

## RELACIONES Y FUNCIONES

### ¿Qué aprenderemos hoy?

- ✓ A reconocer el dominio y rango de relaciones.
- ✓ A reconocer y graficar funciones.
- ✓ A realizar ejercicios con gráfica de funciones utilizando el diagrama sagital y cartesiano.

### ¿Qué materiales utilizaremos?

- Libro de consulta nivel secundaria que contenga el tema de dominio y rango de relaciones en R

Lee con atención la siguiente lectura

### Rene Descartes

René Descartes, gran filósofo y matemático francés, nació en 1596. Entre sus principales aportes a la filosofía está su famoso "Discurso del Método", obra en la cual busca exponer reglas para "descubrir verdades". Descartes afirmó que los orígenes de esta obra filosófica estaban en la Lógica, la Geometría y el Algebra. Por otra parte hizo una importante contribución a las Matemáticas. Al "Discurso del Método" le añadió un "anexo" titulado "Geometría", en el cual propuso un sistema nuevo para estudiar esta disciplina.



Gracias al "sistema de coordenadas cartesianas" creado por Descartes y denominado así en su honor, diversas áreas de las Matemáticas tuvieron un rápido desarrollo en los años posteriores.

Este sistema permite asignarle a cada punto del plano una pareja de números reales que lo identifica inequívocamente. Así, cualquier figura geométrica puede ser identificada con un conjunto de parejas de números reales, como se verá más adelante y eso permite, entre otras cosas, estudiar la geometría a través del álgebra. Además, Descartes introdujo parte de los símbolos que actualmente se usan en las ecuaciones algebraicas, facilitando enormemente el estudio de las ecuaciones y sus soluciones.

En su juventud, después de haber recibido una educación del más alto nivel, decidió viajar por el mundo para descubrirlo por sí mismo. Después de varios años de viajes, se estableció en Holanda, lejos de amigos y familiares, con la intención de concentrarse exclusivamente en la escritura de los libros que más tarde le darían fama. Murió en Suecia, en 1650.



Investiga con tus compañeros y responde:

a) ¿Qué es el plano cartesiano? ¿Cómo lo representamos?

.....  
 .....

b) ¿En qué aplicaciones de la Matemática aplicamos el plano cartesiano? Menciona 2 ejemplos.

.....  
 .....

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### Actividades

- ✓ Relaciones binarias.
- ✓ Relaciones: dominio y rango.
- ✓ Funciones: dominio y rango.
- ✓ Gráfica de funciones.

Si no cuentas con el libro de consulta, puedes revisar los temas de otros textos o documentos que traten los temas planteados.

#### 2. Observa con atención el video: "Coordenadas Cartesianas" y responde lo siguiente:

- a) ¿Cómo representamos números reales en el plano cartesiano?
- b) ¿Qué característica tienen cada uno de sus cuadrantes?



### Relaciones binarias

- **Par ordenado:** Es un conjunto formado por dos elementos. Se representa por  $(x; y)$   
Donde:  $x$  = primera componente       $y$  = segunda componente
- **Producto cartesiano:** Dado dos conjuntos A y B, se llama producto cartesiano de A y B, al conjunto formado por todos los pares ordenados  $(x; y)$  donde  $x \in A \wedge y \in B$
- **Relaciones binarias:** Se llama relación binaria entre los elementos de un conjunto A y los elementos de un conjunto B, a todo subconjunto R del producto cartesiano  $A \times B$   
Se denota:  $R: A \rightarrow B \Leftrightarrow R \subset A \times B$
- **Dominio y rango de una relación:**  
Se llama dominio al conjunto de las primeras componentes de los pares ordenados de la relación. Se llama rango al conjunto de las segundas componentes de los pares ordenados de la relación.  
Por ejemplo: Sea  $A = \{5; 8; 11\}$  y  $B = \{4; 7; 11\}$  Hallar el dominio y rango de  $R_1 = \{x, y \in A \times B / x \leq y\}$

#### Solución:

**1ero:** Graficamos el conjunto de partida (A) y el de llegada por medio del diagrama sagital

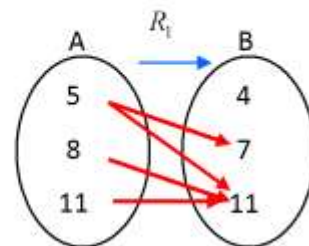
**2do:** Establecemos con flechas la relación que deberá cumplir la función.

**3ero:** Organizamos los elementos en pares ordenados.

$$R_1 = \{5; 7, 5; 11, 8; 11, 11; 11, \}$$

**4to:** Finalmente el dominio y rango serán:

$$Dom R_1 = \{5; 8; 11\} \text{ y } Ran R_1 = \{7; 11\}$$



Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### Actividades

#### 1. Investiga con tus compañeros y responde

¿Qué otras gráficas podemos realizar para representar una función?

#### 2. Halla el dominio y rango de las siguientes relaciones:

- |  |  |
|--|--|
| a) $A = 1; 2; 5$<br>$B = 3; 4; 6; 8$<br>$R_1 = x; y \in AxB / x^2 \geq y$                        | c) $P = -2; 0; 2; 4$<br>$Q = 2; 3; 4$<br>$R_2 = x; y \in PxQ / x+y \text{ es par}$                             |
| b) $R = 3; 5; 7; 9$<br>$S = 10; 12; 21; 25$<br>$R_3 = x; y \in RxS / x \text{ es divisor de } y$ | d) $C = x \in \mathbb{N} / x+2 \geq 8$<br>$D = y \in \mathbb{Z} / -6 < y < 6$<br>$R_4 = x; y \in AxB / 2x < y$ |



### Funciones

Es aquella relación  $f$  de  $A$  en  $B$  denotada por  $f: A \rightarrow B$  es una función si y sólo si a cada elemento de  $x \in A$  le corresponde un único elemento  $y \in B$ . Se denota:

$$f: A \rightarrow B, \text{ se lee función de } A \text{ en } B$$

Para que cumpla con el concepto, ninguna de las primeras componentes deberán repetirse en la relación. Por ejemplo:

- a)  $R_1 = (1; 2), (1; 6), (2; 3), (3; 8)$  No es función pues el elemento 1 se repite en dos pares diferentes.
- b)  $R_2 = (2; 1), (1; 1), (5; 3), (3; 8)$  Es función pues ninguno de los primeros elementos se repite.

**En una función los valores del dominio no deberán repetirse en ningún par de la relación.**

#### □ Dominio y rango de una función:

Como toda función es relación, los conceptos de dominio y rango de las relaciones tiene la misma aplicación. Veamos:

El dominio de la función es el conjunto de las primeras componentes de los pares ordenados de la función.

El rango al conjunto de las segundas componentes de los pares ordenados de la función.

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_



## Gráfica de funciones

Veamos la gráfica de funciones en un ejemplo:

Dados los siguientes conjuntos:  $A = \{1;2;3;4\} \wedge B = \{5;6;7\}$

Representar la función  $f = \{x; y \in A \times B / y = x + 3\}$

Solución:

- Hallamos el producto cartesiano de los conjuntos  $A \times B$ :

$$A \times B = \{1;5, 1;6, 1;7, 2;5, 2;6, 2;7, 3;5, 3;6, 3;7, 4;5, 4;6, 4;7\}$$

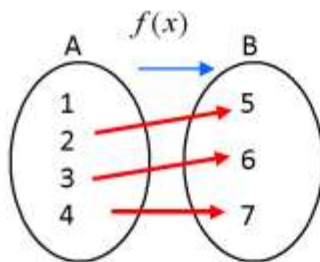
- De todos los pares ordenados, elegimos los que cumplen con la condición de la función:  $y = x + 3$

$$A \times B = \{1;5, 1;6, 1;7, \textcircled{2;5}, 2;6, 2;7, 3;5, \textcircled{3;6}, 3;7, 4;5, 4;6, \textcircled{4;7}\}$$

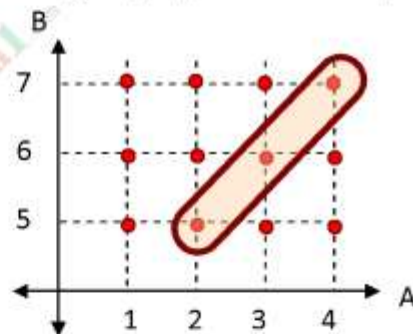
- Entonces la función sería:

$$f(x) = \{2;5, 3;6, 4;7\}$$

- Graficando la función por medio del diagrama sagital y el plano cartesiano, tenemos:



Donde:  
A = Conjunto de partida  
B = Conjunto de llegada



$$\text{Dom } f(x) = \{2;3;4\}$$

$$\text{Ran } f(x) = \{5;6;7\}$$

## Actividades

- Halla el dominio y rango y grafica cada una de las siguientes funciones:

a)  $A = \{1;2;3;4\}, B = \{3;4;5;6\}, f(x) = \{x; y \in A \times B / y = 2x\}$

b)  $A = \{2;3;4;5\}, B = \{3;8;15;24;26\}, f(x) = \{x; y \in A \times B / y = x^2 - 1\}$

c)  $A = \{-3;-2;-1;0\}, B = \{-1;0;1;2\}, f(x) = \{x; y \in A \times B / y = x + 1\}$

Recuerda que puedes utilizar el diagrama sagital o el diagrama cartesiano para graficar las funciones.

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### ¿Qué aprendimos hoy?

1. Expresa cada relación como un conjunto de pares ordenados y halla el dominio y rango de cada uno de los siguientes ejercicios:

a)  $A = 2, 3, 5, 6$

$B = 3, 4, 6$

$R_1 = x, y \in AxB / x < y$

c)  $C = 3, 5, 7, 9$

$D = 1, 2, 3, 4$

$R_3 = x, y \in CxD / x + y > 9$

b)  $P = 20, 24, 30, 48$

$S = 3, 4, 5, 7, 12$

$R_2 = x, y \in PxS / x \text{ es un múltiplo de } y$

d)  $C = 3, 5, 7, 9$

$D = 1, 2, 3, 4$

$R_3 = x, y \in CxD / x + y > 9$

2. En cada uno de los siguientes funciones halla lo siguiente:

- ➡ Representa cada función como un conjunto de pares ordenados.
- ➡ Grafica por medio del diagrama sagital o cartesiano.
- ➡ Halla el dominio y rango.

a)  $A = x \in \mathbb{N} / -2 < x < 5$ ,  $B = 2, 4, 7, 10, 13$ ,  $f(x) = x, y \in AxB / y = 3x + 1$

b)  $C = x \in \mathbb{Z} / -5 < x \leq 1$ ,  $D = 3, 4, 5, 8, 15$ ,  $f(x) = x, y \in CxD / y = x^2 - 1$