lados de la ecuación, se mantiene la equivalencia.

¿Qué necesito conocer?

- Expresiones equivalentes: $4 + 5$ es equivalente a $8 + 1$.
- Igualdad: Dos expresiones equivalentes se pueden escribir como una igualdad: $4 + 5 = 8 + 1$.

Antes de presentar la situación problemática, el docente realiza lo siguiente:

1. Entrega las balanzas a los estudiantes. Mediante preguntas, guía la exploración del material entregado. (Duración: 5 minutos)
 - ¿Qué observan? ¿Cómo se llama? ¿Para qué sirve?
 - ¿Saben qué es una pesa? ¿Para qué sirve?
 - ¿Cómo se usa la balanza? ¿Dónde colocamos las cartillas y dónde colocamos la bolsa de azúcar?
2. Da consignas y propone preguntas para movilizar el conocimiento previo. (15 minutos)
 - ¿Qué pasa si colocamos la cartilla 5 en un platillo y en el otro la cartilla 2? ¿Cómo se vería la balanza?
 - Coloca en un platillo dos cartillas 5. ¿Qué cartillas pondrías para que la balanza se mantenga nivelada?
 - Encuentra otras equivalencias.
3. El docente presenta la situación problemática. Realiza preguntas a los estudiantes para fomentar la comprensión de la situación. (5 minutos)
 - ¿De qué se trata? Describe con tus propias palabras y sin decir números.
 - ¿Qué debes encontrar?
 - Elige una cartilla para representar la masa (cantidad) de la bolsa que tenía en la panadería.
4. Guía a los estudiantes, de modo que consigan la siguiente representación con el material concreto: (10 minutos)



En el ítem 4, se desarrolla la capacidad de representación, mediante cartillas y balanzas. En el ítem 5, se guía la representación gráfica y simbólica de la igualdad.

5. Plantea la formulación simbólica de la situación, usando igualdades, y la representación con dibujos de la masa desconocida: (15 minutos)
 - ¿En ambos platillos de la balanza, hay igual cantidad de kilogramos?
 - Si representamos la cantidad desconocida con un dibujo, ¿de qué manera escribimos esa igualdad?

$$\left(\text{Bolsa con ?} + 15 = 22 \right)$$

6. Para resolver el problema, plantea estas preguntas: (15 minutos)

- ¿Qué podemos hacer para hallar la cantidad de kilogramos de la bolsa grande?
- ¿Qué sucede si quitamos 5 kg en ambos platillos? ¿Lo que queda sigue siendo equivalente?
- Sigue quitando kilogramos en ambos lados, hasta que quede solo la bolsa grande de masa desconocida en un lado y su equivalencia en el otro.
- ¿Cuántos kilogramos había en la bolsa grande?

En el ítem 6, el docente guía a los estudiantes con preguntas y consignas, en la estrategia de ensayo y error: al quitar las cartillas en ambos lados, se va tanteando el peso de la bolsa grande, que es el valor desconocido que se busca.

7. Indica a los estudiantes que completen el siguiente cuadro: (10 minutos)

Representación simbólica	Quitamos en ambos lados	Resolvemos	Comprobamos
 + 15 = 22	 + 15 - 15 = 22 - 15	 = 7	7 + 15 = 22
 + 20 = 32			
 + 13 = 21			

En el ítem 7, el docente muestra a los estudiantes cómo se representa, icónica y simbólicamente, aquello que han experimentado con el material concreto.

Tres preguntas para mejorar mi práctica docente:

1. Como fruto de esta experiencia, ¿qué ideas personales sobre los estudiantes, el aprendizaje y la enseñanza de las igualdades he cambiado?
2. ¿Cómo puedo mejorar esta situación planteada?
3. ¿Qué otro problema podría plantear a mis estudiantes para consolidar el aprendizaje?

2. LABORATORIO

Las esculturas

Situación de aprendizaje:

Los estudiantes del 5.º grado visitaron al artesano, quien les mostró dos de sus esculturas: la grande tenía 16 kilogramos y pesaba el doble de la otra que era pequeña. ¿Cuántos kilogramos pesaba la pequeña?

Indicadores:

Construcción del significado y uso de ecuaciones de primer grado con expresiones aditivas y multiplicativas en situaciones problemáticas de equivalencia

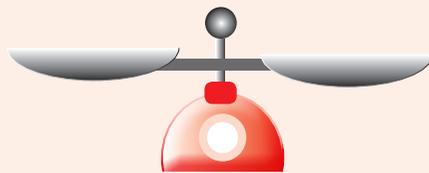
- Experimenta y describe situaciones referidas a encontrar un valor desconocido en una igualdad.
- Expresa el término desconocido de una igualdad mediante representación simbólica (variables).
- Elabora estrategias heurísticas, de cálculo (operaciones aditivas y multiplicativas) y de representación concreta y gráfica, para encontrar el valor de la variable.
- Usa el lenguaje simbólico para traducir el enunciado verbal o escrito de una situación problemática que expresa ecuaciones de primer grado.
- Explica que la igualdad se mantiene si se agrega o quita, multiplica o divide por una misma cantidad a ambas partes de una ecuación de primer grado.

Grado:
Sexto grado.

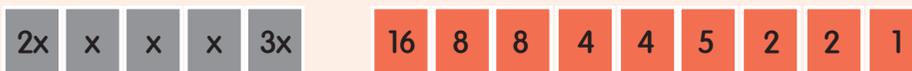
Duración:
3 sesiones de 45 minutos.

Materiales:

- Balanzas dibujadas en medio pliego de cartulina para colocar sobre la mesa.



- Dos juegos de cartillas de distinto color, elaboradas previamente. Simularán ser pesas para uno y otro platillo de la balanza.



Propósito:

- Que los estudiantes comprendan y usen, de forma concreta y simbólica, el principio de la división para la resolución de ecuaciones con explicaciones multiplicativas.

¿Qué necesito conocer?

- Expresiones equivalentes: $4 + 5$ es equivalente a $8 + 1$.
- Igualdades: dos expresiones equivalentes se pueden escribir como una igualdad: $4 + 5 = 8 + 1$.



En grupo

El docente realiza las siguientes actividades:

1. Entrega el material concreto: balanzas y pesas. Permite su exploración espontánea por unos minutos y luego propicia que encuentren equivalencias que equilibran la balanza: (15 minutos)

- ¿Conocen cómo funciona la balanza? Coméntenlo con la clase.
- ¿Cómo está la balanza que tienen en sus manos?, ¿nivelada o no?
- ¿Qué pasa si colocamos la cartilla 8 en un platillo y en el otro la cartilla 5? ¿Cómo se vería la balanza?
- Coloca en un platillo la cartilla 16. ¿Qué cartillas tendrías que poner para que la balanza se mantenga nivelada?
- Encuentra otras equivalencias.



En el ítem 1, el docente proporciona al niño una balanza y diversas pesas para que explore y conozca su funcionamiento, a fin de que luego plantee usar ese material como estrategia para resolver el problema.



En grupo

2. Realiza preguntas para favorecer la comprensión del problema: (10 minutos)

- ¿De qué se trata el problema? Exprésalo con tus propias palabras.
- ¿Conocen las esculturas?, ¿saben cómo las elaboran?, ¿con qué?
- ¿Qué nos piden hallar?
- ¿Cómo podríamos resolver el problema usando los materiales?



En el ítem 3, el docente guía a los estudiantes a matematizar mediante una representación concreta. En ella se utiliza la noción de equivalencia. Para matematizar una situación mediante ecuaciones, es necesario comenzar advirtiendo la presencia de una cantidad desconocida, cuyo valor se quiere hallar.



En grupo

3. Guía, con las cartillas, la representación de la variable o incógnita (masa de la escultura pequeña) y los demás datos del problema, para representar la ecuación en las balanzas: (15 minutos)

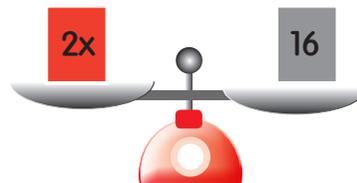
- ¿Qué masa es la que no conocemos? Escoge una cartilla para representarla. ¿Cuál escogiste?, ¿por qué?
- Coloca 2 tarjetas iguales a la que escogiste, una a continuación de la otra.



- Escribe lo que ves: _____
- ¿Se puede escribir así: 2 x o así 2x?
- Ahora escoge una sola cartilla para representar el doble de x. ¿Cuál escogiste?, ¿por qué?

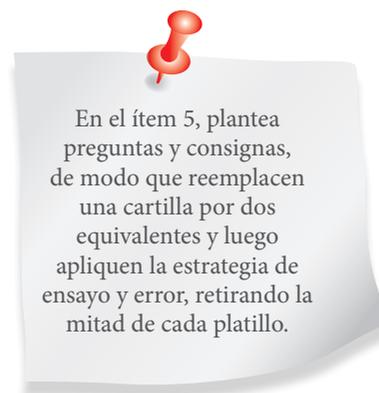
4. Guía la representación de la situación con la balanza: (10 minutos)

- Vamos a representar en la balanza la situación que presenta el problema.
- Coloquemos en un platillo de la balanza la cartilla $2x$ que representa los kilogramos de la escultura grande con respecto a la escultura pequeña.
- ¿Sabemos cuántos kilogramos tiene la escultura grande? Entonces, ¿qué cartilla tendríamos que colocar en el otro platillo para que la balanza se mantenga nivelada? Explica.



5. Realiza preguntas para guiar la resolución del problema y plantea dividir en ambos lados: (10 minutos)

- Lo que nos interesa es saber cuántos kilogramos vale x . ¿Qué podemos hacer?
- ¿Qué les parece si dividimos las cartillas en dos que sean iguales? Busquemos esas dos cartillas que las reemplacen.
- Reemplaza las pesas por las que corresponden.
- Si retiramos la mitad de cada platillo, ¿la balanza sigue equilibrada?, ¿por qué?
- ¿Cuántos kilogramos tiene la escultura pequeña?



6. Guía la representación gráfica: (15 minutos)

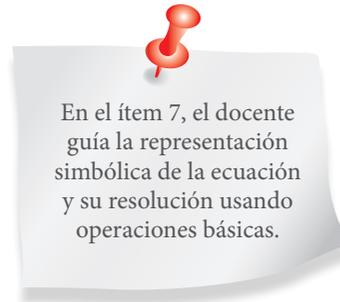
- Dibuja en tu cuaderno los pasos que realizaste para obtener la respuesta.
- Completa el cuadro:

Representamos la situación	Dividimos en dos partes	Retiramos en la mitad ambos lados

7. Guía la representación simbólica de la ecuación multiplicativa: $2x = 16$ y su resolución, revisando los pasos que realizaron con el material gráfico y concreto: (15 minutos)

Del cuadro de dibujo observamos que:	Dividimos en dos partes	Obtenemos el valor de x
$2x = 16$	$x + x = 8 + 8$	$x = 8$

- ¿Si divides en ambos lados de la ecuación, sigue siendo una igualdad?
- Describe verbalmente cómo encuentras el valor de x.



8. Promueve la reflexión sobre el procedimiento, pidiendo a algunos voluntarios que describan y expliquen sus procedimientos: (10 minutos)

- ¿Cuáles son los pasos que seguimos para resolver la ecuación?
- ¿La respuesta que obtuviste es correcta?, ¿por qué?
- ¿Cómo harías para comprobar que es correcta?
- Reemplaza x por el valor encontrado y verifica si la igualdad se mantiene.

9. Plantea una actividad de extensión. (15 minutos)

- ¿Cómo haríamos si la escultura tuviera el triple de kilogramos? Comienza con la balanza.
- Encuentra la masa de la escultura pequeña, en la ecuación que se forma si la escultura grande tiene 24 kg de masa y es el triple de la pequeña.

5.4 ¿Cómo se manifiestan las capacidades por medio de estos escenarios?

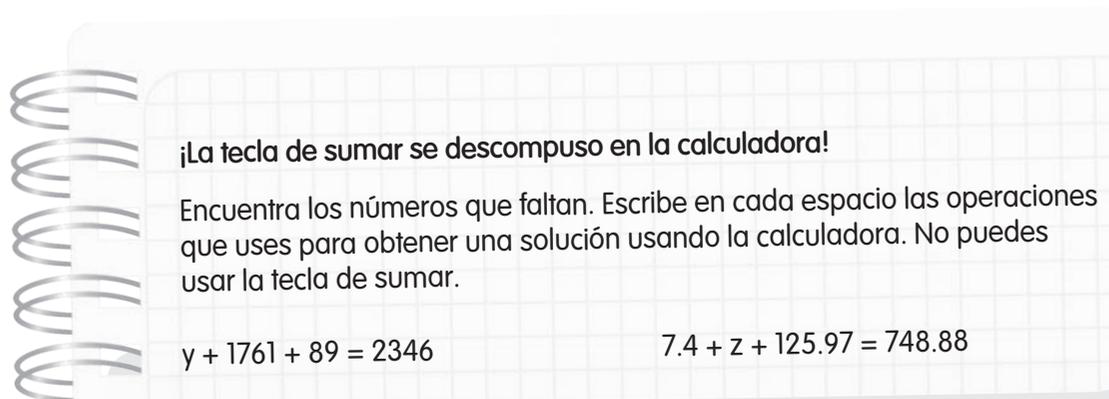
En esta sección, presentamos ejemplos de cómo se desarrollan las capacidades a lo largo de una actividad práctica de laboratorio, de taller o de un proyecto. A partir de las actividades presentadas en la sección anterior, se van señalando y comentando los momentos en que el docente propicia, guía y orienta el desarrollo de las capacidades referidas a igualdades y desigualdades.

Mediante el contenido matemático de las actividades, se pueden desarrollar las seis capacidades planteadas en el enfoque; pero se han priorizado aquellas más relevantes y que afloran de manera natural al trabajar estos temas: *Matematiza a partir de situaciones en diversos contextos; Elabora estrategias para resolver problemas; Representa situaciones en forma concreta, icónico-gráfica y simbólica; Utiliza lenguaje simbólico y formal para resolver problemas.*

Matematiza a partir de situaciones en diversos contextos

Situaciones de contexto lúdico

En esta situación problemática lúdica, el docente introduce una pregunta con la que lleva al estudiante a reconocer situaciones de la vida cotidiana que pueden expresarse como ecuación.



¡La tecla de sumar se descompuso en la calculadora!

Encuentra los números que faltan. Escribe en cada espacio las operaciones que uses para obtener una solución usando la calculadora. No puedes usar la tecla de sumar.

$$y + 1761 + 89 = 2346$$
$$7.4 + z + 125.97 = 748.88$$

1. Describe cómo lo hiciste.
2. Compara el procedimiento que utilizaste con el de tus compañeros cercanos. ¿Alguien encontró un procedimiento distinto al tuyo?

Situaciones de contexto cotidiano

- En la siguiente situación cotidiana, el docente promueve, con preguntas, la matematización del enunciado por medio de una ecuación.



Fernando tiene una manguera de 12 m de largo. Su intención es regar las plantas del jardín que está cruzando la calle y que está a 21 m del caño. ¿Cuántos metros de manguera le faltan?

1. ¿Hay alguna cantidad desconocida en la situación?
2. ¿Se puede expresar la situación con una operación? Escríbela.

- En el laboratorio “Las esculturas”, en el ítem 3 (página 108), el docente conduce a los estudiantes a matematizar por medio de una representación concreta. En ella se utiliza la noción de equivalencia. Para matematizar una situación mediante ecuaciones, es necesario comenzar advirtiendo la presencia de una cantidad desconocida, cuyo valor se quiere hallar.

Elabora estrategias para resolver problemas

Exploración

Una primera estrategia para aproximarse a la elaboración de un plan para resolver un problema es la de explorar. En el caso de ecuaciones e inecuaciones, el estudiante puede, por ejemplo, explorar posibles representaciones concretas que lo lleven a solucionar el problema. Puede hacer uso de recursos propios o dados, que anteriormente ha puesto en práctica.

- En el desarrollo del laboratorio “Las esculturas”, en el ítem 1 (página 108), el docente proporciona al niño una balanza y diversas pesas para que explore y conozca su funcionamiento, a fin de que luego plantee usar ese material como estrategia para resolver el problema.

Ensayo y error

Para resolver problemas sobre ecuaciones e inecuaciones, una primera estrategia de resolución rápida y fácil es la de tantear el valor de la incógnita o valor desconocido. Los estudiantes prueban valores cada vez más cercanos a la solución hasta que la hallan. La estrategia de tanteo también se puede aplicar con las balanzas, al quitar cantidades en uno o dos lados de la balanza hasta equilibrarla y encontrar el valor desconocido.

- En el desarrollo del laboratorio “La bolsa de azúcar”, en el ítem 6 (página 106), el docente guía a los estudiantes con preguntas y consignas: quitando las pesas en ambos lados, se va tanteando el peso de la bolsa grande, que es el valor desconocido que buscamos.
- En el desarrollo del laboratorio “Las esculturas”, en el ítem 5 (página 109), el docente guía a los estudiantes con preguntas y consignas, de modo que reemplacen una cartilla por dos equivalentes y luego apliquen la estrategia de ensayo y error, al tantear retirando cartillas de ambos lados.
- En la siguiente actividad, en la que el estudiante debe resolver la ecuación asociada al enunciado, se observa claramente cómo se aplica la estrategia de ensayo y error para encontrar el valor de la variable usando tablas. El docente guía la aplicación de esta estrategia presentando la tabla y dando indicaciones.

Situación problemática:

Una persona que pesa 62 kg sube a un ascensor llevando 3 cajas iguales. El marcador electrónico del peso del ascensor marca 77 kg. ¿Cuánto pesa cada caja?

1. Resuelve la ecuación que formulaste, completando la siguiente tabla:

x	3x	3x + 62
1	3	65
2	6	68
3		
4		
5		

- ¿Cuál es el valor de x que buscamos?
- ¿Cuánto pesa cada caja?

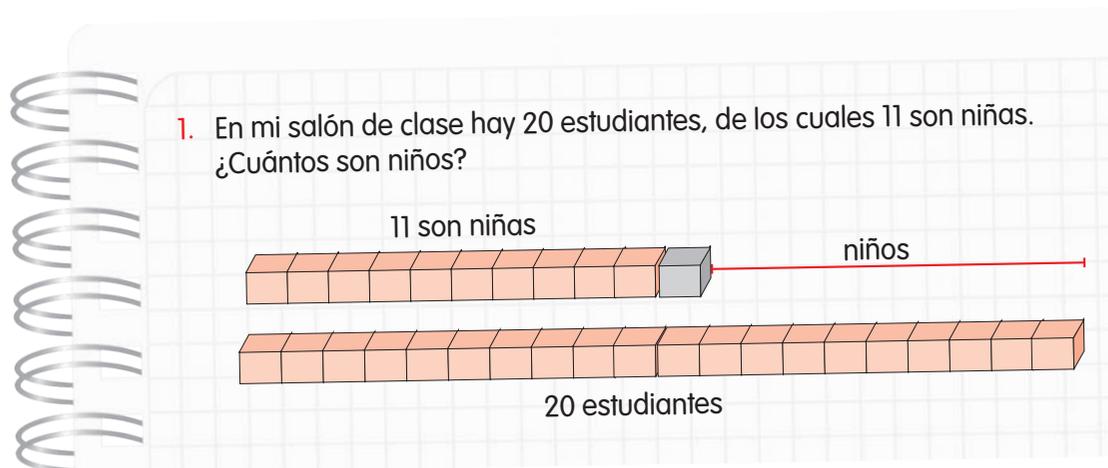
Representa en forma concreta, icónico-gráfica y simbólica

Representación concreta

La representación concreta es el primer paso para acercarse a la noción de equivalencia e igualdades. En ese sentido, la balanza se constituye en el material privilegiado para representar y resolver de forma concreta.

- En el desarrollo del laboratorio “La bolsa de azúcar”, en el ítem 4 (página 105), el docente guía a los estudiantes para que logren representar la situación problemática mediante tarjetas y balanzas.

- Otra forma de representar concretamente es con el uso de las regletas; en especial, en aquellos problemas aditivos de combinación que se ajustan a una ecuación aditiva simple.



Representación gráfico-simbólica

Usamos este tipo de representación para introducir a los estudiantes en la representación de los términos desconocidos de una ecuación. Antes de pasar a la utilización de variables, que es un concepto más amplio, el estudiante debe asimilar la idea de que un ícono esconde o representa un valor numérico. Luego se pueden combinar números y signos con figuras para representar una ecuación.

- En el desarrollo del laboratorio "La bolsa de azúcar", en el ítem 5 (página 105), el docente guía a los estudiantes para que logren la representación gráfica y simbólica.
- En el desarrollo del laboratorio "La bolsa de azúcar", en el ítem 7 (página 106), el docente muestra a los estudiantes cómo se representa icónica y simbólicamente aquello que han experimentado con el material concreto.

Representación simbólica

En esta representación, se usan los números, los signos y la variable para expresar una ecuación.

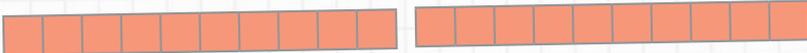
- En el desarrollo del laboratorio "Las esculturas", en el ítem 7 (página 110), el docente guía la representación simbólica de la ecuación y su resolución usando operaciones básicas.

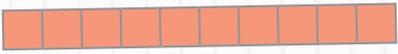
Utiliza lenguaje simbólico y formal para resolver problemas

De lo concreto a lo simbólico

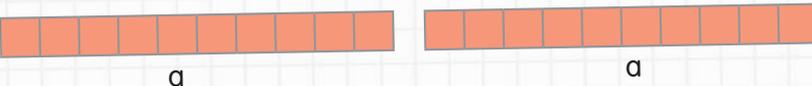
A partir de la manipulación de lo concreto, se puede introducir el uso de la variable para expresar un valor desconocido. También la combinación de números y variables para expresar el doble, el triple, etc., del valor de la variable. En este extracto de una actividad de laboratorio, se observa que el docente conduce a los estudiantes hacia la representación simbólica.

1. Coloca 2 regletas iguales, una a continuación de la otra.



2. Escribe lo que ves: _____
¿Se puede escribir así? 2 

3. Si a cada regleta le asignamos una letra "a",

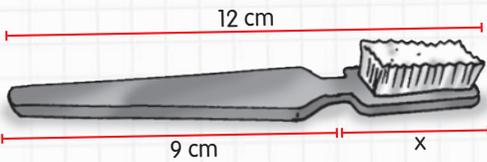


Escribe lo que ves: _____
¿Se puede escribir así? "2a"
Entonces dos regletas de valor a se pueden expresar como 2a.

De lo gráfico a lo formal

En esta actividad de medición, los estudiantes interpretan la representación gráfica y simbólica para expresarla de manera formal como una ecuación.

Escribe la ecuación que corresponde a la figura:



$9 + x = 12$

De un enunciado a una expresión formal

La edad de José, sumada a la de Luis que tiene 12 años, es 23. La edad de José se presenta con x.

$x + 12 = 23$

6. Y ahora, ¿cómo evaluamos lo que aprenden nuestros niños?

La evaluación de los aprendizajes demanda asumir una práctica evaluativa desde una perspectiva integral y coherente con el enfoque por competencias, además de desarrollar una cultura evaluativa en la escuela y el aula que recupere su sentido formativo. En la medida en que se asuma que su finalidad no tiene por qué enfocarse solamente en verificar resultados o calificar, la misma evaluación puede y debería servir para que el estudiante siga aprendiendo.

¿Qué entendemos por evaluación en un enfoque por competencias?

La evaluación es una herramienta pedagógica que forma parte intrínseca de los procesos de enseñanza y aprendizaje, que nos permite valorar los procesos y los resultados alcanzados por los estudiantes en términos de aprendizajes, para orientar la toma de decisiones que posibiliten el mejoramiento continuo.

Por lo tanto, la evaluación aporta información cuyo uso es relevante para saber qué y cómo mejorar los aprendizajes, en tanto consideremos que la evaluación permite:

- a. Revisar las fortalezas y debilidades, a fin de mejorar la calidad de las acciones de enseñanza, en beneficio de los aprendizajes de los estudiantes.
- b. Tomar decisiones sobre la calificación y la promoción de los alumnos.
- c. Informar a los estudiantes o a sus familias sobre su desempeño en la escuela.

Evaluación no es equivalente a calificación; pero tampoco existe evaluación sin calificación.

Asimismo, pensar la evaluación como parte del proceso de enseñanza-aprendizaje, implica:

- Usar criterios preestablecidos para evaluar a los estudiantes, elaborados por los mismos profesores.
- Diseñar situaciones e instrumentos de evaluación, que se caractericen por su variedad y calidad.
- Invertir más tiempo en la retroalimentación, es decir, en ofrecer al estudiante información descriptiva para que mejore sus aprendizajes.

¿Qué significa evaluar los aprendizajes desde un enfoque por competencias?

Para evaluar los desempeños de los estudiantes, en coherencia con el planteamiento curricular de las "Rutas del aprendizaje", debemos reconocer que las metas de aprendizaje están orientadas a la adquisición y desarrollo de competencias matemáticas, que se expresan, a su vez, en un conjunto de indicadores.

Es necesario comprender el sentido y las implicancias que tienen las competencias en términos evaluativos, asumiendo que la competencia la definimos como un saber actuar de manera integral y pertinente en un contexto particular, en función de un objetivo o de la solución de un problema, en la cual se desarrolla, selecciona y moviliza una diversidad de saberes (saber ser, saber hacer, saber conocer) aprendidos en la escuela, demostrando idoneidad en el actuar.

A continuación, presentamos como ejemplo la competencia del dominio número y operaciones:

Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y uso de los números y sus operaciones, empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados.

La pregunta que ayudaría al docente a comprender el sentido de la evaluación de esta competencia sería:

¿Cuándo puedo decir que un estudiante es competente en resolver situaciones problemáticas?

En este caso, cuando evidencia un desempeño o actuación integral y pertinente, en la medida en que resuelve situaciones problemáticas, para lo cual desarrolla, selecciona y moviliza: actitudes (querer abordar los problemas aplicando sus saberes matemáticos y demostrar responsabilidad), conocimientos (saberes sobre los números y operaciones) y capacidades (saber cómo representar, elaborar, utilizar, argumentar y comunicar las situaciones problemáticas de la vida real).

Observando esta situación, se puede decir que evaluar los aprendizajes, en términos de competencias, significa identificar los logros y aspectos por mejorar en la actuación de las personas respecto a la resolución de problemas del contexto.

Implica tener en cuenta los criterios e indicadores de una determinada competencia y brindar retroalimentación oportuna de carácter descriptivo, más allá de poner un calificativo a los estudiantes.

Bibliografía

- AUTORES VARIOS (1996). *“La resolución de problemas”*. Revista UNO (Revista didáctica de las matemáticas N° 8). Barcelona: Graó.
- CHAMORRO, C. (2002). *“Didáctica de las matemáticas para primaria”*. Madrid: Editorial PEARSON Prentice Hall.
- CRUZ AMPUERO, Gustavo. EDYGE-IPAE (Programa: Construyendo escuelas exitosas). (2010). *“¿Cómo desarrollar las competencias matemáticas en nuestros estudiantes?”*. Lima.
- D’ÁMORE, B. (2006): *“Didáctica de la Matemática”*. Bogotá: Editorial Cooperativa Magisterio.
- DE GUZMÁN, M. (1988). *“Para pensar mejor”*. Barcelona: Editorial Labor.
- FERNANDEZ BRAVO, J. A. (2000). *“Técnicas creativas para la resolución de problemas de matemática”*. Barcelona. Cisspráxis.
- GOÑI, J., GOÑI I., CORBALAN, F., LLENARES, S. PENALVA, C., PLANAS, N., VALLS, J., VANEGAS, Y. (2011). *Didáctica de la Matemática*. Barcelona: Editorial GRAO.
- GOÑI, J., BARRAGUÉS, I., CALLEJO, M., FERNÁNDEZ, J., FERNÁNDEZ, S., FONT, V., MUÑOS, J., PUJOL, R., TORREGROSA, G. (2011). *Complementos de Formación Disciplinar*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- GROWWS, D., CEBULLA, K. (2000). *A Improving Student Achievement in Mathematics*. Geneva: Educational Practices Series University of Illinois at Chicago.
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN, ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA-IPEBA. *Mapas de Progreso*. (2012). Lima
- INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA. (2012). *Mapas de progreso de Números y operaciones, y Cambio y relaciones*. Lima.
- ISODA, M., OLFOS, R. (2009). *El enfoque de Resolución de problemas*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *Diseño Curricular Nacional* (2009).Lima.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2005). DOCUMENTO N.º 17. *Informe pedagógico de resultados: Evaluación Nacional de rendimiento estudiantil 2004*. Lima.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. (2003) *“Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”.

- POLYA, G. (1956). *“Cómo plantear y resolver problemas”*. México: Editorial Trillas.
- SCHLEICHER ANDREAS (OCDE). BOLETÍN DEL CONSEJO NACIONAL DE EDUCACIÓN N° 21. (2009). *“Lo que el Perú puede aprender de los resultados comparados de las pruebas pisa”*. Lima.
- SEDE REGIONAL DEL INSTITUTO INTERNACIONAL DE PLANEAMIENTO DE LA EDUCACIÓN (IPE). Informes periodísticos para su publicación – n° 15. junio de 2003: *“Como se enseña matemática”*. Buenos Aires.
- UNIDAD DE MEDICIÓN DE LA CALIDAD EDUCATIVA (UMC-MINISTERIO DE EDUCACIÓN). (2011). *“Cómo mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes en matemática” (Informe para el docente de los resultados de la Evaluación Censal a Estudiantes-2011)*. Lima.
- PISA 2012 MATHEMATICS FRAMEWORK. TO OECD. November 30, 2010 <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46961598.pdf>
- BARRANTES, H (2006). *Resolución de problemas: El Trabajo de Allan Schoenfeld*, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes>.
- NISS, M. (2011). *The Danish KOM project and possible consequences for teacher education*, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/CIFEM/article/download/672/678>
- NISS, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the danish kom project*, recuperado el 1 de enero de 2013, http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf
- MARSHALL, A (2010). *Discover strategies to engage young math students in competently using multiple representations*, recuperado el 1 de enero de 2013, http://www.nctm.org/eresources/view_media.asp?article_id=9351
- OECD (2010). PISA 2012, recuperado el 1 de enero de 2013, <http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/pisa2012draftframeworks-mathematicsproblemsolvingandfinancialliteracy.htm>

Enlaces Web

- EQUIPO DE ORIENTACIÓN EDUCATIVA Y PSICOPEDAGÓGICA DE PONFERRADA. *“Resolución de problemas aritméticos en educación primaria”*. 2003. Ponferrada. España. Recuperado al 10 de enero del 2013. <http://centros6.pntic.mec.es/equipo.general.ponferrada/>

